

Ю. К. ХОХЛОВ

К ВОПРОСУ О ДИПОЛЬНЫХ ПЕРЕХОДАХ ПРИ ЯДЕРНОМ ФОТОЭФФЕКТЕ

(Представлено академиком Д. В. Скобельцыным 19 V 1954)

1. Сечение ядерного фотоэффекта имеет резкий максимум в районе 15—20 Мэв, в результате чего наблюдаемый выход большинства γ -реакций почти целиком обусловлен фотонами с длиной волны большей или много большей размеров ядра. Поэтому теория явления естественно ограничивается 1) нерелятивистским приближением для ядра и 2) длинноволновым приближением для матричных элементов мультипольных переходов. В рамках такой теории имеют место следующие соотношения (см., например, (1)):

$$\int_0^{\infty} \sigma_{ED}(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{2\pi^2}{c} i \langle \dot{D}_z D_z - D_z \dot{D}_z \rangle; \quad (1)$$

$$\int_0^{\infty} \sigma_{ED}(\varepsilon) \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{4\pi^2}{\hbar c} \langle D_z^2 \rangle, \quad (2)$$

где ε — энергия фотона; $\sigma_{ED}(\varepsilon)$ — сечение электрического дипольного перехода; символ $\langle \rangle$ означает усреднение по основному состоянию ядра; D_z — z -компонента оператора относительного электрического дипольного момента:

$$D = \sum_{\alpha} e_{\alpha} (\mathbf{r}_{\alpha} - A^{-1} \sum_{\beta} \mathbf{r}_{\beta}) \equiv \sum_{\alpha} e'_{\alpha} \mathbf{r}_{\alpha}; \quad (3)$$

Z — число протонов; N — число нейтронов; $A = Z + N$; $\mathbf{r}_{\alpha}$ и e_{α} — координата и электрический заряд α -го нуклона; e' — эффективный заряд, равный eN/A для протона и $-eZ/A$ для нейтрона.

Равенство (1) можно представить в следующей форме:

$$\int_0^{\infty} \sigma_{ED}(\varepsilon) d\varepsilon = 2\pi^2 e^2 \frac{\hbar}{Mc} \frac{NZ}{A} (1 + \Delta); \quad (4)$$

здесь M — масса нуклона; Δ — положительная величина, для вычисления которой необходимо знать 1) волновую функцию ядра в основном состоянии и 2) обменную часть потенциала ядерных сил; в отсутствие обменных сил $\Delta = 0$.

Пользуясь газовой моделью ядра и предполагая, что между нуклонами действуют парные силы типа Майорана, Левингер и Бете (1) получили $\Delta \approx 0,4$. Это значение удовлетворительно согласуется с опытом (см. табл. 1).

Настоящая работа посвящена вычислению величины $\langle D_z^2 \rangle$ на основе модели независимых частиц в прямоугольной потенциальной яме*.

* Сделанная ранее (1) грубая оценка $\langle D_z^2 \rangle$ расходится с опытом приблизительно в 3 раза.

Таблица 1

Изотоп	$\int_0^{\infty} \sigma d\varepsilon \times 10^{24}$ см ² ·Мэв	$\int_0^{\infty} \sigma \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} \times 10^{24}$ см ²	Δ	$r_0 \times 10^{12}$ см	
				яма конечной глубины	яма бесконечной глубины
²⁹ Cu ⁶³	1,16	0,065	0,24	1,1	1,36
³⁰ Zn ⁶⁰	1,32	0,073	0,38	1,14	1,41
³³ As ⁷⁵	0,964	0,057	-0,13	0,91	1,13
⁴⁷ Ag ¹⁰⁹	0,63	0,151	0,64	1,18	1,41
⁴⁹ In ¹¹⁵	2,02	0,125	0,2	1,04	1,24
⁵¹ Sb ¹²³	3,02	0,183	0,68	1,2	1,44
⁵³ I ¹²⁷	3,06	0,194	0,65	1,22	1,45
⁷³ Ta ¹⁸¹	4,83	0,335	0,85	1,28	1,48
⁷⁹ Au ¹⁹⁷	4,81	0,334	0,69	1,21	1,38
⁸³ Bi ²⁰⁹	5,76	0,416	0,91	1,3	1,48

Примечание. σ — полное сечение фотоэффекта, извлеченное из измерений (⁵⁻¹²); Δ вычислена по формуле (4) в предположении $\sigma_{ED} = \sigma$; r_0 — универсальный радиус ($R = r_0 A^{1/3}$), вычисленный по формуле (11) при том же предположении.

Существенно, что для вычисления $\langle D_z^2 \rangle$ необходимо знать только волновую функцию основного состояния ядра. Сравнение соотношения (2) с опытом облегчается тем, что весовая функция ε^{-1} под знаком интеграла (2) приблизительно пропорциональна спектру γ -излучения бетатрона, так что интеграл (2) может быть непосредственно сравнен с наблюдаемым выходом γ -реакций.

2. Пусть U_0 — глубина потенциальной ямы радиуса R ; E — энергия связи частицы; l и m — собственные числа момента и z -проекции момента количества движения;

$$x = ar, y = br; X = aR, Y = bR; \nu = l + 1/2;$$

a и b — волновые числа нуклона внутри и вне ямы; $J_\nu(x)$ и $K_\nu(y)$ — бесселевы функции (^{2,3}). Волновая функция ядра аппроксимируется антисимметризованным произведением волновых функций отдельных частиц. Волновая функция частицы в состоянии λ ($E = E(\lambda)$, $l = l(\lambda)$, $m = m(\lambda)$), принадлежащем к энергетическому уровню номер i ($E = E(i)$, $l = l(i)$), имеет вид

$$\psi_\lambda(\mathbf{r}) = f_i(r) Y_{lm}(\vartheta, \varphi), \quad (5)$$

$$f_i(r) = \frac{C_\nu}{Vr} \begin{cases} J_\nu(x), & 0 \leq x \leq X; \\ J_\nu(X) K_\nu^{-1}(Y) K_\nu(y) & Y \leq y \leq \infty; \end{cases} \quad (5')$$

$$C_\nu^{-2} = 2^{-1} R^2 [-J_{\nu-1}(X) J_{\nu+1}(X)] (1 + X^2 / Y^2). \quad (5'')$$

Величины X и Y связаны между собой условием

$$X^2 + Y^2 = C^2 \equiv 2\hbar^{-2} M U_0 R^2. \quad (6)$$

В равенствах (5) X есть i -й (в порядке возрастания) корень уравнения

$$x J_{\nu+1}(x) J_\nu^{-1}(x) = \pm y K_{\nu+1}(y) K_\nu^{-1}(y), \quad y = \sqrt{C^2 - x^2}. \quad (7)$$

В табл. 2 приведены значения X , полученные при различных C^2 путем численного решения уравнения (7).

Таблица 2

Корни уравнения (7) при различных C^2 . (l — собственное число орбитального момента количества движения частицы)

l	C^2				
	20	30	40	80	110
4					10,433
1					9,727
6					9,46
3					9,355
0				8,251	8,483
5				8,301	8,474
2				8,018	8,209
4				7,285	7,425
1			6,307	6,857	6,998
3			5,896	6,239	6,350
0		5,091	5,295	5,606	5,708
2		4,762	4,903	5,156	5,245
1	3,583	3,748	3,8455	4,028	4,093
0	2,538	2,639	2,700	2,821	2,865
					3,416

Усредняя D_z^2 по основному состоянию ядра, получим

$$\langle D_z^2 \rangle = \left(e \frac{N}{A} \right)^2 \left(\sum_{\lambda}^{(p)} \int |\psi_{\lambda}(\mathbf{r})|^2 z^2 d\mathbf{r} - \sum_{\lambda}^{(p)} \sum_{\lambda'}^{(p)} \left| \int \psi_{\lambda'}^*(\mathbf{r}) z \psi_{\lambda}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \right|^2 \right) + \\ + \left(e \frac{Z}{A} \right)^2 \left(\sum_{\lambda}^{(n)} \int |\psi_{\lambda}(\mathbf{r})|^2 z^2 d\mathbf{r} - \sum_{\lambda}^{(n)} \sum_{\lambda'}^{(n)} \left| \int \psi_{\lambda'}^*(\mathbf{r}) z \psi_{\lambda}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \right|^2 \right). \quad (8)$$

Здесь $\sum_{\lambda}^{(p)}$ означает суммирование по состояниям протонов; $\sum_{\lambda}^{(n)}$ — состояниям нейтронов. При суммировании каждое состояние считается дважды (учет вырождения по спину). Двойные суммы обязаны своим происхождением антисимметрии волновой функции. После интегрирования по $\mathbf{r}$ и суммирования по m равенство (8) принимает вид

$$\langle D_z^2 \rangle = e^2 R^2 [(N/A)^2 F(Z) + (Z/A)^2 F(N)], \quad (9)$$

$$F(n) = \sum_i \frac{8v_i}{9} \left\{ (v^2 - 1) \left(\frac{1}{X^2} - \frac{1}{Y^2} \right) + \frac{1}{2} + \frac{v(v+1)J_v^2}{XJ_{v+1}(XJ_{v+1} - 2vJ_v)} + \frac{J_v}{XJ_{v+1}} \right\} - \\ - \sum_{i,i'} \frac{64}{3(X_i^2 - X_{i'}^2)^4} \left\{ \frac{XY^2J_v^2}{J_{v+1}(XJ_{v+1} - 2vJ_v)} \right\}_i \left\{ \frac{XY^2J_v^2}{J_{v+1}(XJ_{v+1} - 2vJ_v)} \right\}_{i'} l_{ii'}; \quad (10)$$

$$l_{ii'} = \max \{l_i, l_{i'}\}; \quad J_v = J_v(X); \quad J_{v+1} = J_{v+1}(X).$$

Символом $\sum_i$ обозначена сумма по всем целиком заполненным уровням; $\sum_{i,i'}$ — сумма по всем парам уровней, удовлетворяющим условию $l_{i'} = l_i \pm 1$. Каждая такая пара считается один раз. Величина суммы $\sum_{i,i'}$ определяется членами с наименьшим значением $X_i^2 - X_{i'}^2$, прочими членами пренебрегаем. Формула (10) определяет $F(n)$ только для таких n , которые соответствуют целиком заполненным уровням ($n = 2, 8, 18, 20, 34, 40, 58, 68$ и т. д.). Как легко понять, в промежутках между этими точками F зависит от n линейно. На рис. 1 изображена функция $F(n)$ при различных C^2 . Каждому C^2 соответствует некоторая (довольно узкая) область значений $n = n(C^2)$, при которых энергия связи последнего нейтрона в ядре с n нейтронами имеет значение, близкое к наблюдаемому (4). Через точки $F[n(C^2)]$ проведена кривая $\bar{F}(n)$, которая и дает окончательное решение задачи для нейтронов. Сумму по уровням протонов описываем той же функцией $\bar{F}(n)$. Тем самым мы не учитываем 1) отличия энергий связи

протонов от энергий связи нейтронов и 2) кулоновских сил между протонами.

3. Вычисленная выше величина $\langle D_z^2 \rangle$ зависит от универсального ядерного радиуса r_0 ($R = r_0 A^{1/3}$). Этот радиус играет роль свободного параметра, определяемого из сравнения теории с опытом. При этом предполагается, что наблюдаемое сечение фотоэффекта совпадает с сечением электрических дипольных переходов σ_{ED} .

В табл. 1 приведены значения r_0 , определяемые соотношением

$$\int_0^\infty \sigma \frac{d\epsilon}{\epsilon} = 4\pi^2 \frac{e^2}{\hbar c} r^2 A^{1/3} \left[\left(\frac{N}{A} \right)^2 \varphi(Z) + \left(\frac{Z}{A} \right)^2 \varphi(N) \right], \quad (11)$$

где σ есть сечение фотоэффекта, извлеченное из измерений ⁽⁵⁻¹²⁾; $\varphi(n) = \bar{F}(n)$ в случае конечной глубины потенциальной ямы и $\varphi(n) = F(n)$ в случае бесконечной глубины ямы.

Большинство значений r_0 близко к $1,2 \cdot 10^{-13}$ см, что находится в хорошем согласии с величиной, известной из работ ^(13, 14).

Отметим, что для большинства ядер более легких, чем представленные в таблице (например, углерод, алюминий), из опытов получаются отрицательные значения Δ . Это свидетельствует об ошибке в самих опытах или в их интерпретации, так как формула (4) при $\Delta = 0$ дает нижнюю границу

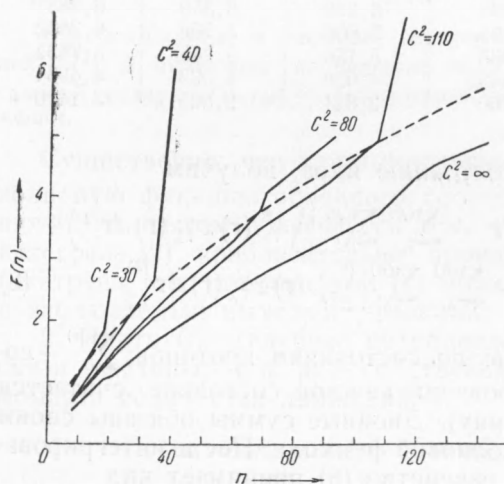


Рис. 1. Функции $F(n)$, вычисленные по формуле (10) при различных C^2 . Пунктирная кривая $\bar{F}(n)$ проведена через такие точки на кривых $F(n)$, в которых энергия связи последнего нейтрона в ядре с n нейтронами имеет значение, близкое к действительности

Отметим далее, что, согласно ⁽¹⁾, Δ не должна зависеть от A . В действительности Δ обнаруживает некоторое возрастание при увеличении A (для дейтона $\Delta \approx 0$). Напротив, r_0 остается более или менее постоянным, что и требуется.

Таким образом, применение модели независимых частиц к описанию основного состояния ядра дает в рассматриваемом случае согласующийся с опытом результат.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
Академии наук СССР

Поступило
14 IV 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ J. S. Levinger, H. A. Bethe, Phys. Rev., 78, 115 (1950). ² Г. Н. Ватсон, Теория бесселевых функций, ч. I, М., 1949. ³ Tables of Spherical Bessel Functions, N. Y., 1947. ⁴ N. Feather, Adv. Phys., 2, 141 (1953). ⁵ P. R. Byerly, W. E. Stephens, Phys. Rev., 83, 54 (1951). ⁶ R. N. H. Haslam et al., Phys. Rev., 84, 840 (1951). ⁷ L. Katz, A. G. W. Cameron, Can. J. Phys., 29, 518 (1951). ⁸ J. Goldemberg, L. Katz, Phys. Rev., 90, 308 (1953). ⁹ P. Montalbetti et al., ibid., 91, 659 (1953). ¹⁰ L. W. Jones, K. M. Terwilliger, ibid., 91, 699 (1953). ¹¹ J. H. Carver et al., Phil. Mag., 44, 404 (1953). ¹² J. H. Carver, H. J. Hay, ibid., 44, 1191 (1953). ¹³ L. H. Cooper, E. M. Heley, Phys. Rev., 92, 801 (1953). ¹⁴ F. Bitter, H. Feschbach, ibid., 92, 837 (1953).