

Н. Н. КОЧИНА

ОБ ОДНОМ ЧАСТНОМ ТОЧНОМ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЙ НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ ОДНОМЕРНОГО ДВИЖЕНИЯ ГАЗА

(Представлено академиком Л. И. Седовым 20 V 1954)

Уравнения одномерного неустановившегося движения совершенного газа имеют вид ⁽¹⁾:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial r} + \frac{(\nu-1)\rho u}{r} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p}{\rho^\gamma} \right) + u \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{p}{\rho^\gamma} \right) = 0.$$

Здесь γ — постоянная; $\nu = 1, 2, 3$, соответственно, для случая плоской, цилиндрической и сферической симметрии.

В статье Л. И. Седова ⁽²⁾ указано точное решение этих уравнений, зависящее от одной произвольной функции своего аргумента и четырех произвольных постоянных.

Нетрудно проверить, что система уравнений (1) имеет также следующее частное решение, зависящее от двух произвольных функций $D_0(x)$ и $P_1(x)$:

$$p(r, t) = \sum_{p=1}^{\infty} P_p \left(\frac{r}{t} \right) t^{-(p\nu(\gamma-1)+\nu)}, \quad \rho(r, t) = \sum_{p=0}^{\infty} D_p \left(\frac{r}{t} \right) t^{-(p\nu(\gamma-1)+\nu)},$$

$$u(r, t) = \frac{r}{t} + \sum_{p=1}^{\infty} B_p \left(\frac{r}{t} \right) t^{-p\nu(\gamma-1)},$$

причем функции $D_1(x)$, $D_2(x)$, ...; $B_1(x)$, $B_2(x)$, ...; $P_2(x)$, $P_3(x)$, ... определяются из рекуррентных формул:

$$D_p(x) = \frac{x^{1-\nu}}{p\nu(\gamma-1)} \frac{d}{dx} \sum_{k=1}^p x^{\nu-1} B_k(x) D_{p-k}(x) \quad (p = 1, 2, \dots);$$

$$B_p(x) = \frac{1}{[p\nu(\gamma-1)-1]D_0(x)} \left\{ \frac{dP_p(x)}{dx} + x^{1-\nu} \frac{d}{dx} \left[x^{\nu-1} \sum_{k=1}^{p-1} B_{p-k} \sum_{i=1}^k B_i D_{k-i} \right] \right\} -$$

$$- \frac{1}{D_0(x)} \sum_{k=1}^{p-1} B_k(x) D_{p-k}(x) \quad (p = 1, 2, \dots);$$

$$P_p(x) = \frac{\gamma x^{1-\nu}}{\nu(\gamma-1)(p-1)} \sum_{k=1}^{p-1} (P_k(x))^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \frac{d}{dx} [x^{\nu-1} P_k^{\frac{1}{\gamma}}(x) B_{p-k}(x)] \quad (p = 2, 3, \dots).$$

Поступило
14 V 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Л. И. Седов, Методы подобия и размерности в механике, 1951.
- ² Л. И. Седов, ДАН, 90, № 735 (1953).