

М. КРЕЙНЕС и М. РОЗОВСКИЙ

ВЫБОР СХЕМ ЗУБЧАТЫХ РЕДУКТОРОВ, СОСТОЯЩИХ ИЗ ТРЕХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ТРЕХЗВЕННЫХ МЕХАНИЗМОВ

(Представлено академиком Л. И. Седовым 19 III 1954)

В ⁽¹⁾ был указан способ выбора схем зубчатых редукторов, состоящих из двух дифференциальных трехзвенных механизмов. Легко видеть, что для случая редукторов, состоящих из трех трехзвенных механизмов, способ выбора схем, приведенный в ⁽¹⁾, негоден. В настоящей работе и для этого случая выбор схем сводится к исследованию ряда плоских чертежей, состоящих только из прямых линий.

Рассмотрим статически определимые редукторы, состоящие из трех дифференциальных трехзвенных механизмов с соосными основными звеньями. Можно показать, что каждый такой редуктор должен содержать 5 основных звеньев — ведущее звено *I*, ведомое звено *II*, неподвижное звено γ и два вспомогательных звена K_1 и K_2 .

В рассматриваемые редукторы, как легко убедиться, могут входить только следующие 9 трехзвенных механизмов:

- a.* $I\ II\ K_1$; *b.* $I\ II\ K_2$; *c.* $I\ \gamma\ K_1$; *d.* $I\ \gamma\ K_2$; *e.* $IK_1\ K_2$;
f. $II\ \gamma\ K_1$; *g.* $II\ \gamma\ K_2$; *h.* $IIK_1\ K_2$; *i.* $\gamma K_1\ K_2$.

Из указанных механизмов могут быть построены только следующие редукторы, отличающиеся друг от друга сочетаниями входящих в них трехзвенных механизмов:

1. *abi*; 2. *cdh*; 3. *efg*; 4. *ade*; 5. *agh*; 6. *cgi*; 7. *aeg*;
8. *agi*; 9. *adh*; 10. *adi*; 11. *ceg*; 12. *cgh*; 13. *aei*;
14. *ahi*; 15. *ceh*; 16. *chi*; 17. *efh*; 18. *efi*; 19. *ehi*.

Здесь каждый из трехзвенных механизмов, входящих в какой-либо из редукторов, обозначен той же буквой, как и в приведенном выше списке этих механизмов. Так, редуктор 17 (*efh*) состоит из трехзвенных механизмов IK_1K_2 (*e*), $II\ \gamma\ K_1$ (*f*) и IIK_1K_2 (*h*). Редукторы, получающиеся друг из друга взаимным переименованием звеньев K_1 и K_2 , объединены в приведенном перечне редукторов под одним номером.

По аналогии с ⁽¹⁾, передаточное отношение любого из рассматриваемых редукторов представим как функцию некоторых трех величин i_a , i_b и i_c , каждая из которых при помощи одного из равенств (8) ÷ (10) из ⁽¹⁾ выражается через внутреннее передаточное отношение соответствующего трехзвенного механизма редуктора.

Из ⁽¹⁾ ясно, что любая из величин i_a , i_b и i_c может быть выражена через угловые скорости основных звеньев соответствующего трехзвенного механизма следующим образом:

$$\frac{\omega_p - \omega_r}{\omega_q - \omega_r} = i_t \quad (t = a, b, c). \quad (1)$$

Здесь p , q и r — основные звенья рассматриваемого трехзвенного механизма.

Заметим, что величина i_t у одного и того же трехзвенного механизма может быть выбрана по-разному, в зависимости от того, каким образом присвоены индексы p , q и r основным звеньям этого механизма.

Можно показать следующее:

Для каждого из возможных типов редукторов, состоящих из трех трехзвенных механизмов (все эти типы перечислены в приведенном выше перечне), можно так подобрать величины i_a , i_b и i_c , что зависимость между ними будет иметь вид:

$$A_1 i_a + B_1 i_b + C_1 + i_c (A_2 i_a + B_2 i_b + C_2) = 0. \quad (2)$$

Здесь A_1 , B_1 , C_1 , A_2 , B_2 и C_2 — некоторые величины, зависящие только от значения передаточного отношения редуктора i_{III} .

Указанное обстоятельство дает возможность для каждого из рассматриваемых типов редукторов строить плоский чертеж, при помощи которого нетрудно выделить все редукторы, создающие заданное передаточное отношение i_{III} при допустимых значениях i_a , i_b и i_c . Чертеж этот содержит только прямые линии.

Действительно, допустимые значения i_a , i_b и i_c , как уже указывалось в (1), ограничиваются системой неравенств вида

$$m_i \leq i_t \leq n_i \quad (t = a, b, c; \quad i = 1, 2, \dots, N). \quad (3)$$

Здесь m_i и n_i — некоторые рациональные числа (см. (1)).

Пусть при любых заданных значениях i_{III} и i_c между i_a и i_b устанавливается зависимость вида (2). Рассмотрим координатную плоскость $i_a O i_b$. На этой плоскости, как и в случае (1), допустимые пары значений i_a и i_b будут изображаться точками, расположенными в отдельных прямоугольниках со сторонами, параллельными осям координат.

Из уравнения (2) следует, что при заданном i_{III} линии $i_c = \text{const}$ будут представлять собой на рассматриваемой плоскости пучок прямых. Строя на нашем чертеже прямые $i_c = \text{const}$, соответствующие крайним значениям каждой из пар неравенств (3) при $t = c$, мы получим ряд кусков плоскости, каждый из которых ограничивается некоторой парой прямых указанного пучка; внутри и на границах этих кусков плоскости i_c будет иметь допустимые значения.

Дозволенными с точки зрения допустимости значений всех трех величин i_a , i_b и i_c будут, очевидно, только те точки указанных кусков плоскости, которые расположены в описанных выше прямоугольниках с допустимыми значениями i_a и i_b .

Разберем в качестве примера случай выбора схемы редуктора типа 17 приведенного выше перечня с $i_{III} = 100$ и ограничим, как и в (1), внутренние передаточные отношения трехзвенных механизмов, входящих в редуктор, неравенствами:

$$-1,4 \geq i^{(t)} \geq -4; \quad -0,25 \geq i^{(t)} \geq -0,7; \quad t = a, b, c. \quad (4)$$

Как указывалось выше, редуктор типа 17 состоит из трехзвенных механизмов $IK_1 K_2 (e)$, $II_1 K_1 (f)$ и $III_1 K_1 K_2 (h)$.

Запишем связи, устанавливаемые этими трехзвенными механизмами между угловыми скоростями их основных звеньев, следующим образом:

для трехзвенного механизма h

$$\frac{\omega_{K_2} - \omega_{K_1}}{\omega_{II} - \omega_{K_1}} = i_a; \quad (5)$$

для трехзвенного механизма e

$$\frac{\omega_{K_2} - \omega_I}{\omega_{K_1} - \omega_I} = i_b; \quad (6)$$

для трехзвенного механизма f

$$\frac{\omega_{K_1} - \omega_{\gamma}}{\omega_{II} - \omega_{\gamma}} = i_c. \quad (7)$$

Используя предыдущие уравнения, а также уравнение $\frac{\omega_I}{\omega_{II}} = i_{II}$, после преобразований получим:

$$i_b + \frac{1 - i_c}{i_{II} - i_c} i_a - 1 = 0. \quad (8)$$

Очевидно, что в системе координат $i_a O i_b$ уравнение (8) изображает прямую линию. Ясно также, что оно легко приводится к уравнению вида (2).

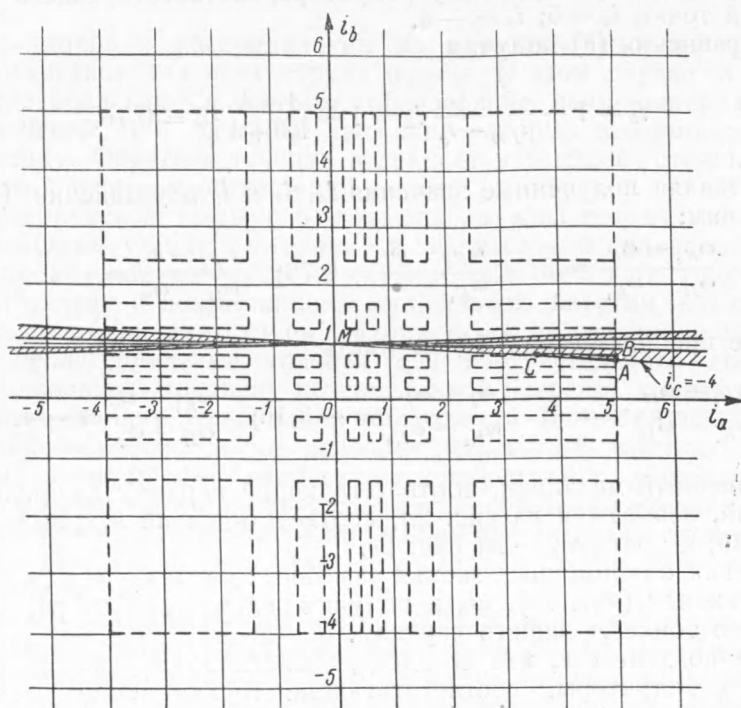


Рис. 1

Различным значениям i_c в рассматриваемой системе координат будут соответствовать различные прямые из пучка, проходящие через точку $M(0, 1)$.

Используя формулы (8), (9) и (10) из (1), мы получим при помощи неравенств (4) систему неравенств вида (3), определяющих дозволённые интервалы изменения величин i_a , i_b и i_c . Как и в примере, при-

веденном в (1), получим на плоскости $i_a O i_b$ для этого случая 36 прямоугольников, внутренние и граничные точки которых будут представлять допустимые пары значений i_a и i_b . Указанные прямоугольники изображены на рис. 1.

При помощи уравнения (8) и полученной системы неравенств легко находятся и куски плоскости, соответствующие дозволённым значениям i_c .

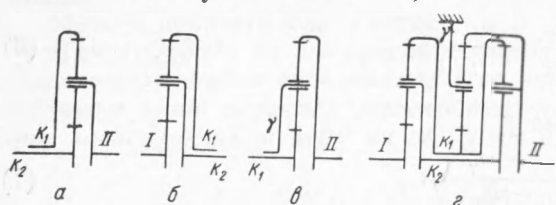


Рис. 2

На рис. 1 изображены лишь те из них, которые соответствуют «крайним» дозволённым интервалам изменения i_c . Остальные дозволённые по i_c куски плоскости еще более прижаты к прямой $i_b = 1$ и поэтому в данном случае интереса не представляют.

Из полученного чертежа видно, что дозволённым с точки зрения допустимости значений всех трех переменных i_a , i_b и i_c является лишь один, весьма небольшой кусок плоскости — треугольник ABC .

Поэтому только точкам, расположенным внутри и на границах этого треугольника, соответствуют редукторы с трехзвенными механизмами, имеющими внутренние передаточные отношения, ограниченные неравенствами (4).

Построим, например, схему редуктора, соответствующего точке А. Для этой точки $i_a = 5$; $i_c = -4$.

Из уравнения (8) получим

$$i_b = 1 - \frac{1 - i_c}{i_{I\Pi} - i_c} i_a = 1 - \frac{1 + 4}{100 + 4} \cdot 5 = 0,76.$$

Подставляя полученные значения i_a , i_b и i_c в уравнения (4), (5) и (6), получим:

$$\frac{\omega_{K_2} - \omega_{K_1}}{\omega_{I\Pi} - \omega_{K_1}} = 5; \quad \frac{\omega_{K_2} - \omega_I}{\omega_{K_1} - \omega_I} = 0,76; \quad \frac{\omega_{K_1} - \omega_\gamma}{\omega_{I\Pi} - \omega_\gamma} = -4.$$

После преобразований будем иметь:

$$\frac{\omega_{K_2} - \omega_{I\Pi}}{\omega_{K_1} - \omega_{I\Pi}} = -4; \quad \frac{\omega_I - \omega_{K_2}}{\omega_{K_1} - \omega_{K_2}} = -3,16; \quad \frac{\omega_{K_1} - \omega_\gamma}{\omega_{I\Pi} - \omega_\gamma} = -4.$$

Трехзвенный механизм, соответствующий первому из предыдущих уравнений, изображен на рис. 2а, соответствующий второму из них на рис. 2б, а третьему — на рис. 2в.

Соединяя одноименные звенья указанных механизмов и делая звено γ неподвижным (рис. 2г), мы и получим схему редуктора, соответствующего точке А нашего чертежа.

Нетрудно заметить, что и здесь, аналогично случаю, разработанному в (1), редукторы, соответствующие точкам одного и того же дозволённого куска плоскости, отличаются друг от друга только размерами зубчатых колес.

Поступило
6 III 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ М. Розовский, ДАН, 96, № 4 (1954).