

В. Н. ЖАРКОВ и И. М. ХАЛАТНИКОВ
ТЕОРИЯ ДИФФУЗИИ И ТЕРМОДИФФУЗИИ
В СЛАБЫХ РАСТВОРАХ He³ В ГЕЛИИ II

(Представлено академиком Л. Д. Ландау 19 X 1953)

По теории Л. Д. Ландау, жидкий гелий ниже λ -точки (гелий II) следует рассматривать как слабо возбужденную квантовую систему. Это означает, что тепловую энергию гелия II можно представить в виде газов элементарных возбуждений — фононов и ротонов (1). Наличие в гелии II примесей, например изотопа He³, в достаточно малой концентрации приведет к появлению возбуждений примесного типа (2, 3). Если в гелии II, содержащем примеси изотопа He³, создать градиенты концентрации и температуры, то диффузия и термодиффузия примесей, ассоциированных с атомами He³, будут приводить к выравниванию концентрации и температуры. В настоящем сообщении мы теоретически определим зависимость коэффициентов диффузии и термодиффузии от температуры и концентрации. Для определения зависимости коэффициентов диффузии D и термодиффузии λ от температуры и концентрации необходимо найти функцию распределения, описывающую поведение примесного газа при равных нулю градиентах температуры T и концентрации c при постоянном давлении. При $\nabla T \neq 0$ и $\nabla c \neq 0$ в растворе возникает движение нормальной и сверхтекучей частей гелия II, что приведет к дополнительным членам в левой части кинетического уравнения. Методом, использованным в работе (4), можно установить, эти дополнительные члены, в результате чего кинетическое уравнение для примесей примет вид

$$-N_{0i} \left\{ \left(\frac{\rho}{\rho_n} \frac{\mu}{m_3} - \frac{1}{c} \right) \frac{\partial c}{\partial x} + \left[\frac{\rho}{\rho_n} \left(\frac{\sigma_0 m_3}{kT} + \frac{c}{T} \right) \frac{\mu}{m_3} + \frac{3}{2} k - \frac{p^2}{2\mu T} \right] \frac{\partial T}{\partial x} \right\} \frac{p}{\mu} \cos \vartheta =$$

$$= I_1 + I_2 + I_3, \quad (1)$$

где $N_{0i} = \frac{N_3}{(2\pi\mu kT)^{3/2}} e^{-p^2/2\mu kT}$ — равновесная функция распределения примесей; N_3 — число примесей He³ в единице объема; $\mu = 8,5 m_1$ — эффективная масса примеси; m_1 — масса протона; m_3 — масса атома He³; ρ — плотность раствора; ρ_n — плотность нормальной части раствора; σ_0 — энтропия единицы массы чистого гелия II; $c = \frac{N_3 m_3}{N_3 m_3 + N_4 m_4} = \frac{N_3 m_3}{\rho}$ — концентрация; p — импульс примеси; ϑ — угол между направлением импульса примеси и осью OX , вдоль которой направлены градиенты температуры и концентрации; k — постоянная Больцмана; I_1, I_2 и I_3 — интегралы столкновений, связанные с рассеянием примесей на примесях, примесей на ротонах и примесей на фононах, соответственно.

Вообще говоря, для определения $N_i = N_{0i} + \delta N_i$ примесной функции распределения при $\nabla T \neq 0$ и $\nabla c \neq 0$ следовало бы решить совместно систему трех кинетических уравнений для ротонов, фононов и

примесей. Однако анализ показал, что эту систему можно расщепить на три отдельных уравнения, причем оказалось, что $I_3 \ll I_1 + I_2$ во всей рассматриваемой области температур ($T \geq 0,6^\circ \text{K}$) и концентраций ($10^{-5} \leq c \leq 10^{-2}$). Кроме того сумму $I_1 + I_2$ можно записать в виде

$$I_1 + I_2 = -\delta N_i \left(\frac{1}{t_{ii}} + \frac{1}{t_{ip}} \right) \equiv -\frac{\delta N_i}{t_i}, \quad (2)$$

где t_{ii} и t_{ip} — величины, отличающиеся от средних времен между соударениями примеси с примесью и примеси с ротонем лишь не

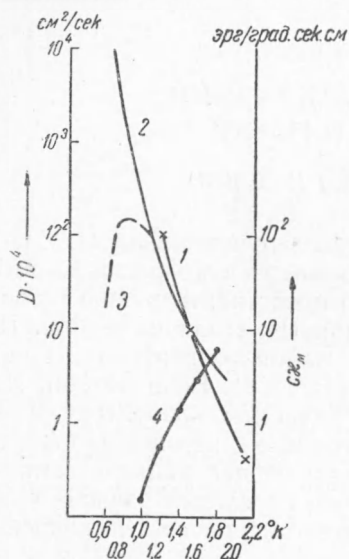


Рис. 1. Температурная зависимость коэффициентов диффузии D и эффективной теплопроводности κ_M . 1 — экспериментальная кривая для коэффициента диффузии, крестики — экспериментальные точки (исправленные); 2 — теоретическая кривая $D_0 = t_{ip} \frac{kT}{m_0}$; 3 — теоретическая кривая для коэффициента диффузии при концентрации $c = 10^{-3}$; 4 — произведение концентрации на эффективную теплопроводность как функция температуры

зависящими от температуры множителями порядка единицы. Представление $I_1 + I_2$ в виде (2) справедливо в предельных случаях $t_{ip} \gg t_{ii}$ и $t_{ip} \ll t_{ii}$, т. е. когда рассеяние примесей определяется только примесями или только ротонами. Однако при $T \geq 1,2^\circ \text{K}$ $t_{ip} \ll t_{ii}$ при концентрациях $c < 10^{-2}$. Далее, $1/t_{ip}$, пропорциональное числу ротонов, экспоненциально уменьшается с понижением температуры. Поэтому переход от случая $t_{ii} \gg t_{ip}$ к случаю $t_{ii} \ll t_{ip}$ (для данной концентрации) будет происходить в температурном интервале порядка $0,1^\circ \text{K}$. Поэтому представление (2) является хорошим приближением и в общем случае, т. е. когда $t_{ii} \sim t_{ip}$.

Выбирая энергию взаимодействия примеси с примесью и примеси с ротонем в виде δ -функции (5), для t_{ii} и t_{ip} получим

$$\frac{1}{t_{ii}} = a \cdot 10^{11} T^{3/2} c, \quad \frac{1}{t_{ip}} = 1 \cdot 10^{13} T e^{-8,9/T}, \quad (3)$$

где постоянная a учитывает тот факт, что константа взаимодействия примеси с примесью нам неизвестна. Время t_{ip} нормировано по экспериментальной точке при $T = 1,5^\circ \text{K}$ (6).

Положив $I_3 = 0$ и внося $I_1 + I_2$ из (2) в (1), легко находим δN_i — отклонение примесной функции от равновесного значения. Вычисляя при помощи δN_i поток примесей g , найдем

$$-g = \rho D (\nabla c + \lambda \nabla T), \quad (4)$$

где

$$D = t_i \frac{kT}{m_3} \left(1 - \frac{\rho_{n_i}}{\rho_{n_0} + \rho_{n_i}} \right), \quad \lambda = \frac{c}{T} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_{n_0}} \frac{\mu \sigma_0}{k} \right); \quad (5)$$

здесь ρ_{n_0} — плотность нормальной части чистого гелия II, $\rho_{n_i} = \rho_n c / m_3$ — примесная часть нормальной плотности раствора.

Подставляя в (5) численные значения параметров, получим

$$D = \frac{3 \cdot 10^7 T}{1 \cdot 10^9 T e^{-8,9/T} + \alpha \cdot 10^{11} c T^{1/2}} \left(1 - \frac{\rho_{n_i}}{\rho_{n_i} + \rho_{n_0}} \right). \quad (6)$$

Коэффициент диффузии D изображен графически на рис. 1 для $c = 10^{-3}$ и для случая $t_{ii} = \infty$. На том же рисунке нанесена исправленная экспериментальная кривая (6). Авторы (6) использовали при обработке эксперимента формулу

$$D = \frac{\bar{\epsilon} h}{f^2 O} \frac{1}{R_3} \frac{\rho_0 k}{m_4}, \quad \epsilon = \frac{m_4}{m_3} c. \quad (7)$$

Как следует из вывода (7), в ней вместо f должна стоять энтропия чистого гелия II $S = \rho \sigma_0$. О величине f из работы (6) нельзя сказать ничего определенного. Поэтому экспериментальная кривая на рис. 1 получена нами по (7), где вместо f подставлена энтропия, а значения R_3 взяты из работы (6). Экспериментально определяется не сам коэффициент диффузии D , а тепловое сопротивление R_3 , равное обратной эффективной теплопроводности κ_M (4)

$$Q = -\kappa_M \nabla T = -\frac{1}{R_3} \nabla T. \quad (8)$$

Выражая κ_M через коэффициент диффузии $D_0 = t_{ip} \frac{kT}{m_3}$, получим

$$\kappa_M = \frac{D_0}{c} \frac{\sigma_0^2 \rho m_3}{k} \sim 7,5 \cdot 10^3 \frac{(1 + 0,17 T)^2 e^{-8,9/T}}{c T}. \quad (9)$$

Последняя формула справедлива при $\sigma_0 \gg \sigma_i$, $\frac{\sigma_0 m_3}{k} \gg c$ и $D = D_0 = t_{ip} \frac{kT}{m_3}$, т. е. $t_{ip} \ll t_{ii}$ и $\rho_{n_0} \ll \rho_{n_i}$. Произведение эффективной теплопроводности κ_M на концентрацию c как функция температуры представлено на рис. 1.

При сравнении теории с экспериментом следует принимать во внимание то обстоятельство, что теория построена для случая, когда ротонны наряду с примесями можно считать идеальным газом. Отклонение от идеальности для ротонного газа начинает сказываться при $T = 1,5^\circ \text{K}$ и быстро возрастает с повышением температуры гелия II. Поэтому выше $1,5^\circ \text{K}$ от теории нельзя требовать количественного описания явления.

В заключение выражаем глубокую благодарность акад. Л. Д. Ландау и проф. Е. М. Лифшицу за сделанные замечания.

Поступило
7 X 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Л. Д. Ландау, ЖЭТФ, 11, 592 (1941). ² Л. Д. Ландау, И. Я. Померанчук, ДАН, 59, 669 (1948). ³ И. М. Халатников, ДАН, 79, 57 (1951). ⁴ И. М. Халатников, ЖЭТФ, 23, №3, 265 (1952). ⁵ Л. Д. Ландау, И. М. Халатников, ЖЭТФ, 19, 637 (1949). ⁶ J. I. M. Veerakker, K. W. Taconis, E. A. Lynton, Z. Dokoupil, I. Van Soest, Physica, 18, 433 (1952).