

Взаимодействия Скалярных Мезонов при Низких Энергиях

Е.З. Авакян¹, С.Л. Авакян²

Гомельский государственный технический университет
им. П. О. Сухого, 246746 Гомель, Беларусь

В рамках МКК получено аналитическое выражение для четырехточечной диаграммы распада $P \rightarrow P_1 P_2 P_3$ с учетом разности параметров кварков. Изучен вклад промежуточных векторных состояний в амплитуды сильных распадов псевдоскалярных мезонов. Рассмотрен вклад скалярных мезонов в амплитуды изучаемых распадов. Получены численные значения ширин и параметров далитцевского распределения распадов $\eta \rightarrow \pi^0 \pi^+ \pi^-$, $\eta' \rightarrow \eta \pi^0 \pi^0$, $\eta' \rightarrow \eta \pi^+ \pi^-$. Исследована зависимость численного значения ширины распада $\eta \rightarrow \pi^0 \pi^+ \pi^-$ от разности параметров нестранных кварков. Оказалось, что наилучшее согласие с экспериментальными данными достигается при $\Lambda_d - \Lambda_u \sim 500 \text{ KeV}$. Нами получено $\Gamma(\eta \rightarrow \pi^0 \pi^+ \pi^-) = 0,2996 \text{ KeV}$ ($\Gamma_{\text{exp}}(\eta \rightarrow \pi^0 \pi^+ \pi^-) = 0,299 \pm 0,016 \text{ KeV}$).

PACS numbers: 12.39.-x, 13.20.-v, 13.40.-f, 14.40.Be

Keywords: мезоны, кварки, формфакторы

1. Введение

Адронные распады η, η' мезонов играют важную роль для изучения симметрий и их нарушений в сильных взаимодействиях. Согласно [1], брэнчинги трехчастичных адронных распадов составляют $\sim 55\%$ для $\eta \rightarrow \pi\pi\pi$ и $\sim 65\%$ в случае $\eta' \rightarrow \eta\pi\pi$. Так как в распадах $\eta \rightarrow \pi\pi\pi$ не сохраняется изоспин, они могут происходить только в случае $m_u \neq m_d$, либо благодаря электромагнитным эффектам. Следует отметить, что в случае распадов η на 3π мезона электромагнитные поправки пренебрежимо малы [2]-[4], поэтому амплитуды указанных распадов пропорциональны разности масс u и d кварков $m_u - m_d$.

Изучение распада $\eta' \rightarrow \eta\pi\pi$ представляется интересным по нескольким причинам. Во-первых, квантовые числа мезонов, участвующих в данном процессе, таковы, что единственными разрешенными промежуточными состояниями являются скаляры. Во-вторых, участие в процессе одновременно η и η' мезонов позволяет изучить механизм смешивания. В-третьих, изучение распадов, в которых участвуют η и η' является хорошей проверкой теорий, претендующих на адекватное описание сильных взаимодействий при низких энергиях в КХД.

Экспериментальное изучение адронных распадов η и η' началось более 40 лет назад [5]-[7] и интенсивно ведется в последнее время [8]-[10]. Наряду с экспериментальными исследованиями, сильные распады $\eta \rightarrow \pi\pi\pi$ и $\eta' \rightarrow \eta\pi\pi$ интенсивно изучались в теоретических подходах, основанных на киральной теории возмущений и ее расширениях [11]-[13], в рамках дисперсионных теорий [14],[15], в модели [16], в рамках нерелятивистской эффективной теории поля [17] и ряде других подходов [18].

В данной работе распады $\eta \rightarrow \pi\pi\pi$ и $\eta' \rightarrow \eta\pi\pi$ изучались в рамках Модели Конфаймированных Кварков (МКК), основанной на определенных предположениях о механизмах адронизации и конфайнмента [19]. Получены аналитические выражения

¹ E-mail: mikot@tut.by

² E-mail: avakyan@tut.by

для вклада контактной (четырёхточечной) диаграммы, изучены вклады промежуточных векторных и скалярных состояний. На основе имеющихся экспериментальных данных, получено значение разности параметров, характеризующих области конфайнмента u и d кварков. Вычислены ширины и далитцевские параметры распадов $\eta \rightarrow \pi\pi\pi$ и $\eta' \rightarrow \eta\pi\pi$.

2. Сильные взаимодействия η, η' - мезонов

Рассмотрим адронные трехчастичные распады η и η' мезонов. Амплитуда распада $P_1 \rightarrow P_2 P_3 P_4$ определяется диаграммами, приведенными на рисунке 1.

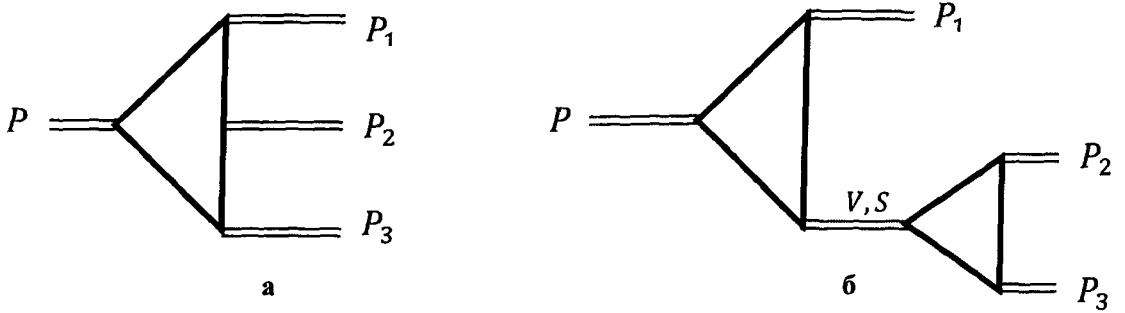


Рис. 1

Она может быть записана в виде

$$\langle P_1 P_2 P_3 | P \rangle = i (2\pi)^4 \delta(p - p_1 - p_2 - p_3) A(s, t, u),$$

где

$$A(s, t, u) = A_{dir}(s, t, u) + A_V(s, t, u) + A_S(s, t, u),$$

здесь $A_{dir}(s, t, u)$ амплитуда, соответствующая диаграмме на рисунке 1а, соответственно $A_V(s, t, u)$ и $A_S(s, t, u)$ - соответствуют диаграммам с промежуточными векторными и скалярными состояниями.

Инвариантные переменные s, t, u определены следующим образом:

$$\begin{aligned} s &= (p - p_1)^2 = (p_2 + p_3)^2 \\ u &= (p - p_2)^2 = (p_1 + p_3)^2 \\ t &= (p - p_3)^2 = (p_1 + p_2)^2 \\ s + u + t &= m^2 + m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 = 3s_0 \end{aligned}$$

Необходимые Лагранжианы взаимодействия η, η' - мезонов с кварками, запишем в виде:

$$\begin{aligned} L_\eta &= g_\eta \eta \left[\frac{\cos \varphi}{\sqrt{2}} (\bar{u}i\gamma^5 u + \bar{d}i\gamma^5 d) - \sin \varphi \cdot \bar{s}i\gamma^5 s \right] \\ L_{\eta'} &= g_{\eta'} \eta' \left[\frac{\sin \varphi}{\sqrt{2}} (\bar{u}i\gamma^5 u + \bar{d}i\gamma^5 d) - \cos \varphi \cdot \bar{s}i\gamma^5 s \right] \end{aligned}$$

Угол смешивания η и η' мезонов зафиксирован нами в [20]

$$\varphi = 39,3^\circ$$

В распадах $\eta \rightarrow \pi\pi\pi$ не сохраняется изоспин, поэтому они могут происходить только в случае $m_u \neq m_d$, поэтому при вычислениях в рамках МКК мы должны различать Λ_u и Λ_d . Нами было показано, что вклад в амплитуду $A(s, t, u)$ промежуточных векторных мезонов мал, а основной вклад в амплитуду дают скалярные состояния.

3. Учет промежуточного скалярного мезона

Проблема описания скалярных мезонов является одной из самых актуальных в современной физике элементарных частиц «до чарма» [21]. В первую очередь, это относится к самой легкой из скалярных частиц $f_0(600)$, которая играет ключевую роль при описании нуклон- нуклонных взаимодействий, $\pi\pi$ – рассеяния и нелептонных взаимодействий каонов. В отличие от векторных и тензорных резонансов идентификация скалярных состояний остается сложной задачей на протяжении всего времени их изучения. В таблице 1 приведены основные свойства скалярных мезонов, взятые из [22].

Таблица 1: – Основные свойства скалярных мезонов [22]

Мезон	Масса (MeV)	Ширина (MeV)	Изоспин, странность
$f_0(500), \sigma$	400 – 550	400 – 700	$I = 0, S = 0$
$K_0^*(800), \kappa$	682 ± 29	547 ± 24	$I = \frac{1}{2}, S = \pm 1$
$f_0(980)$	990 ± 20	40 – 100	$I = 0, S = 0$
$a_0(980)$	980 ± 20	50 – 100	$I = 1, S = 0$
$f_0(1370)$	1200 – 1500	200 – 500	$I = 0, S = 0$
$K_0^*(1430)$	1425 ± 50	270 ± 80	$I = \frac{1}{2}, S = \pm 1$
$a_0(1450)$	1474 ± 19	265 ± 13	$I = 0, S = 0$
$f_0(1500)$	1505 ± 6	109 ± 7	$I = 1, S = 0$

С теоретической точки зрения проблема скалярных мезонов состоит в том, что до сих пор остается неясной их внутренняя структура. Есть модели, рассматривающие скалярные мезоны 0^{++} как двухкварковые состояния $(q\bar{q})$ [23,24]. В отличие от псевдоскалярных, векторных, аксиально векторных и тензорных мезонов, описание которых полностью согласуется с наивной двухкварковой моделью, скалярные частицы не укладываются в указанную схему. Из таблицы 1 видно, что скалярные мезоны образуют два нонета, изображенных на рисунке 2.

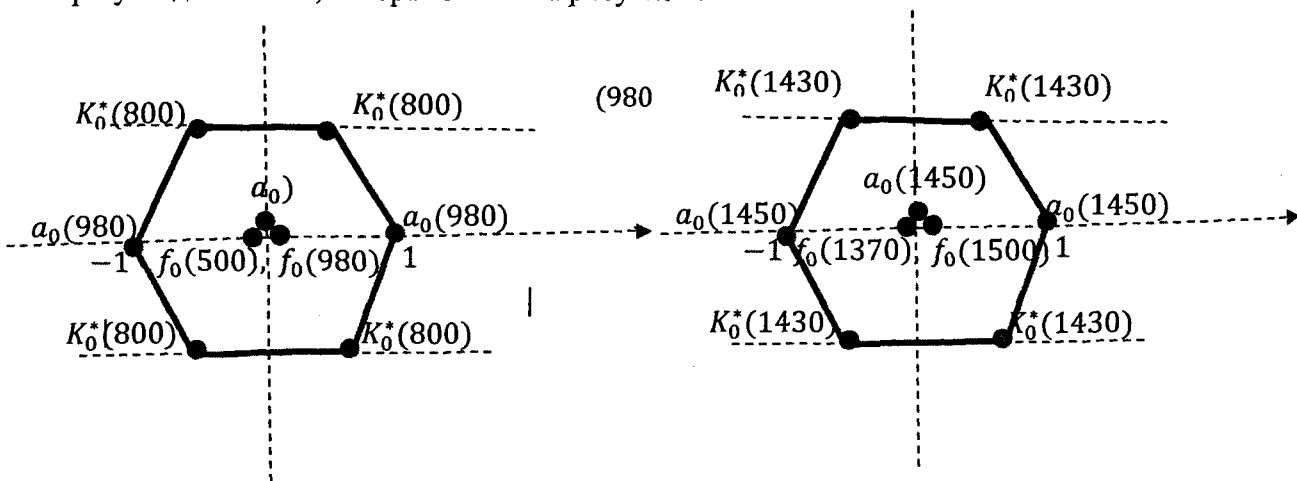


Рис. 2: Нонеты скалярных мезонов. По горизонтальной оси отложен изоспин, по вертикальной-странность.

Из рисунка 2 видно, что в нонете легких скалярных мезонов нарушена массовая иерархия, т.е. массы частиц, содержащих странный кварк, меньше, чем массы нестранных частиц. В ряде подходов скалярные мезоны рассматриваются как четырех

кварковые системы ($qq\bar{q}\bar{q}$). Легкие нестранные нейтральные скаляры, в этом случае, имеют следующий состав:

$$\begin{aligned} f_0(500) &\Rightarrow u\bar{u}d\bar{d}, \\ f_0(980) &\Rightarrow s\bar{s}\frac{u\bar{u} + d\bar{d}}{\sqrt{2}} \cos \delta_s + u\bar{u}d\bar{d} \sin \delta_s, \\ a_0(980) &\Rightarrow s\bar{s}\frac{u\bar{u} - d\bar{d}}{\sqrt{2}}. \end{aligned}$$

Существуют также подходы, связывающие скалярные мезоны со скалярными глюониями, наличие которых предсказывается в рамках КХД.

В данной работе скалярные мезоны будем рассматривать в рамках двухкварковой схемы, описанной в работе [25]. Будем рассматривать скалярные мезоны как двухкварковые состояния, описываемые Лагранжианом:

$$L_S^i = \frac{g_S}{\sqrt{2}} S^i \bar{q}_m^a \left(1 - i \frac{H}{\Lambda} \vec{\delta} \right) \lambda^{mn} q_n^a$$

где $\vec{\delta} \equiv \vec{\hat{\delta}} - \vec{\delta}$, H -неизвестный параметр,

$$\lambda = \begin{cases} \text{diag}(1, -1, 0) \Rightarrow a_0(975) \\ \text{diag}(\cos \delta_s, \cos \delta_s, -\sqrt{2} \sin \delta_s) \Rightarrow f_0(600) \\ \text{diag}(-\sin \delta_s, -\sin \delta_s, -\sqrt{2} \cos \delta_s) \Rightarrow f_0(980) \end{cases}$$

В работе [25] нами были получены значения параметров H и δ_s

$$\begin{aligned} H &= 0,54, \\ \sin \delta_s &= 0,3. \end{aligned}$$

Оказалось, что в Модели Конфайнированных Кварков (МКК) использование простейшего Лагранжиана с вершиной $\Gamma_S = I$ приводит к нефизическому поведению формфактора распада $S \rightarrow PP$. Показано, что для адекватного описания взаимодействия скалярных мезонов с кварками необходимо ввести в Лагранжиан взаимодействия дополнительный член с производной. Дополнительный параметр зафиксирован из условия согласованности Адлера и экспериментальных данных о ширине распада $f_0(980) \rightarrow \pi\pi$. Для определения массы скалярного $f_0(600)$ были использованы данные о длинах $\pi\pi$ - рассеяния. Оказалось, что наилучшее согласие с экспериментальными данными достигается при $m_f = 500 \div 515 \text{ МэВ}$.

4. Получение численных значений параметров и ширин адронных трехчастичных распадов η и η' мезонов

Применим полученные выше результаты к изучению распадов $\eta \rightarrow \pi^0 \pi^+ \pi^-$, $\eta' \rightarrow \eta \pi^0 \pi^0$, $\eta' \rightarrow \eta \pi^+ \pi^-$.

В таблице 2 приведены численные значения $\mathcal{A}(s, t, u)$, а также отдельных вкладов $\mathcal{A}_{dir}(s, t, u)$, $\mathcal{A}_V(s, t, u)$, $\mathcal{A}_S(s, t, u)$, вычисленные с использованием различных значений $\Lambda_u - \Lambda_d$ при $s = u = 0.2 \text{ GeV}^2$.

Таблица 2

$\Lambda_d - \Lambda_u$ (KeV)	$\mathcal{A}(s, t, u)$	$\mathcal{A}_4(s, t, u)$	$\mathcal{A}_V(s, t, u)$	$\mathcal{A}_S(s, t, u)$
0	$3,85 \times 10^{-6}$	$3,85 \times 10^{-6}$	0	0
2	$2,20 \times 10^{-4}$	$-6,37 \times 10^{-6}$	$1,57 \times 10^{-7}$	$2,258 \times 10^{-4}$
3	$3,31 \times 10^{-4}$	$-7,63 \times 10^{-6}$	$2,36 \times 10^{-7}$	$3,39 \times 10^{-4}$
20	$2,23 \times 10^{-3}$	$-2,91 \times 10^{-5}$	$1,58 \times 10^{-7}$	$2,24 \times 10^{-3}$

Из приведенной таблицы видно, что вклад вклад промежуточного скалярного мезона является определяющим в то время, как вклад промежуточного векторного мезона пренебрежимо мал.

При изучении распада $\eta' \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$ разностью параметров Λ_u и Λ_d можно пренебречь. Распределение Далитца для трехчастичных распадов $P \rightarrow P_1P_2P_3$, ($P_2 = \bar{P}_3$) обычно описывается двумя переменными

$$x = \frac{\sqrt{3}(u-t)}{2m(m-m_1-2m_{23})}$$

$$y = \frac{(m_1+2m_{23})[(m-m_1)^2-s]}{2m \cdot m_{ij}(m-m_1-m_{12})} - 1$$

Разложение $|\mathcal{A}(x,y)|^2$ по степеням x и y в случае распадов, содержащих заряженные частицы, может быть записан в виде

$$|\mathcal{A}(x,y)|^2 = |N|^2(1+ay+by^2+cx^2+dy^3+\dots)$$

В случае распада на три одинаковые частицы разложение несколько упрощается и принимает вид

$$|\mathcal{A}(x,y)|^2 = |N|^2(1+g(y^2+x^2)+\dots)$$

Ширину распадов вычислим по стандартной формуле

$$\Gamma(P \rightarrow P_1P_2P_3) = \frac{1}{32m^3} \int_{4m_{23}^2}^{(m-m_1)^2} ds \int_{u^-(s)}^{u^+(s)} |\mathcal{A}(s,t,u)|^2 du$$

Где

$$u^\pm(s) = m_{23}^2 + m_1^2 - \frac{1}{2s} \left\{ (s-m^2+m_1^2)s \mp \sqrt{\lambda(s,m^2,m_1^2)\lambda(s,m_{23}^2,m_{23}^2)} \right\}$$

$\lambda(x,y,z)$ - кинематическая функция, определенная стандартным образом.

В таблице 3 приведены значения ширины распада $\eta \rightarrow \pi^0\pi^+\pi^-$, вычисленные при различных значениях разности $\Lambda_d - \Lambda_u$.

Таблица 3

$\Lambda_d - \Lambda_u (KeV)$	20	200	500	2000
$\Gamma(\eta \rightarrow \pi^0\pi^+\pi^-) (KeV)$	0,2656	0,2743	0,2996	0,6320

В таблице 4 приведены вычисленные ширины распадов, а также значения далитцевских параметров a и b , вычисленные при $m_{f_0} = 600 MeV$.

Таблица 4

Распад	$\Gamma_{exp}(keV)$	$\Gamma(keV)$	a_{exp}	a	b_{exp}	b
$\eta' \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$	89 ± 11	96	-0.16 ± 0.06	-0.26	-	0.03
$\eta' \rightarrow \eta\pi^0\pi^0$	42 ± 6	47	-0.116 ± 0.026	-0.16	0.003 ± 0.017	0.03
$\eta \rightarrow \pi^0\pi^+\pi^-$	0.299 ± 0.16	0.2996	-1.22 ± 0.07	-1.21	-0.062 ± 0.008	

Из таблиц 3 и 4 видно, что наилучшее согласие с экспериментальными данными достигается при $\Lambda_d - \Lambda_u = 500(KeV)$. Полученные численные значения ширины и параметров находится в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными.

Список использованных источников

- [1] PDG Prog.Theor.Exp.Phys. 2022, 083C01 (2022).
- [2] Sutherland D. G., Current algebra and the decay $\eta \rightarrow 3\pi$ // D. G. Sutherland,Phys. Lett. 23 (1966) 384-385.
- [3] Baur R., Electromagnetic corrections to the decays $\eta \rightarrow 3\pi$ // R. Baur, J. Kambor and D. Wyler Nucl.Phys. B 460 (1996) 127-139 [arXiv:hep-ph/9510396].
- [4] Ditsche C., Electromagnetic corrections in $\eta \rightarrow 3\pi$ decays,// C. Ditsche, B. Kubis and U.-G. Meißner Eur.Phys. J. C 60 (2009) 83-105 [arXiv:0812.0344 [hep-ph]]
- [5] Gormley M., Experimental Determination of the Dalitz-Plot Distribution of the Decays $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ and $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$, and Branching Ratio $\frac{\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma}{\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0}$ // M. Gormley et.al., PhysRev D.2.(1970)501-509.
- [6] Layter J. G. , Study of Dalitz-Plot Distributions of the Decays $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ and $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ // J. G. Layter et.al, PhysRevD.7.(1973)2565-2478.
- [7] Abele A., Momentum dependence of the decay $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ // A.Abele et.al (Crystal Barrel Collaboration), Phys.Lett. B417(1998) 197-201.
- [8] Prakhov S., Measurement of the Slope Parameter alpha for the $\eta \rightarrow 3\pi^0$ decay with the Crystal Ball at MAMI-C// S. Prakhov et.al.(Crystal Ball at MAMI) Phys.Rev. C79 (2009) 035204-035218.
- [9] Ambrosino F., Measurement of the $\eta \rightarrow 3\pi^0$ slope parameter α with the KLOE detector// F. Ambrosino et. al., (KLOE Collaboration) Phys.Lett. B694 (2010) 16-21
- [10] Adlarson P., Measurement of the $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ Dalitz plot distribution.// P. Adlarson et. al., (WASA-at-COSY Collaboration) arXiv:1406.2505v1 [hep-ex] 10 Jun 2014
- [11] Bijnens J., $\eta \rightarrow 3\pi$ at Two Loops In Chiral Perturbation Theory.// J. Bijnens.K.Ghobrani JHEP 0711(2007)030-65, arXiv:0709.0230 [hep-ph]
- [12] Kupsc A., What is interesting in η and η' Meson Decays? // Andrzej Kupsc, arXiv:0709.0603 [nucl-ex](2007)
- [13] Escribano R., Chiral dynamics predictions for $\eta' \rightarrow \eta\pi\pi$ // R. Escribano,P. Masjuan,J.J. Sanz-Cillero JHEP 1105 (2011) 094-124.
- [14] Colangelo G., A New Dispersive Analysis of $\eta \rightarrow 3\pi$.// G. Colangelo, S. Lanz and E. Passemar PoS CD09, (2009)047-056, arXiv:0910.0765 [hep-ph]
- [15] Kambor J. Final state interactions and Khuri–Treiman equations in $\eta \rightarrow 3\pi$ decays, // J. Kambor, C. Wiesendanger and D. Wyler Nucl. Phys. B 465 (1996) 215 [arXiv:hep-ph/9509374]
- [16] Fariborz Amir H.,Chiral Nonet Mixing in $\eta' \rightarrow \eta\pi\pi$ Decay// Amir H. Fariborz et.al arXiv:1407.3870v1 [hep-ph] (2014)
- [17] Schneider S. P., Rescattering effects in $\eta \rightarrow 3\pi$ Decays // S. P. Schneider, B. Kubis, and C. Ditsche JHEP 1102, (2011)1-48, arXiv:1010.3946 [hep-ph]
- [18] Borasoy B., Hadronic η and η' Decays // B. Borasoy, R. Nisler Eur.Phys.J. A26 (2005) 383-398, arXiv:hep-ph/0510384v2
- [19] Efimov G. V., Ivanov M. A. // The Quark Confinement Model of Hadrons, London: IOP Publishing Ltd, 1993.
- [20] Avakyan E., Mixing Parameters of η and η' Mesons // E.Avakyan, S.Avakyan Physics of Particles and Nuclei Letters - 2010 - Vol. 7, No. 6 - P. 391–396.
- [21] Amsler, C. Note on Scalar Mesons below 2 GeV // Chin. Phys. 2016. C40, P.100001
- [22] M. Tanabashi *et al.* (Particle Data Group), Phys. Rev. 2018.D 98, 030001

- [23] Boglione M., Pennington M. R. Dynamical generation of scalar mesons // Phys. Rev.2002. Vol. D65, P.114010.
- [24] Tornqvist N. A. Understanding the scalar meson q anti- q nonet // Z. Phys.1995. С 68, P. 647
- [25] Авакян Е.З., Описание скалярных мезонов как двух- и четырехкварковых состояний / Е.З.Авакян, С.Л.Авакян // Журнал Белорусского государственного университета. Физика. - 2019. - №1. - С.72-87.