Доклады Академии Наук СССР
1954. Том XCV, № 1

ФИЗИКА

К. М. ПОЛИВАНОВ

К ТЕОРИИ ИЗМЕРЕНИЯ μ и ε ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ФЕРРОМАГНЕТИКОВ

(Представлено академиком А. А. Лебедевым 28 XII 1953)

В работах ([1],[2]) автор показал, как на основании двух опытов (электрического и магнитного) может быть определено отношение магнитной проницаемости к проводимости образца. Из приведенных теоретических выводов следует, что

$$Z_э Z_м = k_1 \frac{j\omega\mu}{\sigma}. \tag{1}$$

Здесь $Z_э$ — комплексное электрическое сопротивление при включении образца в электрическую цепь; $Z_м n^2$ — комплексное электрическое сопротивление, обусловленное выключением образца в качестве сердечника катушки, содержащей n витков; k_1 — постоянная, зависящая от формы образцов; ω — круговая частота; $\mu = \mu_1 - j\mu_2$ — комплексное значение магнитной проницаемости вещества; σ — удельная электрическая проводимость образца.

Предложенный метод двух опытов имеет особенное значение для определения параметров полупроводниковых ферромагнетиков (ферритов), проводимость которых зависит от частоты и также должна быть определена из опыта. Удобно представлять, что проводимость обусловлена комплексной диэлектрической проницаемостью, т. е. что

$$\sigma = j\omega\varepsilon_0\varepsilon \tag{2}$$

при комплексной диэлектрической проницаемости $\varepsilon = \varepsilon_1 - j\varepsilon_2$, зависящей от частоты.

В такого рода бикомплексной среде только из одного электрического опыта ($Z_э$) или одного магнитного опыта ($Z_м$) принципиально нельзя определить* оба параметра μ и ε, так как в соответствующих методах, предложенных Б. А. Введенским ([3],[5]) и В. К. Аркадьевым ([4],[5]), обязательно полагается известной проводимость.

Действительно, на основании каждого из опытов может быть составлено только одно комплексное уравнение, не позволяющее определить две неизвестных комплексных величины μ и ε.

Метод двух опытов, предложенный автором в 1941 г., пригоден и для определения параметров бикомплексной среды. В последнем

* Если не говорить о тривиальных случаях низких частот или тонких пластин, когда параметры

$$|\omega\mu_0\mu\sigma a^2| = |\omega^2\mu_0\mu\varepsilon_0\varepsilon a^2| = (2\pi a/\lambda_0)^2|\mu\varepsilon| \ll 1.$$

В приводимых выражениях $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-9}$ гн/см, $\mu_0\varepsilon_0 = c^{-2}$, λ_0 — длина волны в свободном пространстве, a — полутолщина образца.

случае, однако, кроме произведения двух найденных из опыта величин ($Z_э$ и $Z_м$) нужно воспользоваться их отношением, которое при надлежащем выборе опытов приводит к равенству

$$Z_м / Z_э = k_2 F^2 (\sqrt{j\omega\mu\sigma}). \tag{3}$$

Здесь k_2 — постоянная, зависящая от формы образцов, а F — функция, вид которой может быть заранее найден.

Предлагаемый метод в значительной мере аналогичен определению волнового сопротивления и постоянной распространения из опытов короткого замыкания и холостого хода длинной линии. В данном случае определяется волновое сопротивление среды

$$\zeta = \sqrt{\frac{\mu_0\mu}{\varepsilon_0\varepsilon}} = 120\pi\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \tag{4}$$

и ее постоянная распространения

$$\gamma = \sqrt{j\omega\mu_0\mu\sigma} = j\frac{2\pi}{\lambda_0}\sqrt{\mu\varepsilon}. \tag{5}$$

Практическое осуществление электрического и магнитного опытов, соответствующих один другому, может быть произведено на кольцевых или трубчатых образцах (рис. 1 *А* и *Б*), включенных в коаксиальную линию.

Для кольцевых образцов в магнитном опыте должно быть взято кольцо двойной толщины (в целях соответствия граничных условий* в электрическом и магнитном опытах), что легко осуществляется наложением двух колец, объединенных по образующей общим проводящим экраном.

При таком проведении опыта

$$Z_э = \frac{\zeta \ln (r_2 / r_1)}{2\pi \operatorname{th}(m + jn)}, \qquad Z_м = \frac{\zeta}{\pi} \ln\frac{r_2}{r_1} \operatorname{th}(m + jn), \tag{6}$$

где

$$m + jn = j\frac{4\pi a}{\lambda_0}\sqrt{\mu\varepsilon} = \gamma 2a. \tag{7}$$

Для трубок (в целях соответствия граничных условий в двух опытах) подвод тока в электрическом опыте должен осуществляться симметрично по внутреннему и наружному коаксиальным проводам. В таком случае при $r_2 - r_1 \ll r_1 \approx r$

$$Z = \frac{l\zeta}{4\pi r \operatorname{th}(m + jn)}, \quad Z_м = \frac{l\zeta}{\pi r} \operatorname{th}(m + jn) \tag{8}$$

при $m + jn = \gamma\frac{r_2 - r_1}{2}$.

Как видно из уравнений (6) и (8):
для колец

$$\frac{\sqrt{Z_э Z_м}}{60\sqrt{2}\ln (r_2 / r_1)} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}; \qquad \operatorname{th}(m + jn) = \sqrt{\frac{Z_м}{2Z_э}}. \tag{9}$$

для трубок **

$$\frac{\sqrt{Z_э Z_м}}{60\, l / r} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}; \qquad \operatorname{th}(m + jn) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{Z_м}{Z_э}}; \tag{10}$$

---

* Такое соответствие может быть достигнуто и симметричным подводом тока в электрическом опыте.

** В случае небольших отношений $l / (r_2 - r_1)$ торцевые поверхности трубки должны быть покрыты проводящими слоями для того, чтобы в магнитном опыте проникновение поля происходило только в радиальном направлении.

Полагая

$$\operatorname{th}(m + jn) = Te^{j\tau}, \tag{11}$$

определяем значения m и n по известным формулам

$$\operatorname{th} 2m = \frac{2T\cos\tau}{1+T^2}, \quad \operatorname{tg} 2n = \frac{2T\sin\tau}{1-T^2}, \tag{12}$$

находим из (7)

$$\sqrt{\mu\varepsilon} = \frac{n - jm}{4\pi a}\lambda_0. \tag{13}$$

Зная корни произведения и отношения комплексных проницаемостей, легко найти и самые величины.

Аналогичный метод может быть применен и для пластин прямоугольного сечения. При условии, что ширина пластин $2b$ много больше их толщины $2a$, имеем

$$Z_м = \frac{4b}{l}\zeta\operatorname{th}(m + jn), \quad Z_э = \frac{l}{4b}\frac{\zeta}{\operatorname{th}(m+jn)} \tag{14}$$

при $m + jn = \gamma a$.

Дальнейшее определение μ и ε ведется путем, аналогичным изложенному выше. Два опыта с пластинами для определения μ и ε производились Брокманом, Даулингом и Стенеком [6], применявшими излишне сложную методику расчета, отличную от указанной автором.

Кроме того нужно заметить, что опыт с пластинами обладает тремя существенными недостатками по сравнению с рекомендуемым здесь методом колец или трубок:

1) при образовании магнитной цепи из прямоугольных пластин неизбежны воздушные зазоры, неоднородности поля и неопределенность расчетной длины l образца; 2) в опытах с пластинами труднее поддается расчету индуктивное сопротивление и емкостная проводимость, обусловленные полем в воздухе; 3) нельзя производить измерения на образцах, имеющих поперечное сечение с соизмеримыми размерами сторон, так как в последнем случае нельзя рассматривать электромагнитное поле как поле, образуемое распространением двух плоских встречных волн; вместе с тем в случае пластин экранирование, рекомендуемое для колец и «трубок«, не может быть осуществлено.

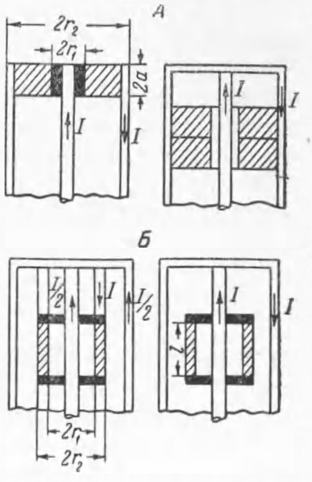

Рис. 1. Электрический и магнитный опыты. $А$ — на кольцевых образцах (радиальное электрическое поле); $Б$ — на „трубках" (продольное электрическое поле)

При отсутствии экранирования в образцах с соизмеримыми размерами поперечного сечения сопротивления $Z_м$ и $Z_э$ выражаются иными, значительно более сложными выражениями.

Так, для кольца с прямоугольным сечением $AB = 2a \times 2b$ при $A \ll r \gg B$ имеем

$$Z_м = \frac{AB}{2\pi r}\omega\mu_0\mu\left\{1 + \frac{64}{\pi^4}\sum_{p,k}\frac{1}{p^2k^2\left[\left(\frac{p^2}{A^2} + \frac{k^2}{B^2}\right)\frac{(\lambda_0/2)^2}{\mu\varepsilon} - 1\right]}\right\}, \tag{15}$$

где p и k — ряд нечетных чисел.

Весьма вероятно, что в результате ряда необоснованных допущений многие из имеющихся в литературе данных о частотных характеристиках μ и ε являются неточными. Так например, вероятно, именно такой неточностью является приведенная в цитированной работе Брокмана, Даулинга и Стенека частотная характеристика проницаемости вещества, действительная часть которой сначала возрастает с частотой.

Поступило
7 II 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] К. М. Поливанов, ДАН, 32, 181 (1941). [2] В. К. Аркадьев, К. М. Поливанов, ДАН, 38, 14 (1943). [3] Б. А. Введенский, Тр. ГЭЭИ, № 6, 39 (1925). [4] В. К. Аркадьев, Phys. Zs. d. Sowietunion, 3, 1 (1933). [5] В. К. Аркадьев, Электромагнитные процессы в металлах, ч. 1, 1935; ч. 2, 1936. [6] F. G. Brockman, P. H. Dowling, W. G. Steneck, Phys. Rev., 77, 85 (1950).