

В. Б. ДУЛЬНЕВ

УСТАНОВИВШЕЕСЯ НЕРАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ В ОТКРЫТЫХ НЕПРИЗМАТИЧЕСКИХ РУСЛАХ ЗАДАННОЙ ФОРМЫ

(Представлено академиком А. И. Некрасовым 11 III 1954)

Под непризматическими руслами заданной формы будем подразумевать такие русла прямоугольного и трапециoidalного поперечных сечений, у которых ширина по дну изменяется вдоль течения потока по линейному закону. В соответствии с этим ширина по дну в каком-либо сечении русла, находящемся на расстоянии s от начального сечения, будет равна:

$$b = b_0 \pm as, \quad (1)$$

где b_0 — начальная ширина русла по дну, a — коэффициент изменения ширины русла. Знак $+$ относится к расширяющемуся руслу, а знак $-$ к сужающемуся.

В виде русел указанной формы обычно устраиваются переходные участки каналов и тоннелей, лотки быстротоков и консольных сбросов, входные и выходные части акведуков, дюкеров и других гидротехнических сооружений.

Как известно, основное дифференциальное уравнение установившегося неравномерного медленно изменяющегося движения жидкости в открытых руслах имеет вид:

$$\frac{dh}{ds} = i_0 - \frac{Q^2}{K^2} - \frac{\alpha Q^2}{2g} \frac{d}{ds} \left(\frac{1}{\omega^2} \right), \quad (2)$$

где h — глубина потока; i_0 — уклон дна русла; Q — расход потока; K — модуль расхода; ω — площадь живого сечения; α — коэффициент неравномерности распределения скоростей; g — ускорение силы тяжести.

Если учесть, что $d\omega = \frac{\partial \omega}{\partial b} db + \frac{\partial \omega}{\partial h} dh$, $\frac{\partial \omega}{\partial b} = h$, $\frac{\partial \omega}{\partial h} = B$ и $db = \pm a ds$, то уравнение (2) можно привести к виду:

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i_0 - \frac{Q^2}{K^2} \left(1 \mp \frac{\alpha ah C^2}{g\chi} \right)}{1 - \frac{\alpha Q^2}{g} \frac{B}{\omega^3}}. \quad (3)$$

Здесь C — коэффициент формулы Шези; χ — смоченный периметр; B — ширина зеркала воды в русле.

Введем обозначения:

$$\mu = 1 \mp \frac{\alpha ah C^2}{g\chi}, \quad N = \frac{\omega^3}{B}, \quad N_k = \frac{\alpha Q^2}{g}.$$

Величину μ назовем функцией формы русла; в выражении для μ знак $-$ относится к расширяющемуся руслу, а знак $+$ к сужающемуся.

После этого уравнение (3) можно переписать так:

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i_0 - Q^2 \frac{\mu}{K^2}}{1 - \frac{N_k}{N}} \quad (4)$$

При равенстве числителя правой части этого уравнения нулю, т. е. при

$$i_0 - Q^2 \frac{\mu}{K^2} = 0, \quad (5)$$

будем иметь $dh/ds = 0$. При этом касательная к поверхности потока будет параллельна дну потока.

Глубину воды в русле h_t , при которой выполняется указанное условие, будем называть граничной глубиной, так как она разделяет русло по глубине на зоны с кривыми спада и с кривыми подпора.

На основании выражения (5) можно показать, что для русел, сужающихся по длине, при $i_0 = 0$ и $i_0 < 0$ понятие о граничной глубине не имеет смысла.

Для русел, расширяющихся по длине, при $i_0 = 0$ граничная глубина h_t существует, а при $i_0 < 0$ могут иметь место две граничные глубины h_t и h'_t , причем $h'_t > h_t$.

Глубина воды $h = h_k$, при которой $N = N_k$, т. е. когда обращается в нуль знаменатель уравнения (4), является критической глубиной.

Исследование уравнения (4) показывает, что, в зависимости от формы русла, величины уклона дна русла i_0 и соотношения значений граничной и критической глубин потока, в русле могут устанавливаться различные формы кривых свободной поверхности потока.

Возможные формы кривых приведены на рис. 1 для сужающегося русла и на рис. 2 для расширяющегося русла.

Приближенное интегрирование уравнения (3) может быть произведено следующим образом.

Обозначим:

$$u = \frac{g\omega^3}{\alpha Q^2 B}, \quad j = \frac{\alpha C^2 B}{g\chi}, \quad f = \frac{\mu}{j} = \frac{g\chi}{\alpha C^2 B} \mp \frac{ah}{B}.$$

В выражении для f знак $-$ относится к расширяющемуся руслу, а знак $+$ к сужающемуся.

Учитывая эти обозначения, а также то, что $K^2 = ujQ^2$, уравнение (3) можно привести к виду

$$dh = (i_0 - \Phi) ds, \quad (6)$$

где $\Phi = \frac{i_0 - f}{1 - u}$.

Произведя интегрирование этого уравнения по правилу трапеций, получим:

$$\Delta h = i_0 \Delta s - \frac{\Phi_1 + \Phi_2}{2} \Delta s, \quad (7)$$

где Φ_1 и Φ_2 — значения функции Φ в начальном и конечном сечениях рассматриваемого участка русла длиной Δs .

Если учесть, что $\Delta h = h_2 - h_1$, то уравнение (7) удобно представить в виде

$$h_2 + \frac{1}{2}(\Phi_2 - i_0) \Delta s = h_1 + \frac{1}{2}(\Phi_1 - i_0) \Delta s. \quad (8)$$

Уравнение (8) решается подбором. При помощи его можно найти гидравлические элементы какого-либо сечения русла, находящегося на расстоянии Δs от сечения заданных или известных размеров.

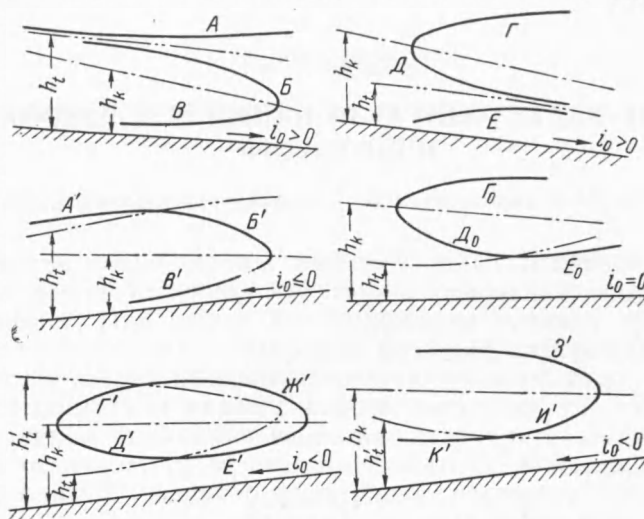


Рис. 2. Кривые свободной поверхности потока в расширяющемся русле

То обстоятельство, что в рассматриваемых руслах движение потока имеет сложный характер (кривые спада переходят в кривые подпора и наоборот), делает необходимым при построении профиля потока определять значения глубины h через небольшие интервалы длины русла Δs . Поэтому уравнение (8), которое, строго говоря, правомерно применить только для коротких участков русла, вполне соответствует характеру решаемой задачи.

Поступило
29 I 1954