

В. В. СУХАНОВСКИЙ

ТЕОРИЯ МНОГОСЛОЙНЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОКРЫТИЙ

(Представлено академиком А. В. Шубниковым 30 XI 1953)

Введение. Несмотря на значительные успехи экспериментальной техники оптики многослойных покрытий, развитие этой важной отрасли физической оптики до сих пор тормозится отсутствием теории и аналитических методов расчета многослойных систем.

Нельзя считать решением вопроса метод расчета многослойных систем, предлагаемый Жаккино и Дюфором ⁽¹⁾, рассматривающий k -слойное покрытие как совокупность k эталонов Фабри — Перо. Приближенные методы Турнера ⁽²⁾ и Польстера ⁽³⁾ неприменимы в области больших отражений. В работах Полака ⁽⁴⁾ и Фрау ⁽⁵⁾ развиваются аналитические методы расчета. Последний из авторов наиболее близок к решению проблемы расчета многослойных двухкомпонентных диэлектрических покрытий, но ошибки вычислений приводят его к количественно неверному результату, расходящемуся с опытом.

Излагаемая ниже теория многослойных покрытий свободна от упомянутых ошибок, а также от налагаемых Фрау условий на порядок нанесения диэлектрических слоев и величины коэффициентов преломления.

Общее матричное уравнение многослойного диэлектрического покрытия. Пусть на систему тонких прозрачных изотропных слоев диэлектрических веществ (см. рис. 1) с показателями преломления $n_1, n_2, \dots, n_{r-1}, n_r, n_{r+1}, \dots, n_{2m+1}$, расположенных перпендикулярно оси x , из среды с показателем n_0 в направлении x падает плоская электромагнитная волна; тогда условие непрерывности тангенциальных составляющих векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} на поверхности a_{r-1} дает:

$$\begin{aligned} A_r e^{-i\alpha_{r-1}} &= \frac{n_r + n_{r-1}}{2n_r} A_{r-1} e^{-i\alpha_{r-1}} + \frac{n_r - n_{r-1}}{2n_r} B_{r-1} e^{i\alpha_{r-1}}, \\ B_r e^{i\alpha_{r-1}} &= \frac{n_r - n_{r-1}}{2n_r} A_{r-1} e^{-i\alpha_{r-1}} + \frac{n_r + n_{r-1}}{2n_r} B_{r-1} e^{i\alpha_{r-1}}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $A_r e^{-i\alpha_{r-1}}$ — амплитудный коэффициент прошедшей через поверхность a_{r-1} волны в среде с показателем n_r у этой поверхности и $B_r e^{i\alpha_{r-1}}$ — соответствующий коэффициент для отраженной волны у той же поверхности в среде с показателем n_r .

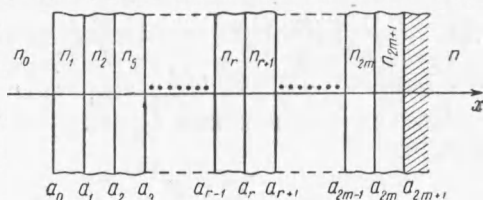


Рис. 1

Соотношения (1) можно записать в матричном виде:

$$\psi_r^{(i)} = D_{r-1} \psi_{r-1}^{(d)}; \quad (2)$$

$$\text{здесь } \psi_r^{(i)} = \begin{pmatrix} A_r e^{-i\alpha_{r-1}} \\ B_r e^{i\alpha_{r-1}} \end{pmatrix}; \quad \psi_{r-1}^{(d)} = \begin{pmatrix} A_{r-1} e^{-i\alpha_{r-1}} \\ B_{r-1} e^{i\alpha_{r-1}} \end{pmatrix}.$$

Принимая во внимание (2), можем написать для волны, прошедшей среду с показателем n_r :

$$\psi_r^{(d)} = M_r D_{r-1} \psi_{r-1}^{(d)}, \quad (3)$$

где $M_r = \begin{pmatrix} e^{-ik_r d_r} & 0 \\ 0 & e^{ik_r d_r} \end{pmatrix}$; $k_r = \frac{2\pi}{\lambda_r}$; λ_r — длина волны в среде с показателем n_r ; d_r — толщина пленки с $n = n_r$.

Распространяя (3) и (2) на все слои системы, получим:

$$\psi_{2m+2}^{(i)} = D_{2m+1} M_{2m+1} D_{2m} M_{2m} \dots D_1 M_1 D_0 \psi_0^{(d)}. \quad (4)$$

Это наиболее общее матричное уравнение диэлектрического покрытия из $(2m+1)$ слоев.

Матрица, характеризующая многослойное двухкомпонентное диэлектрическое покрытие. Наложим условие двухкомпонентности покрытия:

$$n_{2m+1} = n_{2m-1} = \dots = n_1; \quad n_{2m} = n_{2m-2} = \dots = n_2; \\ d_{2m+1} = d_{2m-1} = \dots = d_1; \quad d_{2m} = d_{2m-2} = \dots = d_2;$$

тогда найдем из (4):

$$\psi_{2m+2}^{(i)} = D_{2m+1} L^m M_1 D_0 \psi_0^{(d)}, \quad (5)$$

где $L = M_1 D_2 M_2 D_1$ — матрица, характеризующая двухкомпонентное покрытие, равная $L = \begin{pmatrix} l_{11} & l_{12} \\ l_{21} & l_{22} \end{pmatrix}$, причем $l_{11} = l_{22}^*$ и $l_{12} = l_{21}^*$.

Введем обозначения $l_{11} = z_{11} - iu_{11}$ и $l_{12} = z_{12} + iu_{12}$. Можно показать, что

$$z_{11} = \cos \alpha \cos \beta - \frac{n_2^2 + n_1^2}{2n_1 n_2} \sin \alpha \sin \beta; \quad u_{11} = \sin \alpha \cos \beta + \frac{n_2^2 + n_1^2}{2n_1 n_2} \sin \beta \cos \alpha; \\ z_{12} = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1 n_2} \sin \alpha \sin \beta; \quad u_{12} = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1 n_2} \sin \beta \cos \alpha, \quad (6)$$

где $\alpha = k_1 d_1$ и $\beta = k_2 d_2$.

Так как $\det L = z_{11}^2 + u_{11}^2 - z_{12}^2 - u_{12}^2$, то из (6) следует, что

$$\det L = 1. \quad (7)$$

Формула для интенсивности. Если $\alpha = \beta = \delta$, что является оптически наиболее выгодным условием покрытия, то для интенсивности I_t прошедшего через многослойное диэлектрическое зеркало света из (5) при условии, что I_0 — интенсивность света, падающего на поверхность a_0 , получим:

$$I_t = \frac{n_0}{n} \frac{I_0}{C^2 [(a_2^2 - a_1^2) \sin^2 \delta + a_1^2 + S^2 g_1 + CS g_2]}, \quad (8)$$

где

$$g_1 = \frac{1}{b_1^2 \operatorname{tg}^2 \delta - 1} \left[(a_2^2 - a_1^2) b_2^2 \cos^2 \delta + \frac{a_3^2 b_1^2}{\cos^2 \delta} + 2a_2 a_3 b_1 b_2 + a_1^2 b_2^2 \right];$$

$$g_2 = \frac{1}{\sqrt{b_1^2 \operatorname{tg}^2 \delta - 1}} [(a_2^2 - a_1^2) b_2^2 |\sin 2\delta| + 2a_2 a_3 b_1 |\operatorname{tg} \delta|];$$

$$a_1 = \frac{n + n_0}{2n}; \quad a_2 = \frac{nn_0 + n_1^2}{2nn_1}; \quad a_3 = \frac{nn_0 - n_1^2}{2nn_1};$$

$$b_1 = \frac{n_1 - n_2}{2\sqrt{n_1 n_2}}; \quad b_2 = \frac{n_1 + n_2}{2\sqrt{n_1 n_2}}; \quad \delta = \frac{2\pi}{\lambda} nd,$$

причем

при $|z_{11}| < 1$

$$C = (-1)^m \cos m\varphi, \quad S = (-1)^{m+1} i \sin m\varphi,$$

$$\text{где } \varphi = \arg \operatorname{tg} \frac{\sqrt{1 - z_{11}^2}}{z_{11}};$$

при $|z_{11}| > 1$

$$C = (-1)^m \operatorname{ch} m\Phi, \quad S = (-1)^{m+1} \operatorname{sh} m\Phi,$$

$$\text{где } \Phi = \arg \operatorname{th} \frac{\sqrt{z_{11}^2 - 1}}{z_{11}}.$$

Обсуждение полученной формулы. Зависимость R от δ , следующая из (8), графически изображена на рис. 2. Кривые 1, 2 и 3 дают $R = R(\delta)$, соответственно, для 3-, 5- и 7-слойного покрытий с $n_0 = 1$; $n_1 = 2, 3$; $n_2 = 1, 3, 5$ и $n = 1, 5$. Легко видеть, что функция $R(\delta)$ периодична по δ с периодом π . Каждый такой период мы называем одной интерференционной серией. Общее число максимумов одной интерференционной серии всегда равно числу слоев покрытия.

Если спектр отражения характеризовать полушириной $\Delta\lambda$ центрального максимума на длине волны λ_0 , то, исходя из (8), можно показать, что

$$\Delta\lambda = f \frac{\lambda_0}{s},$$

где $f = f(n_0, n_1, n_2, n, m)$ — некоторая функция от показателей преломления и числа пленок, а $s = 1, 3, 5, \dots$ характеризует кратность покрытия и равно $s = 4nd / \lambda_0$.

Отсюда следует, что диэлектрические зеркала типа покрытий эталона Фабри — Перо должны иметь наименьшую кратность и, наоборот, комбинированные покрытия многослойных фильтров — оптимально большую кратность.

Формула (8) справедлива для любого порядка нанесения двойных слоев. Табл. 1 дает зависимость R в центральном максимуме от числа N пленок покрытия.

Таблица 1
Зависимость R от N

	N			
	3	5	7	9
При $n_0=1$; $n_1=1,35$; $n_2=2,3$; $n=1,5$	0,30	0,70	0,88	0,95
При $n_0=1$; $n_1=2,3$; $n_2=1,35$; $n=1,5$	0,68	0,86	0,95	0,99

Выбор порядка нанесения слоев $n_1 > n_2$ становится очевидным, если вспомнить, что с увеличением числа слоев покрытия растет

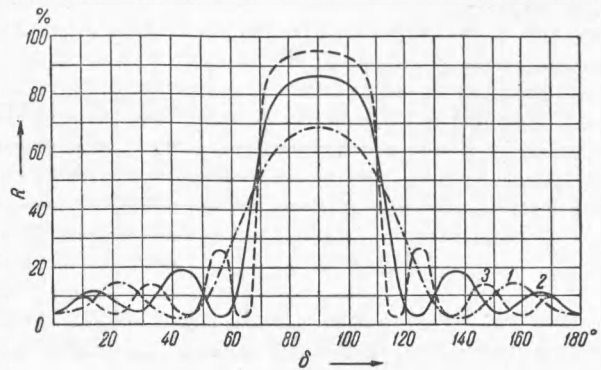


Рис. 2

число местных флуктуаций плотности, каждая из которых действует как рассеивающий центр.

Экспериментальная проверка теории. В табл. 2 сопоставлены результаты теоретического расчета максимального коэффициента отражения $R_{\text{макс}}$ для 3-, 5- и 7-слойных покрытий, в том числе и результаты Фрау, с экспериментальными результатами, полученными для тех же покрытий, при $n_1 < n_2$ и $n_1 > n_2$. Совпадение теоретических и экспериментальных данных, приведенных в табл. 2 (кроме результатов Фрау), вполне удовлетворительное.

Таблица 2

N	$R_{\text{макс}}$				
	$n_1 < n_2$			$n_1 > n_2$	
	теор.	эксп.	по Фрау	теор.	эксп.
3	0,30	0,29	0,40	0,68	0,68
5	0,70	0,69	0,50	0,86	0,85
7	0,88	0,86	0,80	0,95	0,94

На рис. 3 приведена теоретическая кривая $R = R(\lambda)$ для 7-слойного покрытия с $n_0 = 1$; $n_1 = 2,3$; $n = 1,5$; $n_2 = 1,35$ при $n_1 d_1 = n_2 d_2 = 1450 \text{ \AA}$. Точками отмечены экспериментальные значения 7-слойного ZnS-криолитового покрытия, кривая поглощения которого изображена пунктиром.

На рис. 3 приведена теоретическая кривая $R = R(\lambda)$ для 7-слойного покрытия с $n_0 = 1$; $n_1 = 2,3$; $n = 1,5$; $n_2 = 1,35$ при $n_1 d_1 = n_2 d_2 = 1450 \text{ \AA}$. Точками отмечены экспериментальные значения 7-слойного ZnS-криолитового покрытия, кривая поглощения которого изображена пунктиром.

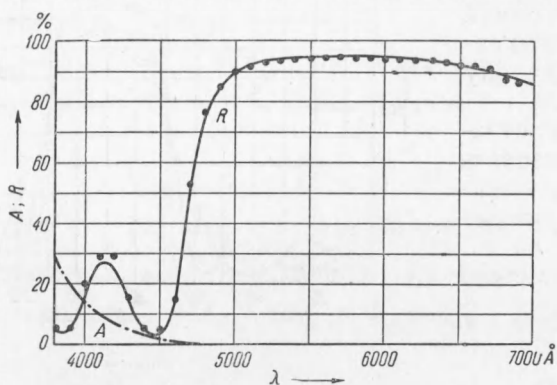


Рис. 3

Более полного совпадения теории и эксперимента нельзя даже пожелать при современных способах получения многослойных покрытий и методах контроля оптических толщин пленок в процессе нанесения.

Выводы. 1. Развитая теория дает возможность с любой наперед заданной точностью рассчитать произвольное многослойное двухкомпонентное покрытие из $(2m + 1)$ пленок или любую систему таких покрытий.

2. Становится возможным качественный и количественный анализ неизвестных покрытий на число пленок, порядок их нанесения и оптическую толщину каждой из них.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
4 XI 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ D. Jacquinet, C. Dufour, J. de phys. et le radium, **11**, 427 (1950).
² A. Turner, *ibid.*, **11**, 444 (1950). ³ H. Polster, J. Opt. Soc. Am., **39**, 12, 1038 (1949). ⁴ H. Pohlac, Ann. d. Phys., **5**, 311, (1950). ⁵ C. Frau, Rev. d'Optique, **31**, 4, 161 (1952).