Доклады Академии Наук СССР
1954. Том XCVI, № 1

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Г. К. НЕЧАЕВ

К ВОПРОСУ О ПРИМЕНЕНИИ ТЕРМОСОПРОТИВЛЕНИЙ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ

(Представлено академиком В. С. Кулебакиным 25 II 1954)

Применение полупроводниковых термосопротивлений для измерения температуры представляет большой практический интерес, так как значительный температурный коэффициент сопротивления (порядка $(3 \div 5)\ \% / {}^\circ$Ц) позволяет получить высокочувствительные схемы, а небольшие размеры схем допускают легкий монтаж их даже в малогабаритных узлах машин или аппаратов.

В качестве измерительной схемы принимаем неуравновешенный мост, в одном из плеч которого находится термосопротивление (см. рис. 1). Прибор, включенный в измерительную диагональ моста, может быть градуирован непосредственно в градусах, что весьма удобно при практическом использовании схемы.

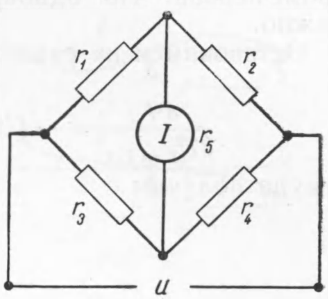

Рис. 1

В данной статье мы ограничиваемся рассмотрением зависимости тока в измерительной диагонали моста от измеряемой температуры при условии получения наилучшего приближения этой зависимости к линейной, а также рассмотрением погрешностей, связанных с линеаризацией шкалы измерительного прибора.

Ток измерительной диагонали в функции параметров плеч моста определяется по хорошо известной формуле:

$$I = U \frac{r_2 r_3 + r_1 r_4}{[(r_2 + r_5)(r_3 + r_4) + r_3 r_4](r_1 + [r_3 + r_4) r_5 + r_3 r_4] r_2}, \tag{1}$$

где U — напряжение питания моста; r_1, r_2, r_3, r_4 — сопротивления плеч моста; r_5 — сопротивление в измерительной диагонали моста.

Это выражение может быть представлено в виде:

$$I = U \frac{a + r_1}{b r_1 + c} = \frac{U}{b} \left(\frac{ab + c}{b r_1 + c} - 1 \right); \tag{2}$$

здесь r_1 — сопротивление термодатчика; $a = \frac{r_2 r_3}{r_4}$; $b = [(r_3 + r_4)(r_5 + r_2) + r_3 r_4] \frac{1}{r_4}$; $c = [(r_3 + r_4) r_5 + r_3 r_4] \frac{r_2}{r_4}$.

Зависимость величины термосопротивления от температуры в рабочем диапазоне температур достаточно хорошо определяется выражением [1]

$$r = A e^{B/T}, \tag{3}$$

где A и B — константы, характеризующие свойства полупроводника, из которого изготовлено термосопротивление; T — температура в °К.

Принимаем, что ток, проходящий через термосопротивление, не вызывает его нагрева.

Так как I является функцией температуры, то уравнение (2) может быть представлено в виде ряда Тейлора по степеням $\theta = T - T_0$

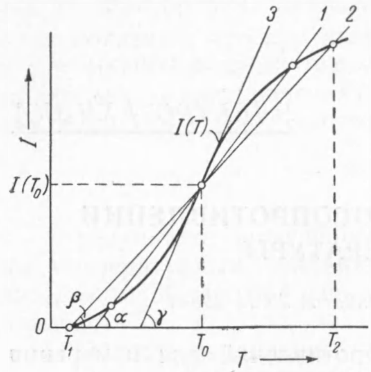

Рис. 2

$$I(T) = I(T_0) + I'(T_0)\frac{\theta}{1!} + I''(T_0)\frac{\theta^2}{2!} + I'''(T_0)\frac{\theta^3}{3!} + \ldots; \qquad (4)$$

здесь θ — температура термосопротивления, отсчитанная от T_0; T_0 — произвольно выбранное значение температуры в °К.

Для практики может быть интересен случай, при котором зависимость I от температуры линейна. Очевидно, этому должно соответствовать в выражении (4) равенство нулю всех производных, кроме первой. Но одновременное выполнение этих условий невозможно.

Остановимся на равенстве нулю 2-й производной, т. е.

$$\frac{d^2I}{dT^2}_{(T=T_0)} = -U(ab+c)\frac{r''_{10}(br_{10}+c) - 2(r'_{10})^2}{(br_{10}+c)^3} = 0, \qquad (5)$$

откуда получим

$$br_{10} + c = 2\frac{f(r'_{10})^2}{r''_{10}}; \qquad (6)$$

здесь r_{10}, r'_{10} и r''_{10} — значения термосопротивления и его производных при температуре T_0.

Производные от тока при условии выполнения равенства (6) могут быть представлены в виде:

$$I'''(T_0) = -I'(T_0)\frac{B^2}{2T_0^4}; \quad I^{\mathrm{IV}}(T_0) = I'(T_0)\frac{2B^2}{T_0^5};$$
$$I^{\mathrm{V}}(T_0) = I'(T_0)\frac{B^2}{T_0^6}\left(\frac{3}{4}\frac{B^2}{T_0^2} - 10\right). \qquad (7)$$

Подставив выражения (7) в (4), получаем:

$$I(T_0+\theta) = I(T_0) + I'(T_0)\theta - I'(T_0)\frac{B^2}{2T_0^4}\frac{\theta^3}{3!} + I'(T_0)\frac{2B^2}{T_0^5}\frac{\theta^4}{4!} +$$
$$+ I'(T_0)\frac{B^2}{T_0^6}\left(\frac{3}{4}\frac{B^2}{T_0^2} - 10\right)\frac{\theta^5}{5!} + \ldots \qquad (8)$$

Очевидно, что члены ряда, начиная с третьего, характеризуют нелинейность в зависимости $I(T_0+\theta)$, представленной на рис. 2. Если T_0 находится в пределах измеряемого диапазона температур, то кривая $I = (T_0+\theta)$ в этой области имеет точку перегиба, соответствующую T_0.

Считаем, что в качестве измерителя применяется магнито-электрический прибор, имеющий равномерную шкалу. Для удобства градуировки зависимость тока от температуры можно взять в виде прямой, секущей в трех точках в пределах измеряемого диапазона температур кривую $I(T)$ (см. рис. 2). Средняя из этих точек соответствует T_0 и является точкой перегиба кривой.

Если секущая прямая *1* имеет угол наклона α, то ее уравнение

$$I(T) = I(T_0) + (\tau - T_0)\operatorname{tg}\alpha, \tag{9}$$

откуда

$$\tau = T_0 + \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}[I(T) - I(T_0)], \tag{10}$$

где τ — температура, отсчитанная по прибору. Погрешность, обусловленная таким способом градуировки, составляет:

$$\Delta\theta = \tau - T. \tag{11}$$

Подставив (8) и (10) в равенство (11), получаем:

$$\Delta\theta = \theta\left\{\frac{I'(T_0)}{\operatorname{tg}\alpha}\left[1 - \frac{B^2\theta^2}{2T_0^4 3!} + \frac{2B^2\theta^3}{T_0^5 4!} + \frac{B^2}{T_0^6}\left(\frac{3}{4}\frac{B^2}{T_0^2} - 10\right)\frac{\theta^4}{5!}\right] - 1\right\}. \tag{12}$$

Кривая погрешностей, соответствующих такому методу градуировки, показана на рис. 3 (кривая *1*).

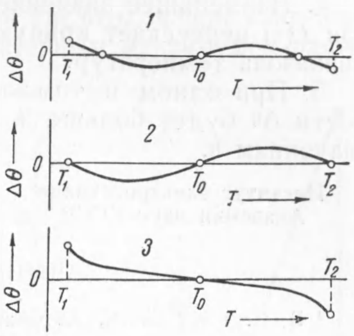

Рис. 3

Очевидно, здесь возможны два частных случая: 1) прямая $I(\tau)$ пересекает кривую $I(T)$ в точках, соответствующих границам измеряемого диапазона температур, и в точке перегиба (рис. 2, *2*); 2) прямая $I(\tau)$ — касательная к кривой $I(T)$ в точке перегиба (рис. 2, *3*).

Первому случаю соответствует равенство углов α и β. Так как $\operatorname{tg} = \beta\frac{I(T_0)}{T_0 - T_1}$, то уравнение (12) для этого случая преобразуется к виду

$$\Delta\theta = \theta\left\{(T_0 - T_1)\frac{I'(T_0)}{I(T_0)}\left[1 - \frac{B^2\theta^2}{2T_0^4 3!}\ \text{[redacted]}\ \frac{2B^2\theta^3}{T_0^5 4!} + \frac{B^2}{T_0^6}\left(\frac{3}{4}\frac{B^2}{T_0^2} - 10\right)\frac{\theta^4}{5!}\right] - 1\right\}. \tag{13}$$

Для второго случая $\alpha = \gamma$, а так как $\operatorname{tg}\gamma = I'(T_0)$, то уравнение (12) можно представить в виде

$$\Delta\theta = \frac{B^2\theta^3}{2T_0^4 3!}\left[\frac{\theta}{T_0} + \frac{\theta^2}{T_0^2}\left(\frac{3}{40}\frac{B^2}{T_0^2} - 1\right) - 1\right]. \tag{14}$$

Кривые погрешностей, соответствующие этим двум случаям, представлены на рис. 3 (кривые *2* и *3*).

Метод градуировки прибора выбираем, исходя из желаемого характера распределения погрешностей вдоль измеряемого диапазона температур и максимально допустимой величины погрешности.

Очевидно, что наиболее общий случай (кривая *1*) соответствует наименьшему значению $\Delta\theta$ и наиболее равномерному распределению погрешностей вдоль измеряемого диапазона. Случай, соответствующий кривой *3*, дает наибольшую погрешность, которая будет на границах измеряемого диапазона. Значения температур, соответствующих $\Delta\theta_{\text{макс}}$ для кривых *1* и *2* на рис. 3, можно определить из условия $d(\Delta\theta)/d\theta = 0$.

Ограничимся 3 членами в квадратных скобках выражения (12), тогда

$$\frac{d(\Delta\theta)}{d\theta} = D\left[1 - \frac{3B^2\theta^2}{2T_0^4 3!} + \frac{4\cdot 2B^2\theta^3}{T_0^5 4!}\right] - 1 = 0, \tag{15}$$

где $D = I'(T_0)/\operatorname{tg}\alpha$.

Из выражения (15) получаем:

$$\theta^3 - \frac{3}{4} T_0 \theta^2 + (D-1) \frac{3T_0^5}{B^2} = 0. \qquad (16)$$

Определив θ, можем найти $\Delta\theta_{макс}$.

На основании проведенного анализа можно сделать следующие выводы:

1. Несмотря на экспоненциальный закон изменения термосопротивления от температуры, можно получить весьма близкую к линейной зависимость тока в измерительной диагонали моста в функции температуры.

2. Эта зависимость может быть получена как для симметричного, так и несимметричного моста.

3. Отклонение от линейной зависимости определяется погрешностью градуировки прибора, которая зависит от метода градуировки, измеряемого диапазона температуры и константы термосопротивления.

4. Наименьшее значение погрешности можно получить, когда прямая $I(\tau)$ пересекает кривую $I(T)$ в трех точках внутри измеряемого диапазона температур.

5. При одном и том же значении θ абсолютное значение погрешности $\Delta\theta$ будет больше в области, соответствующей отрицательным значениям θ.

Институт электротехники
Академии наук УССР

Поступило
23 VI 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Б. С. Сотсков, Автоматика и телемеханика, № 1 (1948).