

М. С. РОЗОВСКИЙ

ВЫБОР СХЕМ ЗУБЧАТЫХ РЕДУКТОРОВ, СОСТОЯЩИХ ИЗ ДВУХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ТРЕХЗВЕННЫХ МЕХАНИЗМОВ

(Представлено академиком Л. И. Седовым 19 III 1954)

Рассмотрим статически определимый зубчатый редуктор, составленный из двух дифференциальных трехзвенных* механизмов, все основные звенья которых соосны⁽¹⁾.

Обозначим ведущий и ведомый валы редуктора, соответственно, I и II , их угловые скорости ω_I и ω_{II} , а передаточное отношение редуктора $i_{I II}$:

$$i_{I II} = \frac{\omega_I}{\omega_{II}}. \quad (1)$$

Поставим перед собой задачу перебрать все возможные схемы редукторов указанного выше типа, создающих некоторое наперед заданное передаточное отношение.

Можно показать, что каждый такой редуктор должен содержать 4 основных звена: ведущее звено I , ведомое звено II , неподвижное звено γ и еще одно основное звено, которое мы назовем вспомогательным и обозначим буквой K .

Условимся в дальнейшем трехзвенный механизм, содержащий некоторые основные звенья p, q и r , обозначать символом pqr .

Легко видеть, что в рассматриваемые редукторы могут входить лишь следующие трехзвенные механизмы:

$$I II K; I \gamma K; II \gamma K^{**}.$$

Из этих трех трехзвенных механизмов могут быть составлены следующие три сочетания по два:

$$A. \frac{I II K}{I \gamma K} \quad B. \frac{I II K}{II \gamma K} \quad B. \frac{I \gamma K}{II \gamma K}$$

По каждому из указанных сочетаний можно построить редуктор, состоящий из соответствующих двух трехзвенных механизмов.

Рассмотрим связи, устанавливаемые этими редукторами между угловыми скоростями основных звеньев.

Для редукторов типа А указанные связи можно записать в виде:

$$\frac{\omega_K - \omega_{II}}{\omega_I - \omega_{II}} = i_a, \quad \frac{\omega_K - \omega_{\gamma}}{\omega_I - \omega_{\gamma}} = i_b; \quad (2)$$

* Т. е. содержащих по три основных звена.

** Трехзвенный механизм $I II \gamma$ из рассмотрения по понятным причинам исключаем.

для редукторов типа Б в виде

$$\frac{\omega_K - \omega_I}{\omega_{II} - \omega_I} = i_a, \quad \frac{\omega_K - \omega_I}{\omega_{II} - \omega_I} = i_b; \quad (3)$$

наконец, для редукторов типа В

$$\frac{\omega_I - \omega_I}{\omega_K - \omega_I} = i_a, \quad \frac{\omega_{II} - \omega_I}{\omega_K - \omega_I} = i_b. \quad (4)$$

Здесь i_a и i_b — некоторые рациональные числа, зависящие от внутренних передаточных отношений* соответствующих трехзвенных механизмов.

Используя предыдущие уравнения, а также уравнение (1), получим: для редукторов типа А

$$i_{II} i_b - (i_{II} - 1) i_a - 1 = 0; \quad (5)$$

для редукторов типа Б

$$i_b + (i_{II} - 1) i_a - i_{II} = 0; \quad (6)$$

для редукторов типа В

$$i_{II} i_b - i_a = 0. \quad (7)$$

Рассмотрим координатную плоскость $i_a O i_b$. Уравнения (5), (6) и (7) на этой плоскости изобразятся прямыми линиями. Чертеж, содержащий эти три прямые, соответствующие некоторому значению i_{II} , назовем планом передаточных отношений.

Очевидно, что величины i_a и i_b у любого редуктора с указанным значением i_{II} удовлетворяют одному из уравнений (5), (6) и (7) и, следовательно, точка $(i_a; i_b)$ лежит на одной из прямых плана. Обратное места не имеет.

Дело в том, что числовое значение i_a , например, не может быть выбрано любым. Оно зависит от того, какое внутреннее передаточное отношение соответствующего трехзвенного механизма можно конструктивно осуществить в том или ином редукторе. Поэтому некоторые из точек рассматриваемых прямых плана не будут приводить нас к реально осуществимому редуктору. Однако при помощи плана передаточных отношений нетрудно выделить те редукторы, которые создают заданное i_{II} при допустимых значениях i_a и i_b .

Действительно, допустимые значения i_a и i_b ограничиваются системой неравенств вида $m_i \leq i_t \leq n_i$ ($t = a, b$; $i = 1, 2, \dots, N$), где m_i и n_i — некоторые рациональные числа, определяющиеся границами допустимых значений внутренних передаточных отношений трехзвенных механизмов редуктора. Стало быть, на плане передаточных отношений допустимые пары значений i_a и i_b будут изображаться точками, расположенными лишь в отдельных ограниченных кусках плоскости, представляющих собою прямоугольники со сторонами, параллельными осям координат. Поэтому на рассмотренных выше прямых дозволенными будут лишь некоторые их отрезки.

Как известно, формулы для перехода от величин i_a и i_b к внутренним передаточным отношениям соответствующих трехзвенных механизмов весьма просты. Пусть между угловыми скоростями основных звеньев p , q и r некоторого трехзвенного механизма pqr устанавливается соотношение

$$\frac{\omega_p - \omega_r}{\omega_q - \omega_r} = i_t \quad (t = a, b).$$

* Пусть, например, r — водило некоторого трехзвенного механизма pqr . Тогда внутренними передаточными отношениями этого механизма называются отношение

$\frac{\omega_p}{\omega_q} \Big|_{\omega_r=0}$, а также ему обратное.

Если водилом механизма является звено r , то внутреннее передаточное отношение механизма pqr

$$i^{(t)} = i_t. \quad (8)$$

Если водилом является звено p , то

$$i^{(t)} = -\frac{1-i_t}{i_t}, \quad i_t = \frac{1}{1-i^{(t)}}. \quad (9)$$

Если, наконец, водилом служит звено q , то

$$i^{(t)} = 1 - i_t, \quad i_t = 1 - i^{(t)}. \quad (10)$$

При помощи этих формул легко найти допустимые значения i_a и i_b по заданным $i^{(a)}$ и $i^{(b)}$.

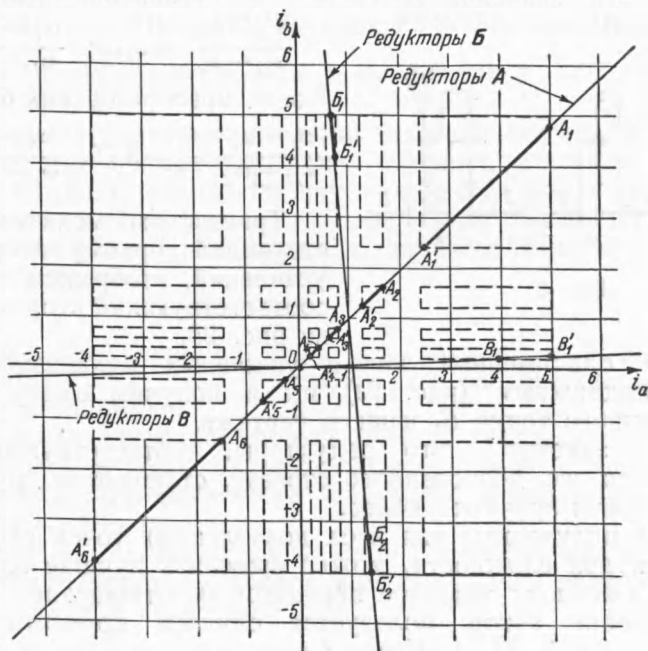


Рис. 1

Разберем в качестве примера случай выбора схемы редуктора с $i_{II} = 20$ и при этом будем рассматривать редукторы, состоящие только из трехзвенных механизмов типа, изображенного на рис. 2.

Ограничим внутренние передаточные отношения этих трехзвенных механизмов неравенствами

$$-1,4 \geq i^{(t)} \geq -4; \quad [-0,25 \geq i^{(t)} \geq -0,7; \quad t = a, b.$$

Используя формулы (8), (9) и (10), получаем систему неравенств, определяющих дозволённые интервалы изменения величин i_a и i_b . Нанося указанные интервалы на план передаточных отношений, мы получим на этом плане 36 прямоугольников, внутренние и граничные точки которых будут соответствовать допустимым парам значений i_a и i_b . Указанные прямоугольники изображены на рис. 1.

На рис. 1 проведены также прямые, построенные по уравнениям (5), (6) и (7), для редукторов с передаточным отношением $i_{II} = 20$. Из рассмотрения чертежа видно, что прямая, соответствующая редукторам типа А, пересекает 6 дозволённых прямоугольников, и на ней

лежат, стало быть, 6 дозволенных отрезков ($A_1A'_1, A_2A'_2, \dots, A_6A'_6$); на прямой, соответствующей редукторам типа Б, лежат только 2 дозволенных отрезка ($B_1B'_1, B_2B'_2$), а на прямой редукторов типа В — лишь один дозволенный отрезок $B_1B'_1$. Для каждой из точек дозволенных отрезков прямых нетрудно построить соответствующую этой точке схему редуктора.

Так например, для точки B_1 получим: ордината этой точки $i_b^{(B_1)} = 5$, абсциссу ее $i_a^{(B_1)}$ найдем из уравнения (6):

$$i_a^{(B_1)} = \frac{i_{II} - i_b^{(B_1)}}{i_{II} - 1} = \frac{20 - 5}{20 - 1} = 0,79.$$

Подставляя эти значения $i_a^{(B_1)}$ и $i_b^{(B_1)}$ в уравнения [(3), получим

$$\frac{\omega_K - \omega_I}{\omega_{II} - \omega_I} = 0,79; \quad \frac{\omega_K - \omega_I}{\omega_{II} - \omega_I} = 5.$$

После преобразований будем иметь

$$\frac{\omega_I - \omega_K}{\omega_{II} - \omega_K} = -3,76; \quad \frac{\omega_K - \omega_{II}}{\omega_I - \omega_{II}} = -4.$$

Трехзвенный механизм, соответствующий первому из предыдущих уравнений, изображен на рис. 2а, соответствующий второму из них — на рис. 2б.

Соединяя одноименные звенья указанных механизмов и делая звено γ неподвижным (рис. 2в), мы и получим схему редуктора, соответствующего точке B_1 нашего чертежа.

Нетрудно заметить, что редукторы, соответствующие точкам одного и того же дозволенного отрезка, отличаются друг от друга только размерами зубчатых колес.

Сравнивая полученные для всех дозволенных точек схемы по кпд и конструктивной сложности, можно выделить лучшие из всех схем редукторов, имеющих заданное передаточное отношение.

В заключение автор пользуется случаем принести глубокую благодарность проф. М. А. Крейнсу за ряд ценных замечаний.

Гипрошахтостроймаш

Поступило
6 III 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ М. Крейнс, М. Розовский, ДАН, 47, № 6 (1945).