Доклады Академии Наук СССР
1954. Том XCIV, № 5

ФИЗИКА

А. И. АХИЕЗЕР и член-корреспондент АН СССР И. Я. ПОМЕРАНЧУК

ИЗЛУЧЕНИЕ ФОТОНА, СОПРОВОЖДАЮЩЕЕСЯ ЗАХВАТОМ БЫСТРОГО ПРОТОНА ЯДРОМ

1. Поглощение быстрого протона ядром вызывает возмущение падающей протонной волны, благодаря чему может произойти излучение фотона (диффракционное излучение). Однако более существенным является излучение фотона, сопровождающееся непосредственным поглощением протона. Это излучение, которое может быть названо излучением остановки, аналогично рассмотренному в ([1]) излучению фотонов, сопровождающемуся поглощением π-мезонов нуклонами или ядрами. В настоящей заметке мы определим сечение излучения остановки в случае протонов, предполагая, что протон описывается уравнением Дирака и что ядро является абсолютно черным.

2. Для определения сечения интересующего нас процесса нужно найти поток протонов, падающих на ядро, в предположении, что на бесконечности имеется фотон. Будем исходить из уравнения Дирака для протона в поле фотона $A_\mu = \frac{e_\mu}{\sqrt{2\omega}} e^{-i(\mathbf{kr}-\omega t)}$ с энергией ω, импульсом $\mathbf{k}$ и поляризацией e_μ (нормировочный объем считаем равным единице)

$$\left(\gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu} + m\right)\psi = \frac{ie}{\sqrt{2\omega}} \gamma_\mu e_\mu e^{-i(\mathbf{kr}-\omega t)}\psi \tag{1}$$

и заменим в правой части этого уравнения ψ плоской падающей протонной волной $u_{\mathbf{p}} e^{i(\mathbf{pr}-Et)}$, где $u_{\mathbf{p}}$ — спинорная амплитуда плоской волны с импульсом $\mathbf{p}$ и энергией E. Таким образом мы получим неоднородное уравнение для $\psi = \Phi(\mathbf{r}) e^{-iE't}$, где $E' = E - \omega$ и $\Phi(\mathbf{r})$ удовлетворяет уравнению *

$$\left(\vec{\gamma} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} - \gamma_4 E' + m\right)\Phi(\mathbf{r}) = \frac{ie}{\sqrt{2\omega}} \vec{\gamma}\mathbf{e} e^{i(\mathbf{p}-\mathbf{k})\mathbf{r}} u_{\mathbf{p}}. \tag{2}$$

Найдя из этого уравнения $\Phi(\mathbf{r})$ на поверхности ядра, мы сможем определить поток протонов, падающих на ядро, когда на бесконечности имеется фотон. Плотность этого потока равна

$$j = \left(\overline{\Phi} \frac{\vec{\gamma}\mathbf{p}}{p} \Phi\right)_{r=R}, \quad \overline{\Phi} = \Phi^* \gamma_4,$$

а интересующее нас дифференциальное сечение излучения остановки связано с j соотношением

$$d\sigma = \frac{j\pi R^2}{v} \frac{\omega^2 \, d\omega \, d^2\theta}{(2\pi)^3}, \tag{3}$$

* Мы пользуемся хевизайдовой единицей заряда и считаем $c = \hbar = 1$.

где v — скорость протонов и $d^2 0$ — телесный угол, в котором испускается фотон.

Решение уравнения (2) имеет вид

$$\Phi(\mathbf{r}) = -\frac{ie}{\sqrt{2\omega}} \int G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \vec{\gamma} \mathbf{e} e^{i(\mathbf{p}-\mathbf{k})\mathbf{r}'} u_{\mathbf{p}} d^3 r', \tag{4}$$

где $G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ — функция Грина для уравнения Дирака в случае свободного неограниченного пространства ([2])

$$G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{1}{4\pi}\left(\vec{\gamma}\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} - \gamma_4 E' - m\right)\frac{e^{ip'|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}, \quad p' = \sqrt{E'^2 - m^2}. \tag{5}$$

Используя (5), получим

$$\Phi(\mathbf{r}) = -\frac{ie}{\sqrt{2\omega}}\frac{1}{4\pi}[i\vec{\gamma}(\mathbf{p}-\mathbf{k}) - \gamma_4 E' - m]\vec{\gamma}\mathbf{e}u_{\mathbf{p}}\int\frac{e^{ip'|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}e^{i(\mathbf{p}-\mathbf{k})\mathbf{r}'}d^3r' =$$

$$= \frac{ie}{2\sqrt{2\omega}}[i\vec{\gamma}(\mathbf{p}-\mathbf{k}) - \gamma_4 E' - m]\vec{\gamma}\mathbf{e}u_{\mathbf{p}}\frac{e^{i(\mathbf{p}-\mathbf{k})\mathbf{r}}}{p'(p' - |\mathbf{p}-\mathbf{k}|)} \tag{6}$$

(в последнем выражении использовано предположение о малости угла между $\mathbf{k}$ и $\mathbf{p}$ и условие $E \gg m$).

Плотность потока протонов равна

$$j = \frac{-ie^2}{8\omega p}\frac{1}{p'^2(p' - |\mathbf{p}-\mathbf{k}|)^2}\overset{*}{u}_{\mathbf{p}}\vec{\gamma}\mathbf{e}[i\vec{\gamma}(\mathbf{p}-\mathbf{k}) + \gamma_4 E' + m]\gamma_4\vec{\gamma}\mathbf{p}\cdot$$

$$\cdot[i\vec{\gamma}(\mathbf{p}-\mathbf{k}) - \gamma_4 E' - m]\vec{\gamma}\mathbf{e}u_{\mathbf{p}}. \tag{7}$$

Используя соотношение

$$u_{\mathbf{p}} = \frac{1}{2E}(-i\vec{\gamma}\mathbf{p} + \gamma_4 E + m)\gamma_4 u_{\mathbf{p}},$$

перепишем (7) в виде

$$j = \frac{ie^2}{32\omega pE}\frac{1}{p'^2(p' - |\mathbf{p}'-\mathbf{k}|)^2}\mathrm{spur}\{\vec{\gamma}\mathbf{e}[i\vec{\gamma}(\mathbf{p}-\mathbf{k}) - \gamma_4 E' - m]\vec{\gamma}\mathbf{p}\cdot$$

$$\cdot[i\vec{\gamma}(\mathbf{p}-\mathbf{k}) - \gamma_4 E' - m]\vec{\gamma}\mathbf{e}[i\vec{\gamma}\mathbf{p} - \gamma_4 E - m]\}. \tag{8}$$

Просуммировав (8) по поляризациям фотонов и используя (3), получим следующее выражение для дифференциального сечения излучения остановки:

$$d\sigma = \frac{e^2R^2}{(2\pi)^2}\frac{d\omega}{\omega}\frac{1}{\left(\frac{m^2}{p^2} + \theta^2\right)^2}\left\{\frac{p-\omega}{p}\theta^2 + \frac{\omega^2}{2p^2}\left(\frac{m^2}{p^2} + \theta^2\right)\right\}d^2\theta. \tag{9}$$

Первое слагаемое в фигурных скобках определяет излучение остановки для частиц без спина ([1]), а второе обусловлено спином протона. Мы видим, что отличие между излучением остановки для частицы без спина и частицы со спином проявляется только в области больших частот. Необходимо, однако, иметь в виду, что в области больших частот протон нельзя рассматривать как точечный заряд, так как при этом благодаря взаимодействию протона с мезонным вакуумом должно сказываться «размазывание» протона. Влияние размеров протона в некоторых условиях приводит к появлению форм-фактора F, зависящего от инвариантной частоты фотона $\frac{E\omega - \mathbf{kp}}{m}$ *

$$F = F\left(\frac{E\omega - \mathbf{kp}}{m\mu}\right) = F\left[\left(\frac{\omega}{2E} + \frac{E\omega}{2m^2}\theta^2\right)\frac{m}{\mu}\right]. \tag{10}$$

* При этом мы считаем размеры протона порядка $1/\mu$.

Протон можно рассматривать как точечный при малых аргументах этой функции, когда $\omega \ll E\frac{\mu}{m}$ и $\theta \ll \sqrt{\frac{\mu m}{E\omega}}$.

Сечение излучения остановки с учетом форм-фактора протона имеет вид

$$d\sigma = \frac{e^2R^2}{(2\pi)^2}\frac{d\omega}{\omega}\frac{|F|^2}{\left(\frac{m^2}{p^2}+\theta^2\right)^2}\left\{\frac{p-\omega}{p}\theta^2+\frac{\omega^2}{2p^2}\left(\frac{m^2}{p^2}+\theta^2\right)\right\}d^2\theta. \qquad (11)$$

Интегрируя $d\sigma$ по θ, найдем спектральный состав излучения $d\sigma_\omega$. Не учитывая форм-фактора, получим следующее выражение для $d\sigma_\omega$:

$$d\sigma_\omega = \frac{e^2R^2}{2\pi}\ln\left(\frac{E}{\omega}\sqrt{\frac{\mu}{m}}\right)\cdot\left(\frac{E-\omega}{E}+\frac{\omega^2}{2E^2}\right)d\omega, \qquad (12)$$

причем в качестве верхнего предела при интегрировании по θ мы взяли $\theta_m \approx \sqrt{\frac{\mu m}{E\omega}}$, так как при больших θ форм-фактор может сильно уменьшить интенсивность излучения. При $\omega \sim E$ (12) верно только по порядку величины.

Заметим, что экспериментальное изучение излучения остановки может дать важные сведения о форм-факторе протона.

3. Выражение для $d\sigma$ может быть получено также из уравнения второго порядка

$$(\Box - m^2)\psi \approx 2ieA_\nu\frac{\partial\psi}{\partial x_\nu}+\frac{ie}{2}\gamma_\nu\gamma_\mu F_{\nu\mu}\psi, \qquad (13)$$

где $F_{\nu\mu}$ — тензор электромагнитного поля, если заменить в правой части (13) ψ на $e^{i(\mathbf{pr}-Et)}u_\mathbf{p}$ и воспользоваться функцией Грина для скалярного уравнения

$$G_s(\mathbf{r},\mathbf{r}') = \frac{1}{4\pi}\frac{e^{ip'|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}.$$

Заменяя член $\frac{ie}{2}\gamma_\nu\gamma_\mu F_{\nu\mu}\psi$ на $\frac{ie}{2}\rho\gamma_\nu\gamma_\mu F_{\nu\mu}\psi$, можно учесть аномальный магнитный момент протона, равный $(\rho-1)\frac{e}{2}$. Взамен (9) мы получим при этом следующее выражение для $d\sigma$:

$$d\sigma = \frac{e^2R^2}{(2\pi)^2}\frac{d\omega}{\omega}\frac{1}{\left(\frac{m^2}{E^2}+\theta^2\right)^2}\left[\left(1-\rho\frac{\omega}{E}+\frac{1}{2}\rho^2\frac{\omega^2}{E^2}\right)\theta^2+\frac{1}{2}\rho^2\frac{\omega^2}{E^4}m^2\right]. \qquad (14)$$

В заключение мы хотим выразить благодарность акад. Л. Д. Ландау за интерес к работе и за ценную дискуссию.

Поступило
30 XI 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Л. Д. Ландау, И. Я. Померанчук, ЖЭТФ, **24**, в. 5 (1953). [2] А. И. Ахиезер, ДАН, **94**, № 4 (1954).