

А. Г. СИТЕНКО

О ПРОХОЖДЕНИИ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ ЧЕРЕЗ МАГНЕТИК

(Представлено академиком Л. Д. Ландау 26 V 1954)

Как известно, при прохождении заряженной частицы через вещество наряду с потерями энергии на ионизацию среды имеет место черенковское излучение, если скорость частицы превышает фазовую скорость распространения электромагнитных волн. При этом обычно учитывают лишь влияние диэлектрической постоянной ϵ и полагают магнитную проницаемость $\mu = 1$. Однако в области радиочастот (например, при прохождении частиц через ферриты) $\mu \neq 1$, поэтому представляет интерес выяснить влияние магнитных свойств вещества на характер черенковского излучения. Эта задача ранее решалась Д. Иваненко и В. Гургенидзе ⁽¹⁾, однако полученные ими выражения ошибочны.

Мы покажем, используя метод Л. Ландау ⁽³⁾, что ионизационные потери не зависят от магнитных свойств вещества, в то время как черенковское излучение определяется и электрическими и магнитными свойствами.

Пусть точечный заряд q движется со скоростью $\mathbf{v}$ через однородную и изотропную среду, которая характеризуется диэлектрической постоянной ϵ и магнитной проницаемостью μ . Для упрощения задачи будем считать движение заряда равномерным, что вполне допустимо, если изменение скорости на единице пути мало по сравнению с самой скоростью. Макроскопическое поле, возникающее в среде при движении заряда, определяется системой уравнений Максвелла:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \\ \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \quad \operatorname{div} \mathbf{D} = 4\pi\rho, \end{aligned} \quad (1)$$

в которой плотности заряда и тока равны

$$\rho = q\delta(\mathbf{r} - \mathbf{vt}), \quad \mathbf{j} = q\mathbf{v}\delta(\mathbf{r} - \mathbf{vt}). \quad (2)$$

Заметив, что разложение Фурье трехмерной дельта-функции имеет вид

$$\delta(\mathbf{r} - \mathbf{vt}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{i\mathbf{kr} - i\omega t} d\mathbf{k}, \quad \omega = \mathbf{k}\mathbf{v}, \quad (3)$$

будем искать решения уравнений (1) в виде

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \int \mathbf{E}_k e^{i\mathbf{kr} - i\omega t} d\mathbf{k} \quad (4)$$

и т. д. В общем случае диэлектрическая постоянная ϵ и магнитная проницаемость μ зависят от частоты. При этом для отдельных частот компоненты Фурье электрической напряженности и электрической индукции, магнитной напряженности и магнитной индукции связаны

между собой при помощи соотношений

$$\mathbf{D}_k = \epsilon \omega \mathbf{E}_k, \quad \mathbf{B}_k = \mu(\omega) \mathbf{H}_k. \quad (5)$$

Подставляя (3) и (4) в (1) и разрешая полученную систему алгебраических уравнений относительно $\mathbf{E}_k$, имеем

$$\mathbf{E}_k = \frac{iq}{2\pi^2} \frac{\frac{\omega}{c^2} \mu(\omega) \mathbf{v} - \frac{1}{\epsilon(\omega)} \mathbf{k}}{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon(\omega) \mu(\omega)}. \quad (6)$$

Энергия, теряемая частицей на единице пути, равна, очевидно,

$$-\frac{d\mathcal{E}}{dx} = -\frac{q}{v} (\mathbf{E}\mathbf{v})_{\mathbf{r}=\mathbf{v}t}, \quad (7)$$

где поле берется в точке нахождения частицы $\mathbf{E}_{\mathbf{r}=\mathbf{v}t} = \int \mathbf{E}_k d\mathbf{k}$. Используя (6) и замечая, что $d\mathbf{k} = 2\pi k d\kappa \frac{d\omega}{v}$, где κ — компонента $\mathbf{k}$, перпендикулярная $\mathbf{v}$, получим следующее выражение для потери энергии движущейся частицы:

$$-\frac{d\mathcal{E}}{dx} = -\frac{iq^2}{\pi c^2} \int_0^{\kappa_m} \kappa d\kappa \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\left(\mu - \frac{1}{\beta^2 \epsilon}\right) \omega d\omega}{\kappa^2 + \frac{\omega^2}{v^2} (1 - \beta^2 \epsilon \mu)}, \quad \beta = \frac{v}{c}. \quad (8)$$

Формула (8) учитывает только потерю энергии, обусловленную «далекими» столкновениями заряженной частицы с электронами атомов среды, так как при ее выводе мы использовали макроскопическую электродинамику, которая справедлива на расстояниях больших по сравнению со средними расстояниями между отдельными атомами среды. Величина κ обратно пропорциональна параметру столкновения, поэтому интегрирование в (8) по κ следует производить до некоторого максимального значения κ_m , которое соответствует минимальному значению параметра «далеких» столкновений.

Потерю энергии, обусловленную «близкими» столкновениями, можно найти, учитывая парные столкновения заряженной частицы с электронами атомов среды. Складывая потери, обусловленные «близкими» и «далекими» столкновениями, получим полную потерю энергии на единице пути. Заметим, что разделение на области «близких» и «далеких» столкновений возможно только в том случае, если скорость частицы велика по сравнению со скоростью орбитальных электронов атомов среды.

Выражение для полной потери энергии можно получить сразу из (8), если в качестве верхнего предела интегрирования взять величину (2)

$$\kappa_m = k \frac{mv^2}{qe}, \quad k = 1, 123 \dots, \quad (9)$$

в чем легко убедиться непосредственной проверкой.

Замечая, что $\epsilon(-\omega) = \epsilon^*(\omega)$ и $\mu(-\omega) = \mu^*(\omega)$, и интегрируя (8) по κ , получим

$$-\frac{d\mathcal{E}}{dx} = -\frac{q^2}{\pi c^2} \operatorname{Re} \int_0^{\infty} \left\{ \mu(\omega) - \frac{1}{\beta^2 \epsilon(\omega)} \right\} \ln \left[1 + \frac{\kappa_n^2 v^2}{\omega^2 [1 - \beta^2 \epsilon(\omega) \mu(\omega)]} \right] i\omega d\omega. \quad (10)$$

Выражение (10) в общем виде устанавливает интегральную связь между потерей энергии движущейся частицы и дисперсионными свой-

ствами вещества, через которое проходит частица. Так как в реальной среде всегда имеет место затухание, то ϵ и μ , рассматриваемые как функции комплексного переменного ω , могут иметь полюсы или нули только в нижней полуплоскости ⁽³⁾. Поэтому особенности подинтегрального выражения в (10) будут также находиться в нижней полуплоскости. Если зависимость ϵ и μ от ω известна в явном виде, интегрирование в (10) можно провести до конца при помощи теории вычетов.

При движении заряженной частицы в оптически прозрачной среде получим следующее выражение для энергии теряемой частицей на единице пути,

$$-\frac{d\mathcal{E}}{dx} = \frac{q^2}{v^2} \sum_i \text{Res} \left\{ \frac{2\omega}{\epsilon(\omega)} \ln \frac{kmv^2}{qe\omega} \right\}_{\omega_i} + \frac{q^2}{c^2} \int_{\beta^2 \epsilon \mu > 1} \left\{ \mu(\omega) - \frac{1}{\beta^2 \epsilon(\omega)} \right\} \omega d\omega, \quad (11)$$

где ω_i — положительные вещественные корни уравнения $\epsilon(\omega_i) = 0$.

В выражении (11) первый член представляет собой потерю энергии на ионизацию атомов среды с учетом эффекта поляризации, а второй член — потерю энергии, связанную с черенковским излучением. Ионизационные потери энергии заряженной частицы, проходящей через вещество, в принятом приближении не зависят от магнитных свойств вещества. Потери энергии, связанные с черенковским излучением,

$$-\frac{d\mathcal{E}}{dx} \Big|_{\text{чер}} = \frac{q^2}{c^2} \int_{\beta^2 \epsilon \mu > 1} \left\{ \mu(\omega) - \frac{1}{\beta^2 \epsilon(\omega)} \right\} \omega d\omega \quad (12)$$

зависят как от диэлектрических, так и от магнитных свойств вещества*.

При выводе (11) мы пренебрегали для простоты затуханием в выражении для ϵ . При учете затухания ионизационные потери будут определяться другим выражением. Этот вопрос, однако, не имеет особого отношения к случаю $\mu \neq 1$, так как магнитные свойства вещества играют важную роль в области радиочастот, в которой ионизационные потери не существенны.

В магнетике ($\epsilon = \epsilon_0 = \text{const}$), для которого дисперсионная зависимость магнитной проницаемости от частоты определяется формулой Л. Ландау и Е. Лифшица ⁽⁶⁾

$$\mu(\omega) = 1 + \frac{(\mu_0 - 1) \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\omega\gamma}, \quad \gamma \ll \omega_0.$$

потери на черенковское излучение равны:

$$\begin{aligned} -\frac{d\mathcal{E}}{dx} &= \frac{q^2 \omega_0^2}{2c^2} (\mu_0 - 1) \{ -1 - \ln(1 - \beta^2 \epsilon_0) \}, \quad \beta^2 \epsilon_0 \mu_0 < 1, \quad (13) \\ -\frac{d\mathcal{E}}{dx} &= \frac{q^2 \omega_0^2}{2c^2} (\mu_0 - 1) \left\{ -1 + \frac{1 - \beta^2 \epsilon_0}{(\mu_0 - 1) \beta^2 \epsilon_0} [(\gamma^2 - a)^{1/2} - \eta]^2 - \ln(\mu_0 - 1) - \right. \\ &\quad \left. - \ln \beta^2 \epsilon_0 + \frac{2\eta}{(1 - \eta^2)^{1/2}} \arctg \frac{(1 - \eta^2)^{1/2} [(\gamma^2 - a)^{1/2} - \eta]}{1 - \eta^2 + \eta(\eta^2 - a)^{1/2}} \right\}, \quad \beta^2 \epsilon_0 \mu_0 > 1, \\ \eta &= \frac{\gamma}{\omega_0}, \quad a = \frac{1 - \beta^2 \epsilon_0 \mu_0}{1 - \beta^2 \epsilon_0}. \end{aligned}$$

* Эта формула получена в ⁽⁵⁾, однако другим методом, который представляется нам более сложным.

В предельном случае прозрачного магнетика ($\gamma \rightarrow 0$) формулы (13) принимают вид:

$$-\frac{d\mathcal{G}}{dx} = \frac{q^2 \omega_0^2}{2c^2} (\mu_0 - 1) \{-1 - \ln(1 - \beta^2 \varepsilon_0)\}, \quad \beta^2 \varepsilon_0 \mu_0 < 1, \quad (14)$$

$$-\frac{d\mathcal{G}}{dx} = \frac{q^2 \omega_0^2}{2c^2} (\mu_0 - 1) \left\{ -\frac{1 - \beta^2 \varepsilon_0}{(\mu_0 - 1) \beta^2 \varepsilon_0} - \ln(\mu_0 - 1) - \ln \beta^2 \varepsilon_0 \right\}, \quad \beta^2 \varepsilon_0 \mu_0 > 1.$$

В заключение считаю своим долгом выразить глубокую благодарность проф. А. И. Ахиезеру за внимание и ценные советы при выполнении этой работы, а также проф. В. Л. Гинзбургу за обсуждение работы.

Поступило
11 IX 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ Д. Иваненко, Г. Гургенидзе, ДАН, 67, 997 (1949). ² А. Ахиезер, А. Ситенко, ЖЭТФ, 23, 161 (1952). ³ Л. Ландау, см. Н. Бор, Прохождение атомных частиц через вещество, М., 1950. ⁴ И. Тамм, И. Франк, ДАН, 14, 107 (1937). ⁵ K. Watson, J. Jauch, Phys. Rev., 75, 1249 (1949). ⁶ Л. Ландау, Е. Лифшиц, Sow. Phys., 8, 157 (1935).