

В. Л. БОНЧ-БРУЕВИЧ

ОПЕРАТОРЫ РЕАЛЬНЫХ ЧАСТИЦ И УТОЧНЕННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ Т-ПРОИЗВЕДЕНИЯ

(Представлено академиком Н. Н. Боголюбовым 29 VI 1954)

В общепринятой сейчас формулировке квантовой теории поля частицы вводятся как «свободные» и лишь в дальнейшем учитывается их взаимодействие с полем. Эта процедура представляется не вполне удовлетворительной, ибо операция «включения» и «выключения» взаимодействия является «не физической»: в принципе можно изолировать частицу от внешних полей, но не от нулевых колебаний поля в вакууме. Возникает вопрос: не является ли вся проблема перехода от «фиктивных» частиц к «истинным» ложной по существу? Если это действительно так, то ясно, что при общепринятой формулировке теории в нее вводится ряд осложнений, не связанных с существом дела и вызываемых лишь неправильным подходом к задаче (очевидно, эти осложнения особенно существенны в случае сильной связи). Вследствие этого встает вопрос о непосредственном исследовании операторов реальных частиц (т. е. соответствующих им «сверток» — функций распространения). Существенные результаты в этом направлении были недавно получены Леманом ⁽¹⁾. Им, однако, не дано критерия, позволяющего отличать фиктивные частицы от истинных (результаты ⁽¹⁾, основанные только на требованиях релятивистской инвариантности и положительности энергии, в равной мере относятся и к тем и к другим). В настоящей работе делается попытка сформулировать такой критерий (применительно к стабильным частицам; конкретно будет рассматриваться квантовая электродинамика).

Поскольку одним из неизбежных результатов «взаимодействия с вакуумом» является «размазка» частицы, кажется естественным считать «истинные» частицы а рiоri не точечными. Как известно, этот факт можно учесть, видоизменяя свертки операторов порождения и уничтожения частиц. Однако вид свертка, по нашему мнению, отнюдь нельзя навязывать заранее (ср. с представлениями М. А. Маркова о «динамически деформируемом» форм-факторе ⁽²⁾). Надо прежде всего исследовать, какие ограничения накладываются на него условием реальности частиц. Иначе говоря, мы не пишем заранее волновых уравнений для операторов реальных частиц, а пытаемся в какой-то мере предопределить их вид при помощи условия реальности. Последнее состоит в требовании, чтобы все радиационные поправки уже содержались в исходных свертках. Это означает, что, вычисляя (в отсутствие внешнего поля) вакуумные поправки при помощи операторов реальных стабильных частиц, мы должны получить нуль. В этом смысле развиваемую схему можно назвать теорией с самосогласованными свертками (или с самосогласованным форм-фактором, если таковой имеется).

Функции распространения реальных частиц определяются соотношениями

$$S^c(x-y) = \langle T\{\psi(x)\bar{\psi}(y)\} \rangle_0, \quad (1)$$

$$\delta_{\mu\nu} D^c(x-y) = \langle T\{A_\mu(x)A_\nu(y)\} \rangle_0,$$

где символ $T\{\dots\}$ означает T -произведение стоящих в фигурных скобках операторов и среднее значение берется по «истинному» вакууму. Поскольку функции S^c и D^c — не обычные, величины x, y нельзя считать координатами частицы, а следует истолковывать как нечто вроде координат «центра тяжести» 4-мерной области, в которой частица «размазана». Соответственно и T -упорядочение носит не вполне обычный характер.

Для обеспечения релятивистской инвариантности теории выражения

$$\langle \{\psi(x) \bar{\psi}(y)\} \rangle_0, \quad \langle [A_\mu(x) A_\nu(y)] \rangle_0$$

должны обращаться в нуль вне светового конуса. Этого всегда можно добиться соответствующим подбором функций S^1 и D^1 . Поскольку условия реальности, как мы увидим, накладываются лишь на S^c и D^c , о данном условии инвариантности можно вообще не заботиться.

Следует заметить, что, поскольку «истинные» функции S^c и D^c являются сингулярными ⁽¹⁾, определение T -произведения требует уточнения ⁽⁴⁾: надо задать правила интеграции S^c и D^c с достаточно регулярными функциями по малой (в пределе стягиваемой в точку) области, включающей точку $x = y$. Как известно, при этом возникает некоторый произвол (появляются неопределенные «перенормировочные константы»). Мы увидим, что условие реальности позволяет в известной мере устранить его.

При написании S -матрицы мы встречаемся с той принципиальной трудностью, что вид лагранжиана взаимодействия для реальных частиц нельзя считать известным. Мы используем простейшее выражение, формально совпадающее с обычным ($\hbar = c = 1$):

$$L(x) = -\{j_\mu(x) + I_\mu(x)\} A_\mu(x), \quad (2)$$

где

$$j_\mu(x) = ie : \bar{\psi}(x) \gamma_\mu \psi(x), \quad (3)$$

$I_\mu(x)$ — внешний ток. При этом теория строится формально как обычная (фактически это все же нелокальная теория, так как функции S^c и D^c — не «свободные»). Матрица S имеет вид

$$S = T\{e^{-i \int L(x) dx}\}, \quad (4)$$

причем ясно, что она действительно является унитарной. Уравнения для электронной ($G(x, y)$) и фотонной ($g_{\mu\nu}(x, y)$) «причинных» функций Грина и для вершинной части ($a_\mu(x)$) имеют вид:

$$G(x, y) = iS^c(x, y) - ie \int dz S^c(x - y) \gamma_\mu \left\{ \frac{\delta G(z, y)}{\delta I_\mu(z)} - ia_\mu(z) G(z, y) \right\}; \quad (5)$$

$$g_{\mu\nu}(x, y) = -i\delta_{\mu\nu} D^c(x - y) + ie \int dz D^c(x - z) \text{Spur} \left\{ \gamma_\mu \frac{\delta G(z, z)}{\delta I_\nu(y)} \right\}; \quad (6)$$

$$a_\mu(x) = -i \int dz D^c(x - z) \{I_\mu(z) - e \text{Spur} [\gamma_\mu G(z, z)]\}. \quad (7)$$

В соответствии со сказанным выше мы должны потребовать, чтобы при $I_\mu(x) = 0$ для реальных стабильных частиц имели место соотношения

$$G(x, y) = iS^c(x - y), \quad (8)$$

$$g_{\mu\nu}(x, y) = -i\delta_{\mu\nu} D^c(x - y), \quad (9)$$

$$a_\mu(x) = 0. \quad (10')$$

Поскольку $G(z, z)$ есть константа (при $I_\mu(x) = 0$ $G(x, y) = G(x - y)$), уравнение (10') в силу (7) имеет вид

$$\text{Spur} \{ \gamma_\mu G(z, z) \} = 0 \quad (10'')$$

(естественно, это соотношение, как и все, ему аналогичные, следует понимать в смысле указанного выше предела). Полагая

$$G(x) = \gamma_\mu x_\mu \rho_1 + \rho_2,$$

где ρ_1 и ρ_2 — инвариантные функции $x^2 = x^2 - x_0^2$, получаем

$$\lim_{x_\lambda \rightarrow 0} (x_\mu \rho_1) = 0. \quad (11)$$

Таким образом, при совпадении аргументов T -произведение следует считать равным нулю (в смысле указанного выше предела). Произвол в определении T -произведения двух операторов снимается.

Условия (8) и (9) в силу (5) и (6) имеют вид

$$\int dz S^c(x - z) \gamma_\mu \left. \frac{\delta G(z, y)}{\delta I_\mu(z)} \right|_{I_\mu=0} = 0; \quad (12)$$

$$\int dz D^c(x - z) \text{Spur} \left\{ \gamma_\mu \left. \frac{\delta G(z, z)}{\delta I_\nu(y)} \right\} \right|_{I_\mu=0} = 0. \quad (13)$$

Вычисление входящих в эти условия вариационных производных позволяет получить условия реальности в явном виде, содержащем только функции S^c и D^c , вычисленные в отсутствие внешнего тока. Однако детальный анализ этих соотношений едва ли имеет смысл производить, так как сами они существенно связаны с конкретным видом лагранжиана взаимодействия L . В то же время утверждение о необходимости приравнять нулю T -произведение операторов с совпадающими аргументами, повидимому, остается в силе и при более общих формах L . Обобщение полученных здесь результатов на случай нестабильных частиц, видимо, не встречает принципиальных затруднений, однако требует дополнительных рассуждений. Отметим в заключение тесную связь наших условий реальности с идеей перенормировки. По существу, первые дают лишь точное выражение последней. Отсюда явствует, что, строго говоря, нельзя, вводя перенормированные значения заряда и массы, использовать обычные выражения для сверток «свободных» полей — они не удовлетворяют условиям реальности. Заметим также, что с точки зрения условия реальности нет разницы между «перенормируемыми» и «неперенормируемыми» теориями.

Пользуюсь случаем выразить глубокую благодарность Н. Н. Боголюбову за ряд ценных дискуссий и Б. В. Медведеву за обсуждение результатов работы.

Московский электротехнический
институт связи

Поступило
25 VI 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ H. Lehmann, Nuovo Cimento, 11, 342 (1954). ² М. А. Марков, ЖЭТФ, 25, 527 (1953). ³ G. C. Wick, Phys. Rev., 80, 268 (1950). ⁴ Н. Н. Боголюбов, ДАН, 81, № 6; 82, № 1 (1951). ⁵ R. Utiyama, S. Sunkawa, T. Yamamura, Progr. Theor. Phys., 8, 77 (1952).