

М. А. ГИНЦБУРГ

О РАСПРОСТРАНЕНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН
В ГИРОТРОПНОМ СЛОЕ

(Представлено академиком Л. Д. Ландау 3 I 1954)

1. Угол ψ поворота плоскости поляризации электромагнитной волны при ее распространении в среде, находящейся во внешнем магнитном поле, зависит от напряженности H_0 этого магнитного поля и от расстояния d , проходимого волной в такой гиротропной среде. Если не учитывать отражения от границ гиротропной среды и считать магнитное поле слабым (учитывая лишь первую степень H_0), то зависимость угла ψ от H_0 и от d выражается законом Фарадея $\psi = \text{const} \cdot H_0 d$. Преломление на границах существенно влияет не только на интенсивность, но также и на поляризацию волны, прошедшей сквозь гиротропный слой. Закон Фарадея заменяется иной, более сложной зависимостью ψ от d . Рассмотрению этого эффекта и посвящена настоящая заметка.

2. Рассмотрим случай нормального падения плоской волны $E_{1y}^+ = 0$, $E_{1x} = 2e^{i(kz - \omega t)}$ на плоский гиротропный слой 2 ($d > z > 0$), расположенный между изотропными средами 1 ($z < 0$) и 3 ($z > d$). Направление внешнего магнитного поля H_0 совпадает с направлением распространения волны — с осью OZ . В среде 1 $\epsilon = \epsilon^{(1)}$, $\mu = \mu^{(1)}$, в среде 3 $\epsilon = \epsilon^{(3)}$, $\mu = \mu^{(3)}$. Среда 2 описывается тензорами ϵ_{ik} и μ_{ik} ($\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \epsilon_1$; $\epsilon_{zz} = \epsilon_3$; $\epsilon_{yx} = -\epsilon_{xy} = i\epsilon_2$; $\mu_{xx} = \mu_{yy} = \mu_1$; $\mu_{yx} = -\mu_{xy} = i\mu_2$; $\mu_{zz} = \mu_3$) (1^{-4}).

Падающую волну E_{1x}^+ можно представить в виде суммы двух волн, поляризованных по кругу: $\bar{E}_{1x} = e^{i(\bar{k}z - \omega t)}$, $\bar{E}_{1y}^+ = i\bar{E}_{1x}^+$ и $\bar{E}_{1x}^+ = e^{i(\bar{k}z - \omega t)}$, $\bar{E}_{1y}^+ = -i\bar{E}_{1x}^+$. В изотропной среде $\bar{k} = \bar{k}$, в гиротропной среде $\bar{k} \neq \bar{k}$. Из уравнений Максвелла нетрудно найти постоянные распространения \bar{k} и \bar{k} :

$$\bar{k} = \frac{\omega}{c} [(\epsilon_1 + \epsilon_2)(\mu_1 + \mu_2)]^{1/2}; \quad \bar{k} = \frac{\omega}{c} [(\epsilon_1 - \epsilon_2)(\mu_1 - \mu_2)]^{1/2}, \quad (1)$$

а также импедансы $Z_i = E_x/H_y$ сред 1, 2, 3 для циркулярно поляризованных волн:

$$\bar{Z}_2 = \left(\frac{\mu_1 + \mu_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2}\right)^{1/2}; \quad \bar{Z}_2 = \left(\frac{\mu_1 - \mu_2}{\epsilon_1 - \epsilon_2}\right)^{1/2};$$

$$\bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 = \left(\frac{\mu^{(1)}}{\epsilon^{(1)}}\right)^{1/2}; \quad \bar{Z}_3 = \bar{Z}_3 = \left(\frac{\mu^{(3)}}{\epsilon^{(3)}}\right)^{1/2}. \quad (2)$$

3. Комплексные амплитуды циркулярно поляризованных волн \bar{E} и \bar{E} определяются из условий непрерывности тангенциальных составляющих векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} на плоскостях раздела $z = 0, d$. Эти краевые

условия должны выполняться для каждой из циркулярно поляризованных волн в отдельности. Определив из них \bar{E}_x , \bar{E}_y , \bar{E}_x и \bar{E}_y в каждой из трех сред, находим отношения

$$\frac{E_{3y}}{E_{3x}} = i \frac{\bar{E}_{3x} - \bar{E}_{3x}}{\bar{E}_{3x} + \bar{E}_{3x}} = i \frac{(1 + Z_{13}) [\cos \bar{k}d - \cos \bar{k}d] + i(\bar{Z}_{12} + \bar{Z}_{23}) \sin \bar{k}d - i(\bar{Z}_{12} + \bar{Z}_{23}) \sin \bar{k}d}{(1 + Z_{13}) [\cos \bar{k}d + \cos \bar{k}d] - i(\bar{Z}_{12} + \bar{Z}_{23}) \sin \bar{k}d - i(\bar{Z}_{12} + \bar{Z}_{23}) \sin \bar{k}d}; \quad (3)$$

$$\frac{E_{1y}}{E_{1x}} = i \frac{(\bar{R}_{12} + \bar{R}_{23} e^{i2\bar{k}d}) (1 + \bar{R}_{12} \bar{R}_{23} e^{i2\bar{k}d}) - (\bar{R}_{12} + \bar{R}_{23} e^{i2\bar{k}d}) (1 + \bar{R}_{12} \bar{R}_{23} e^{i2\bar{k}d})}{(\bar{R}_{12} + \bar{R}_{23} e^{i2\bar{k}d}) (1 + \bar{R}_{12} \bar{R}_{23} e^{i2\bar{k}d}) + (\bar{R}_{12} + \bar{R}_{23} e^{i2\bar{k}d}) (1 + \bar{R}_{12} \bar{R}_{23} e^{i2\bar{k}d})} \quad (4)$$

(где $R_{ik} = \frac{Z_k - Z_i}{Z_k + Z_i}$).

Отделив действительную и мнимую части комплексных отношений (3) и (4) ($E_{1y}/E_{1x} = u_1 + iv_1$; $E_{3y}/E_{3x} = u_3 + iv_3$), находим (см. (1), стр. 35) угол фарадеева вращения ψ и отношение полуосей эллипса поляризации b/a :

$$\operatorname{tg} 2\psi = \frac{2v}{1 - u^2 - v^2}; \quad \sin 2\vartheta = \frac{2u}{1 + u^2 + v^2}, \quad \text{где } \operatorname{tg} \vartheta = \frac{b}{a}.$$

Рассматривая выражения (3) и (4), нетрудно придти к следующим выводам: 1) угол ψ зависит от толщины слоя d по сложному нелинейному закону, и только при $Z_{ik} = 1$ (т. е. в отсутствие отражения $R_{ik} = 0$) из (4) следует $\psi = \psi_0 = \frac{1}{2}(\bar{k} - \bar{k})d$; 2) хотя падающая волна E_{1x}^+ поляризована линейно, но результирующая волна $\mathbf{E} = \bar{\mathbf{E}} + \bar{\mathbf{E}}$ должна иметь во всех трех средах эллиптическую поляризацию, что и наблюдалось на опыте (4, 5).

В (4) отражение не учитывается: эллиптичность волны связывается только с потерями и даже выбрана в качестве однозначной характеристики поглощения в гиротропном слое. Между тем, из (3) и (4) следует, что эллиптичность волны обусловлена не только поглощением (комплексные Z_{ik} и R_{ik}), но также отражением и преломлением на границах гиротропного слоя. В отсутствие потерь — при действительных Z_{ik} и R_{ik} отношения (3) и (4) тоже комплексны.

4. Вдали от области гиромангнитного или ферромагнитного резонанса гиротропные свойства выражены слабо $\epsilon_2 \ll \epsilon_1$ и $\mu_2 \ll \mu_1$. В линейном приближении относительно ϵ_2/ϵ_1 и μ_2/μ_1 соотношения (3) и (4) значительно упрощаются. Например, при $\epsilon_2 = 0$ (ферриты) (3) переходит в

$$\frac{E_{3y}}{E_{3x}} = -\frac{\mu_2}{\mu_1} \left[\frac{k_0 d}{2} + \frac{1}{2} \frac{(R_{12} - R_{23}) \sin k_0 d e^{i k_0 d} - 2k_0 d R_{12} R_{23} e^{i 2k_0 d}}{1 + R_{12} R_{23} e^{i 2k_0 d}} \right], \quad (5)$$

где R_{ik}^2 и k_0 — коэффициент отражения и постоянная распространения k_2 при $H_0 = 0$ (см. рис. 1).

В оптическом диапазоне влияние преломления на поляризацию невелико — показатель преломления n мало отличается от единицы, коэффициент отражения мал, и второе слагаемое в (5) можно во многих случаях не учитывать. Например, для CS_2 $n = 1,63$, $R^2 = 0,057$; для бензола $R^2 = 0,04$. Напротив, в диапазоне сантиметровых радиоволн ϵ и μ часто значительно отличаются от единицы, коэффициент отражения R уже не малая величина, и отражение и преломление существенно влияют на угол ψ . В радиодиапазоне толщина слоя d

порядка длины волны (^{4,5}), и это обстоятельство также значительно увеличивает влияние преломления на поляризацию (ср. (5)).

5. При некоторых специальных значениях ϵ , μ и d преломление в гиротропном слое не вызывает эллиптической поляризации. Соответствующее условие, накладываемое при заданных ϵ_{ik} и μ_{ik} на величины $\epsilon^{(1)}$, $\mu^{(1)}$, $\epsilon^{(3)}$, $\mu^{(3)}$ и d , нетрудно получить, приравняв нулю мнимую часть выражения (3). В частном случае $\vartheta = 0$ и одновременно $\psi = 45^\circ$ (световой вентиль Рэлея) имеем $\bar{E}_{3x} = -i\bar{E}_{3y}$. Раскрывая это равенство, получаем условия осуществления системы Рэлея: $\bar{Z}_2(Z_1 + Z_3) \cos \bar{k}d = -(\bar{Z}^2 + Z_1 Z_3) \sin \bar{k}d$; $\bar{Z}_2(Z_1 + Z_3) \cos \bar{k}d = (\bar{Z}^2 + Z_1 Z_3) \sin \bar{k}d$.

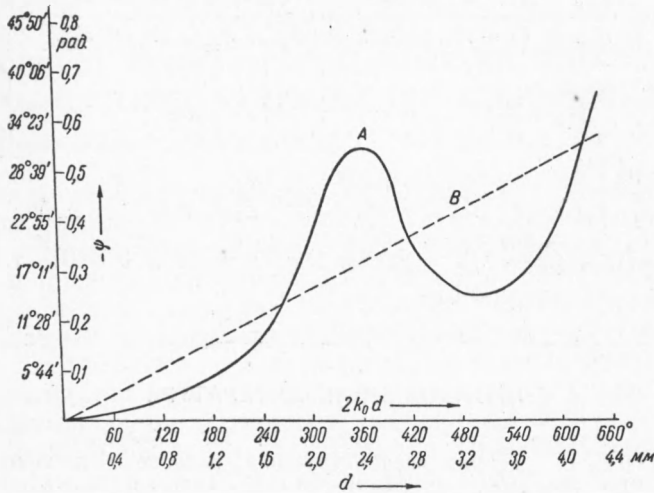


Рис. 1. Зависимость фарадеева вращения ψ от толщины слоя d , вычисленная по формуле (5) в предположении $\epsilon^{(1)} = \epsilon^{(3)} = \mu^{(1)} = \mu^{(3)} = 1$ (кривая A) и при $R = 0$ (прямая B, $\psi = \psi_0$). $\mu_1 = 1$; $\mu_2 = 0,2$; $\epsilon = 10$; $f = 2 \cdot 10^{10}$ гц ($\text{MnO} \cdot \text{ZnO} \cdot 2\text{Fe}_2\text{O}_3$)

6. Коротко остановимся на преломлении в гиротропном слое конечной толщины d , заполняющем отрезок волновода. Эффекты, имеющие место в плоском слое, — эллиптическая поляризация при преломлении, сложная зависимость фарадеева вращения ψ от d и т. д. — сохраняются и в волноводе.

На границе раздела изотропной секции круглого волновода (среды 1 и 3, $z < 0$ и $z > d$) и гиротропного участка 2 возникают все нормальные волны с данным типом симметрии по угловой координате φ . Разложим падающую и отраженную волны в среде 1 по нормальным волнам \mathbf{E}_n изотропного волновода 1, 3: $\mathbf{E}_1^+ = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \mathbf{E}_n$; $\mathbf{E}_1^- = \sum_{n=-\infty}^{-1} a_n \mathbf{E}_n$, аналогично в среде 3: $\mathbf{E}_3 = \sum c_n \mathbf{E}_n$. Поле в гиротропном слое 2 разлагаем по нормальным волнам гиротропного волновода $\bar{\mathbf{E}}_n$: $\mathbf{E}_2 = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} b_n \bar{\mathbf{E}}_n$. Из граничных условий при $z = 0, d$ получаем для определения a_p ($p < 0$) и c_p ($p > 0$) бесконечную систему уравнений:

$$a_p = \sum b_n \gamma_{p,n}; \quad c_p = \sum b_n e^{(\gamma_n - \gamma_p)d} \gamma_{p,n},$$

где индексы p и n пробегает все значения от $-\infty$ до $+\infty$,

$$\gamma_{p,n} = \frac{c}{4\pi N_p} \int_S ([\bar{\mathbf{E}}_n \mathbf{H}_p] + [\mathbf{E}_p \bar{\mathbf{H}}_n]) l dS \quad (S - \text{поперечное сечение волновода}$$

 $1 - \text{единичный вектор по оси } OZ), \bar{\gamma}_n \text{ и } \gamma_p - \text{постоянные распространения, соответственно, в среде 2 и среде 3; } N_p = \frac{c}{2\pi} \int_S [\mathbf{E}_p \mathbf{H}_p] l dS.$

7. Рассмотренные выше эффекты имеют место и в поперечном поле $\mathbf{H}_0 \perp OZ$. Пусть $\mathbf{H}_0 \parallel OY$ и вектор волны, падающей на гиротропный слой E_1^+ , образует с \mathbf{H}_0 угол α . Тогда:

$$\frac{E_{3y}}{E_{3x}} = \frac{(1 + Z_{13}) \cos \bar{k}d - i(\bar{Z}_{12} + \bar{Z}_{23}) \sin \bar{k}d}{(1 + Z_{13}) \cos \bar{k}d - (\bar{Z}_{12} + \bar{Z}_{23}) i \sin \bar{k}d} \frac{E_{1y}^+}{E_{1x}^+},$$

где
$$\bar{k}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\mu_3}{\mu_1} (\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2); \quad \bar{k}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\varepsilon_3}{\mu_1} (\mu_1^2 - \mu_2^2); \quad \bar{Z} = \left[\frac{\varepsilon_1 \mu_3}{\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2} \right]^{1/2};$$

$$\bar{Z} = - \left[\frac{\mu_1^2 - \mu_2^2}{\varepsilon_3 \mu_1} \right]^{1/2}.$$

При $R_{ih} = 0$ и $(\bar{k} - k)d = (2n + 1)\pi \quad \psi = 2\alpha$ и $\vartheta = 0$, т. е. чистое вращение без эллиптичности.

Поступило
6 IX 1952

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ М. Борн, Оптика, пер. с немецк. В. М. Коновалова, 1937, §§ 7, 78.
² В. Л. Гинзбург, Теория распространения радиоволн в ионосфере, 1949.
³ D. Polder, Phil. Mag., 40, 99 (1949). ⁴ C. L. Hogan, Bell System Techn. J., 34, 1 (1952). ⁵ L. Goldstein, M. Lampert, J. Heneu, Phys. Rev., 82, 956 (1951); Усп. физ. наук, 45, 472 (1951).