Доклады Академии Наук СССР
1953. Том XCIII, № 5

ФИЗИКА

И. М. ХАЛАТНИКОВ и В. Н. ЖАРКОВ

РАССЕЯНИЕ НЕЙТРОНОВ С ЭНЕРГИЕЙ В НЕСКОЛЬКО ГРАДУСОВ В ЖИДКОМ ГЕЛИИ II

(Представлено академиком Л. Д. Ландау 19 X 1953)

1. Рассеяние нейтронов в гелии II рассматривалось А. Ахиезером и И. Померанчуком ([1]). В этой работе для ротонной части энергетического спектра возбуждений в гелии II предполагалась следующая зависимость энергии E от импульса возбуждения P:

$$E = \Delta + \frac{P^2}{2\mu}. \tag{1}$$

Более детальное изучение энергетического спектра возбуждений в гелии II показало, что ротоны описываются иной энергетической функцией E, а именно:

$$E = \Delta + \frac{(P - P_0)^2}{2\mu}; \tag{2}$$

здесь μ, P_0 и Δ — параметры теории. Согласно последним данным ([2]) $\mu = 1{,}72 \cdot 10^{-24}$ г, $P_0 = 2{,}1 \cdot 10^{-19}$ г·см·сек.$^{-1}$, $\Delta = 8{,}9°$ K.

Рассмотрение вопроса о рассеянии нейтронов в гелии II сводится к уточнению результатов, полученных ранее ([1]), в двух пунктах:

а) необходимо рассмотреть рассеяние нейтронов на ротонах, энергия которых дается формулой (2), вместо ранее предполагавшейся зависимости (1);

б) необходимо учесть рассеяние нейтронов, связанное с испусканием и поглощением одного фонона, так как однофононные эффекты, как будет показано ниже, являются более существенными, чем рассмотренное ранее рассеяние нейтронов, обязанное ангармоническим членам в разложении энергии гелия II по плотности.

2. Энергия взаимодействия нейтрона с единицей объема гелия равна

$$V = A \sum_i \delta(\mathbf{r} - \mathbf{R}_i); \tag{3}$$

здесь $\mathbf{r}$ и $\mathbf{R}_i$ — радиусы-векторы нейтрона и i-го ядра гелия II; A — постоянная, связанная с сечением упругого рассеяния нейтрона свободным ядром гелия σ_0 соотношением

$$A^2 = \pi \hbar^4 \sigma_0 / M_0^2;$$

$M_0 = m_1 m_4 / (m_1 + m_4)$; m_1 — масса нейтрона; m_4 — масса ядра гелия.

Пусть q — импульс испущенного (или поглощенного) фонона, а p и p' — импульсы нейтрона до и после столкновения. Тогда легко видеть, что если выполняется условие

$$\frac{|q|\,a}{\hbar} = \frac{|p - p'|\,a}{\hbar} \ll 1 \qquad (4)$$

(a — расстояние между ядрами гелия), то суммирование в выражении для V может быть заменено интегрированием

$$V = \frac{A}{m_4}\,\rho(\mathbf{r}), \qquad (5)$$

где $\rho(\mathbf{r})$ — плотность гелия II в точке $\boldsymbol{r}$.

Из (4) следует, что энергию взаимодействия в виде (5) можно использовать в том случае, когда излучаются (поглощаются) фононы с энергией меньшей 4,9° K.

Рассмотрим испускание одного фонона. Законы сохранения имеют вид:

$$\varepsilon = \hbar\omega = 2m_1 c^2\left(\frac{v}{c}\cos\vartheta - 1\right), \qquad \cos\vartheta = \frac{c}{v}\left(1 + \frac{\hbar w}{2m_1 c^2}\right),$$

$$\varepsilon \leqslant 2m_1 c^2\left(\frac{v}{c} - 1\right), \quad v \geqslant c, \qquad (6)$$

где c — скорость звука в гелии II; v — скорость падающего нейтрона; ε и ω — энергия и частота испускаемого фонона; ϑ — угол между импульсами испускаемого фонона и падающего нейтрона.

Из (4) и (6) следует, что (5) может быть использовано как возмущение для нейтронов с энергией меньшей 6° K. Пробег нейтрона, обязанный испусканию одного фонона в гелии $l_{\text{иф}}$, оказывается равным

$$\frac{1}{l_{\text{иф}}} = \frac{2}{3}\,\frac{m_1}{m_4}\left(\frac{m_1 + m_4}{m_4}\right)^2\left(\frac{c}{v}\right)^2\left[\left(\frac{v}{c} - 1\right)^2 + 3\left(\frac{kT}{2m_1 c^2}\right)^3 I\right]\frac{1}{l_0},$$

$$I = \int\limits_0^{\frac{2m_1c^2}{kT}\left(\frac{v}{c}-1\right)} \frac{x^2\,dx}{e^x - 1}, \qquad \frac{1}{l_0} = \frac{\rho}{m_4}\,\sigma_0. \qquad (7)$$

Законы сохранения для поглощения одного фонона:

$$\varepsilon = \hbar\omega = 2m_1c^2\left(1 - \frac{v}{c}\cos\vartheta\right), \qquad \cos\vartheta = \frac{c}{v}\left(1 - \frac{\hbar\omega}{2m_1c^2}\right),$$

$$\varepsilon \geqslant 2m_1c^2\left(1 - \frac{v}{c}\right). \qquad (8)$$

Чтобы и в этом случае энергию взаимодействия V можно было представить в виде (5), необходимо, как это следует из (4) и (8), чтобы энергия падающего нейтрона была больше 1,2° K. Однако в этом случае наряду с поглощением фононов, для которых законно применение (5) как энергии возмущения, будут поглощаться и такие фононы (в зависимости от угла ϑ между импульсом фонона и начальным импульсом нейтрона), для которых энергию возмущения следует писать в общем виде (3). Однако мы будем для всех фононов, которые могут быть поглощены нейтроном, использовать как возмущение (5). Поэтому полученное ниже выражение (9) для пробега нейтрона, обязанного поглощению одного фонона $l_{\text{пф}}$, будет справедливо лишь по порядку величины.

Выбирая энергию возмущения в виде (5), для $l_{\text{пф}}$ найдем:

$$\frac{1}{l_{\text{пф}}}=\frac{kT}{4m_4c^2}\left(\frac{kT}{H_0cv}\right)^2 I'\frac{1}{l_0}, \tag{9}$$

где

$$I'=\int\limits_{\frac{2m_1c^2}{kT}\left(1-\frac{v}{c}\right)}^{\frac{2m_1c^2}{kT}\left(1+\frac{v}{c}\right)}\frac{x^2dx}{e^x-1}\ \text{при}\ \frac{v}{c}\ll 1;\qquad I'=\int\limits_0^{\frac{2m_1c^2}{kT}\left(1+\frac{v}{c}\right)}\frac{x^2dx}{e^x-1}\ \text{при}\ \frac{v}{c}\gg 1.$$

Пробег нейтронов, обязанный ангармоническим членам в разложении энергии по плотности, равен [1]:

$$l_{\text{ф}}=3l_0\frac{v}{c}\frac{\rho}{m_4}\left(\frac{m_1c^2}{kT}\right)^4\left(\frac{\hbar c}{kT}\right)^3.$$

Сравнивая его с пробегами $l_{\text{иф}}$ и $l_{\text{пф}}$, получим

$$\frac{l_{\text{ф}}}{l_{\text{иф}}}=1{,}4\cdot 10^5\left[\left(\frac{v}{c}-1\right)^3+3\left(\frac{kT}{2m_1c^2}\right)^3 I\right]\frac{c}{v},$$

$$\frac{l_{\text{ф}}}{l_{\text{пф}}}=1{,}9\cdot 10^2\,T^{-4}\,I'.$$

3. Энергия взаимодействия нейтрона с ротоном равна [1]

$$V=\frac{A}{m_4}\rho\frac{\partial\Delta}{\partial p}\delta(\mathbf{r}-\mathbf{R}), \tag{10}$$

где $\mathbf{R}$—радиус-вектор ротона, p — давление.

Соотношение (10) справедливо в случае, когда можно пренебречь внутренней структурой ротона. Для этого необходимо, чтобы де-бройлевская длина волны нейтрона была больше длины волны ротона, т. е.

$$\frac{\hbar}{P}\ll\frac{\hbar}{p},\qquad \frac{p}{P}\simeq 0{,}1\,\theta^{1/2}\ll 1, \tag{11}$$

где $P=P_0$— импульс ротона, θ — энергия нейтрона в градусах. Полное сечение рассеяния нейтрона ротоном $\sigma_{\text{нр}}$ равно

$$\sigma_{\text{нр}}(\vartheta_0)=\left(\frac{m_1+m_4}{m_1+\mu}\right)\left(\frac{\mu}{m_4}\right)\left(\frac{m_1+m_4}{m_4}\right)\left(\frac{\mu}{m_1}\right)^{-1/2}\left(\frac{\rho}{m_4c^2}\frac{\partial\Delta}{\partial\rho}\right)^2\left(1+\frac{\mu}{m_1}-\cos^2\vartheta_0\right)^{1/2}\sigma_0, \tag{12}$$

где ϑ_0 — угол между импульсами нейтрона и ротона до столкновения.

Усредняя по направлениям импульса падающего нейтрона, получим:

$$\sigma_{\text{нр}}=\frac{1}{2}\left(\frac{m_1+m_4}{m_1+\mu}\right)\left(\frac{\mu}{m_4}\right)\left(\frac{m_1+m_4}{m_4}\right)\left(\frac{\rho}{m_4c^2}\frac{\partial\Delta}{\partial\rho}\right)^2\sigma_0. \tag{12a}$$

Число ротонов в единице объема $N_{\text{р}}$ есть [3]:

$$N_{\text{р}}=\frac{2P_0^2(\mu kT)^{1/2}}{(2\pi)^{1/2}\hbar^3}e^{-\Delta/kT}.$$

Производную $\partial\Delta/\partial\rho$ можно определить из экспериментальных данных о коэффициенте теплового расширения гелия II и скорости второго звука под давлением; она оказывается равной [2]

$$\frac{\partial\Delta}{\partial\rho}\simeq\frac{\Delta}{3\rho}.$$

Подставляя численные значения параметров, получим для $l_{нр}$ длины свободного пробега нейтрона, обусловленной взаимодействием с ротонами, соотношение:

$$\frac{l_{нр}}{l_0} = \frac{\sigma_0 N_п}{\sigma_{нр} N_р} \cong 5{,}1 \cdot 10\, T^{-1/2}\, e^{\Delta/kT} \tag{13}$$

(l_0 — пробег нейтронов, обязанный рассеянию на свободных ядрах гелия).

Величины пробегов $l_{нр}$ для нейтронов с энергией $\theta = 2°$ K и различных температур гелия II приведены в табл. 1.

Таблица 1

T в °K	2,0	1,8	1,6	1,4	1,2	1
$l_{нр}/l_0$	$3{,}2 \cdot 10^3$	$4{,}2 \cdot 10^3$	$1{,}05 \cdot 10^4$	$2{,}5 \cdot 10^4$	$7{,}7 \cdot 10^4$	$3{,}7 \cdot 10^5$
$l_{пф}/l_0$	$5 \cdot 10^2$	$7{,}2 \cdot 10^2$	$1{,}1 \cdot 10^3$	$2{,}5 \cdot 10^3$	$3{,}8 \cdot 10^3$	$5{,}3 \cdot 10^3$
l/l_0	$4{,}3 \cdot 10^2$	$6{,}1 \cdot 10^2$	$1 \cdot 10^3$	$2{,}3 \cdot 10^3$	$3{,}8 \cdot 10^3$	$5{,}3 \cdot 10^3$

Для сравнения в той же таблице приведены величины пробегов нейтрона с энергией $\theta = 2°$ K, обязанных поглощению одного фонона, и полный пробег $l^{-1} = l_{нр}^{-1} + l_{пф}^{-1}$. Пробег $l_{иф}$ для нейтрона с энергией $\theta = 4°$ K и температур гелия $T = 1 - 2°$K оказывается примерно постоянным и равным $l_{иф} \approx 4{,}3 \cdot 10^3\ l_0$.

Таким образом, в гелии II нейтроны рассеиваются в основном на фононах, за исключением узкой области температур вблизи λ-точки, где $l_{нр}$, $l_{иф}$ и $l_{пф}$ становятся одного порядка величины.

В заключение выражаем глубокую благодарность акад. Л. Д. Ландау за ряд ценных указаний.

Поступило
17 X 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] А. Ахиезер, И. Померанчук, ЖЭТФ, 16, 391 (1946). [2] И. М. Халатников, ЖЭТФ, № 23, 21 (1952). [2] Л. Д. Ландау, J. of Physics, 11, 91 (1947).