

Полулептонные Распады Мезонов

Е.З.Авакян,¹С.Л.Авакян²

Гомельский государственный технический университет имени П.О.Сухого
Пр-т Октября, 48, 246029, г. Гомель, Республика Беларусь

В рамках Ковариантной Модели Константыюэнтных Кварков (КМКК) изучены полулептонные распады $K \rightarrow \ell \nu_e, D \rightarrow \ell \nu_e$ и $D \rightarrow K \ell \nu_e$. Получены параметры, характеризующие формфакторы указанных распадов. Численные значения $\lambda_+ = 0,034 \pm 0,004; \lambda_- = 0,028 \pm 0,0036; \xi(0) = -0,38 \pm 0,0047$ для распада каона, также значения формфакторов $F_+^{D \rightarrow \pi} = 0,63 \pm 0,09$ и $F_+^{D \rightarrow K} = 0,77 \pm 0,11$ хорошо согласуются с экспериментальными данными и результатами, полученными в других подходах.

PACS numbers: 13.20.Eb, 13.25.Ft, 13.30.Ce, 12.39.-x

Ключевые слова: полулептонные распады, мезоны, кварковая модель, слабое взаимодействие, странность, шарм

1. Введение

Мезоны являются простейшими двухкварковыми системами, поэтому их изучение представляется крайне важным, для решения нерешенных по сей день проблем кваркового конфайнмента и адронизации. Задача изучения полулептонных распадов мезонов остается актуальной на протяжении многих десятилетий. Это связано с тем, что в указанных распадах тесно сплетены слабые и сильные взаимодействия кварков. Изучение распадов K - мезонов позволяет получить информацию о возможных проявлениях новой физики за рамками Стандартной Модели (СМ). Их можно назвать окном в мир «новой» физики. С этой точки зрения представляется крайне важным получение достоверных количественных оценок параметров данных распадов в рамках СМ. Каонные распады рассматриваются в целом ряде обзоров, например, [1,2]. Экспериментальное изучение этих распадов ведется рядом экспериментальных групп. (BNL KEK - JAEA IHEP, Protvino INFN, Frascati) [3]. Однако, следует подчеркнуть, что в последние годы значительно больший интерес вызывают взаимодействия частиц, содержащих s -кварки. Это связано с появлением достаточного количества экспериментальных данных, полученных BABAR [4, 5], Belle [6], BESIII [7] и CLEO [8], а также развитием теоретических подходов, основанных на правилах сумм[9]; применении кварковых моделей[10,11] и методов вычислений на решётке[12-14]. В данной работе полулептонные распады каонов и D - мезонов рассматриваются в рамках Ковариантной Модели Константыюэнтных Кварков КМКК [15].

2. Слабые распады мезонов.

Распады в слабых взаимодействиях, в отличие от сильных и электромагнитных взаимодействий, происходят с изменением типов частиц, которое происходит при испускании заряженного W бозона. Очевидно, что при этом заряд распадающейся частицы меняется на единицу. В случае лептонов, в силу сохранения лептонного числа, переходы происходят между заряженными лептонами и соответствующими нейтрино, т.е. внутри одного поколения. В случае слабого взаимодействия кварков переходы возможны только между нижними и верхними кварками и запрещены между двумя нижними или двумя верхними. При этом квантовые числа s, c, b, t кварков могут меняться только на

¹ mikot@tut.by

² avakyan@tut.by

единицу. Заряженные W – бозоны могут распадаться как на пары лептонов, так и на кварк-антикварковые пары (рисунок 1)

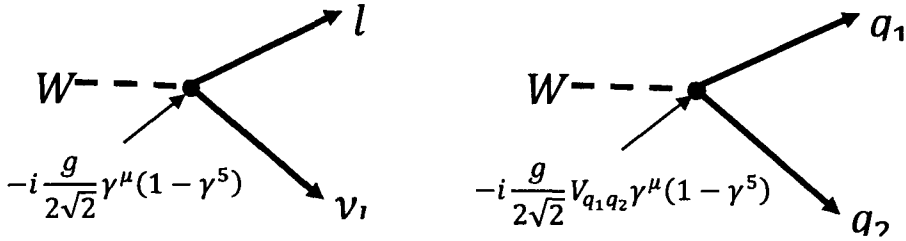


Рис.1 Схемы распада W - бозона.

$V_{a,a'}$ -матричный элемент матрицы смешивания Кабиббо-Кобаяши –Маскава V_{CKM}

В соответствии с этим распады делятся на лептонные, полулептонные и нелептонные. На рисунке 2 приведены схемы соответствующих распадов.

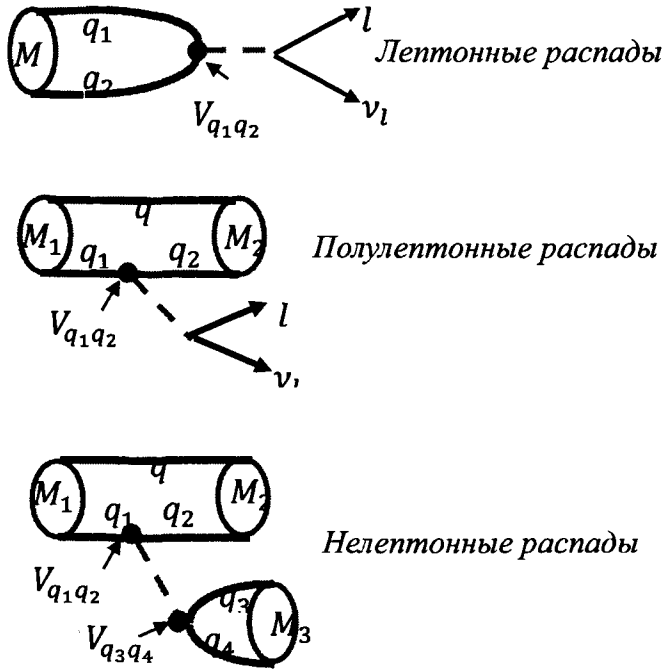


Рис.2 Слабые распады мезонов

Следует отметить, что при полулептонных распадах появление одного (и только одного) адрона в конечном состоянии порождает более богатую феноменологию по сравнению с чисто лептонными распадами. В то же время, описание полулептонных распадов, в отличие от нелептонных, не требует дополнительных предположений о взаимосвязи сильных и слабых взаимодействий на малых расстояниях.

Матричный элемент полулептонного распада мезона имеет вид:

$$M(M_1 \rightarrow M_2 l \nu_l) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{q_1 q_2} H^\mu L_\mu \quad (1)$$

где L_μ и H^μ лептонный и адронный токи, которые могут быть записаны как:

$$L_\mu = \bar{\nu}_l \gamma_\mu (1 - \gamma_5) l \quad (2)$$

$$H^\mu = \langle M_2 | V^\mu - A^\mu | M_1 \rangle \quad (3)$$

где $V^\mu = \bar{q}_1 \gamma^\mu q_2$ и $A^\mu = \bar{q}_1 \gamma^\mu \gamma_5 q_2$ –изменяющие кварковые ароматы векторный и аксиально векторный токи соответственно. Все эффекты, связанные с сильными взаимодействиями кварков, описываются именно адронным током (3), который

также называют матричным элементом. Вычисление подобных матричных элементов является одной из проблем современной физики, поскольку механизмы кваркового конфайнмента и адронизации на сегодняшний день нам неизвестны. В данной работе адронные матричные элементы будем вычислять в рамках КМКК [15].

3. Ковариантная Модель Констант्यूэнтных Кварков

Лагранжиан взаимодействия мезонов с кварками в данной модели имеет вид:

$$L_{int}^{st}(x) = g_M M(x) \int dx_1 \int dx_2 F_M(x, x_1, x_2) \bar{q}_1(x_1) \lambda_M \Gamma_M q_2(x_2) \quad (4)$$

Где $F_M(x, x_1, x_2)$ - вершинная функция, характеризующая конечные размеры мезона. В силу требования трансляционной инвариантности, вершинная функция $F_M(x, x_1, x_2)$ должна удовлетворять условию

$$F_M(x + a, x_1 + a, x_2 + a) = F_M(x, x_1, x_2)$$

для любого вектора a . Поэтому, $F_M(x, x_1, x_2)$ может быть записана в виде

$$F_M(x, x_1, x_2) = \delta^4 \left(x - \sum_{i=1}^2 w_i x_i \right) \Phi_M((x_1 - x_2)^2) \quad (5)$$

Где $w_i = \frac{m_i}{m_1 + m_2}$, m_1, m_2 - массы констант्यूэнтных кварков.

Показано, что функция Φ_M , входящая в (5) может быть выбрана в простейшем виде

$$\Phi_M(-l^2) = \exp \left(-\frac{l^2}{\Lambda_M^2} \right) \quad (6)$$

где Λ_M - параметр модели, характеризующий размер данного мезона.

Константа связи g_M , входящая в (4), определяется из условия связности:

$$Z_M = 1 + \frac{3g_M^2}{4\pi^2} \tilde{\Pi}'_M(m_M^2) \quad (7)$$

где $\tilde{\Pi}'_M$ - массовый оператор в случае псевдоскалярных и поперечная часть поляризованного оператора в случае векторных и аксиально-векторных мезонов.

Следует подчеркнуть, что при расчетах матричных элементов удобно использовать

$$h_M = \frac{3g_M^2}{4\pi^2} = -\frac{1}{\tilde{\Pi}'_M(m_M^2)} \quad (8)$$

Диаграмма, определяющая $\tilde{\Pi}'_M$ приведена на рисунке 3.

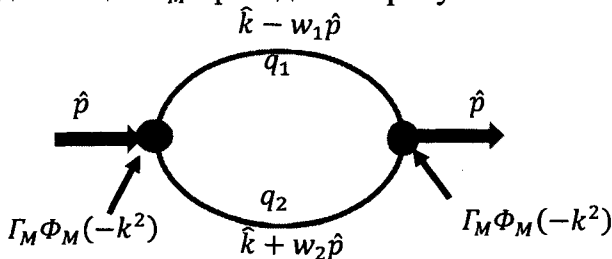


Рис.3 Кварковая диаграмма, определяющая массовый или поляризационный операторы псевдоскалярных, скалярных или векторных, аксиально-векторных

мезонов. $w_{1,2} = \frac{m_{q_{1,2}}}{m_{q_1} + m_{q_2}}$

Таким образом, $\tilde{\Pi}_M$ может быть записан в виде:

$$\Pi_M(p^2) = 3g_M^2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4 i} \Phi_M^2(-k^2) Tr\{\Gamma_M S_{q_1}(\hat{k} - w_1 \hat{p}) \Gamma_M S_{q_2}(\hat{k} + w_2 \hat{p})\} \quad (9)$$

В данной модели используются пропагаторы свободных констинтьюэнтных кварков

$$S_q(\hat{k}) = \frac{1}{m_q - \hat{k} - i\epsilon}, \quad (10)$$

которые в представлении Фока-Швингера имеют вид:

$$\begin{aligned} S_q(\hat{k} + \hat{p}) &= \frac{1}{m_q - \hat{k} - \hat{p}} = \frac{m_q + \hat{k} + \hat{p}}{m_q^2 - (k+p)^2} = \\ &= (m_q + \hat{k} + \hat{p}) \int_0^\infty d\alpha e^{-\alpha(m_q^2 - (k+p)^2)} \end{aligned} \quad (11)$$

Следует отметить, что после проведения ряда математических преобразований, любая диаграмма в КМКК может быть представлена в виде [15]:

$$G = N_c \frac{g_1 g_2 \dots g_n}{4\pi^2} \int_0^{\frac{1}{\lambda^2}} dt t^{n-1} \int_0^1 d^n \alpha \delta\left(1 - \sum_{i=1}^n \alpha_i\right) F(t\alpha_1, t\alpha_2, \dots, t\alpha_n) \quad (12)$$

где $F(t\alpha_1, t\alpha_2, \dots, t\alpha_n)$ -функция, полученная в результате перехода в евклидово пространство и интегрирования по 4-импульсу. Параметр λ — параметр инфракрасного обрезания, который вводится для исключения возможных порогов, связанных с рождением свободных кварков. Это означает, что параметр λ эффективно обеспечивает конфайнмент констинтьюэнтных кварков внутри адронов.

Таким образом, параметрами модели являются, параметры Λ_M , характеризующие размеры мезонов, массы констинтьюэнтных кварков и параметр инфракрасного обрезания λ .

Таблица 1. Параметры Λ_M , характеризующие мезоны в ГэВ.

Λ_π	Λ_K	Λ_{K^*}	Λ_D	Λ_{D_c}
0,711	1,014	0,805	1,600	1,750

Таблица 2. Массы констинтьюэнтных кварков в ГэВ.

$m_{u/d}$	m_s	m_c	m_b
0,241	0,428	1,672	5,05

Параметр обрезания

$$\lambda = 0,181 \text{ ГэВ}$$

4. Адронный матричный элемент

Адронный матричный элемент (3) определяется диаграммой, приведенной на рисунке 4.

Соответствующий петлевой интеграл в КМКК имеет вид:

$$\begin{aligned} I_{M_1 M_2}^\mu(\hat{p}_{M_1}, \hat{p}_{M_2}) &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4 i} \Phi_{M_1}(-k + w_{13} p_1)^2 \Phi_{M_2}(-k + w_{32} p_2)^2 \cdot \\ &\cdot Tr\{\Gamma_{M_1} S_{q_1}(\hat{k} + \hat{p}_1) \Gamma_{M_2} S_{q_2}(\hat{k} + \hat{p}_2) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) S_{q_3}(\hat{k})\} \end{aligned} \quad (13)$$

где $\Phi_{M_{1,2}}$ - формфакторы начального и конечного мезонов (6), $S_{q_i}(\hat{k})$ - пропагаторы свободных конститюэнтных кварков (10).

В данной работе рассматриваются полулептонные распады псевдоскалярных частиц, поэтому $\Gamma_{M_1} = i\gamma_5$.

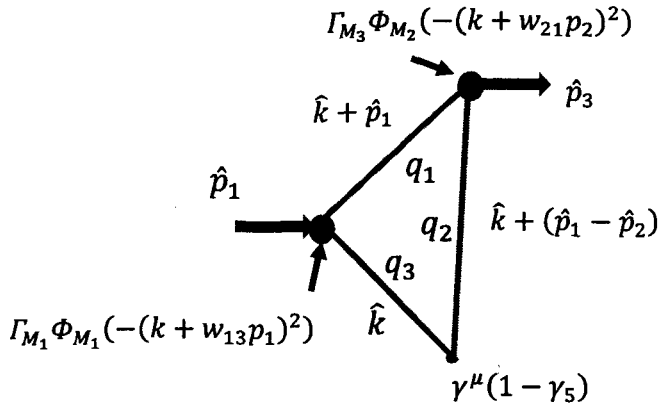


Рис.4 Кварковая диаграмма, описывающая адронный матричный элемент $H^\mu = \langle M_2 | V^\mu - A^\mu | M_1 \rangle$.

Вклад аксиально- векторного тока в H^μ равен нулю в случае, когда конечный мезон является псевдоскаляром. Поэтому адронный матричный элемент может быть параметризован двумя формфакторами, зависящими от переданного мезонами импульса:

$$I^\mu(p_1, p_2) = F_+(t)P^\mu + F_-(t)Q^\mu \quad (14)$$

Где

$$\begin{aligned} P^\mu &= (p_1 + p_2)^\mu \\ Q^\mu &= (p_1 - p_2)^\mu \\ t &= (p_1 - p_2)^2 \end{aligned} \quad (15)$$

5. Распад $K \rightarrow \pi e \nu_e$

Матричный элемент распада $K \rightarrow \pi e \nu_e$ определяется диаграммами, приведенными на рисунке 5:

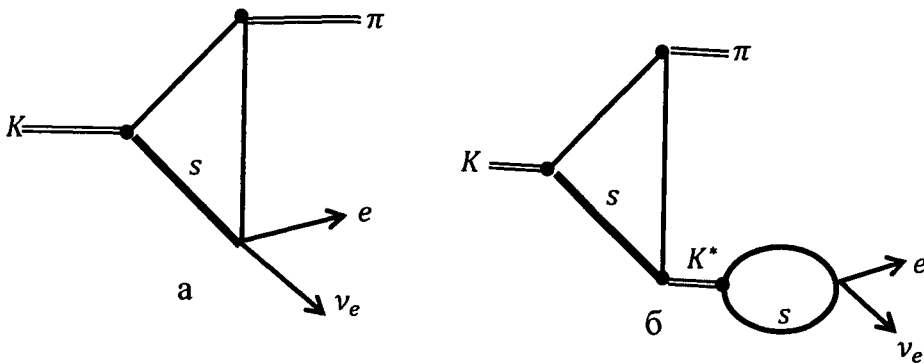


Рис.5 Диаграммы, определяющие матричный элемент распада $K \rightarrow \pi e \nu_e$. Диаграмма а-«прямая» диаграмма, б- диаграмма с промежуточным K^* (892) мезоном.

Таким образом, формфакторы $F_{\pm}(t)$, входящие в (14), представляют собой сумму вкладов прямой диаграммы и диаграммы с промежуточным векторным мезоном.

$$F_{\pm}(t) = F_{\pm}^a(t) + F_{\pm}^b(t) \quad (16)$$

Формфакторы $F_{\pm}^a(t)$ вычисляются согласно (13)

$$\begin{aligned} H_a^{\mu}(p_1, p_2) &= 3g_K g_{\pi} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4 i} \Phi_K(-(k + w_{us} p_1)^2) \Phi_{\pi}\left(-\left(k + \frac{1}{2} p_2\right)^2\right) \\ &\quad \cdot \text{Tr}\{\Gamma_{M_1} S_{q_1}(\hat{k} + \hat{p}_1) \Gamma_{M_2} S_{q_2}(\hat{k} + \hat{p}_2) \gamma^{\mu} (1 - \gamma_5) S_{q_3}(\hat{k})\} = \\ &= \frac{3g_K g_{\pi}}{4\pi^2} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^2 i} \text{Tr}\{i\gamma_5(m_u + \hat{k} + \hat{p}_1) i\gamma_5(m_u + \hat{k} + \hat{p}_2) \gamma^{\mu} (m_s + \hat{k})\} \\ &\int_0^{\infty} d\alpha_1 \int_0^{\infty} d\alpha_2 \int_0^{\infty} d\alpha_3 e^{-\alpha_1(m_u^2 - (k+p_1)^2) - \alpha_2(m_u^2 - (k+p_2)^2) - \alpha_3(m_s^2 - k^2) + \frac{(k+w_{us}p_1)^2}{\Lambda_K^2} + \frac{(k+\frac{1}{2}p_2)^2}{\Lambda_{\pi}^2}} \\ &= \sqrt{h_K h_{\pi}} \int_0^{\frac{1}{\lambda^2}} du u^2 \int_0^1 d^3 \alpha \delta\left(1 - \sum_{i=1}^3 \alpha_i\right) [F_1(u\alpha_1, u\alpha_2, u\alpha_3, t)(p_1 + p_2)^{\mu} + \\ &\quad + F_2(u\alpha_1, u\alpha_2, u\alpha_3, t)(p_1 - p_2)^{\mu}] \end{aligned} \quad (17)$$

где $F_{1,2}(u\alpha_1, u\alpha_2, u\alpha_3, t)$ - функции, полученная в результате перехода в евклидово пространство и интегрирования по 4-импульсу.

Таким образом, формфакторы, связанные с прямой диаграммой имеют вид:

$$F_{\pm}^a(t) = \sqrt{h_K h_{\pi}} \int_0^{\frac{1}{\lambda^2}} du u^2 \int_0^1 d^3 \alpha \delta\left(1 - \sum_{i=1}^3 \alpha_i\right) F_{1,2}(u\alpha_1, u\alpha_2, u\alpha_3, t) \quad (18)$$

Матричный элемент, связанный с диаграммой б, может быть записан в виде

$$H_b^{\mu}(p_1, p_2) = g_K g_{\pi} T_{K\pi K^*}^{\nu}(t) g_{K^*} G_{K^*}^{\nu\rho}(t) g_{K^*} D_{K^*}^{\rho\mu}(t) \quad (19)$$

где $T_{K\pi K^*}^{\nu}(t)$ - формфактор распада $K \rightarrow \pi K^*$ (K^* -виртуальный), $D_{K^*}^{\rho\mu}(t)$ -форм фактор перехода $K^* \rightarrow e\nu_e$, $G_{K^*}^{\nu\rho}(t)$ – пропагатор виртуального K^* мезона, в цепочном приближении определен как:

$$h_{\nu} G_{\nu}^{\nu\rho}(p^2) = \frac{1}{\Pi_1(p^2) - \Pi_1(m_{\nu}^2)} \left\{ -g^{\nu\rho} + \frac{p^{\nu} p^{\rho} \Pi_2(p^2)}{\Pi_1(p^2) - \Pi_1(m_{\nu}^2) + p^2 \Pi_2(p^2)} \right\} \quad (20)$$

Где $\Pi_1(p^2)$ и $\Pi_2(p^2)$ - поперечная и продольная части поляризационного оператора, определенного диаграммой, приведенной на рисунке 3 и вычисленного по формуле (9) при $\Gamma_M = \gamma^{\nu}$; $\Gamma_M = \gamma^{\rho}$.

Формфактор $T_{K\pi K^*}^{\nu}(t)$ определяется диаграммой, приведенной на рисунке 6 и

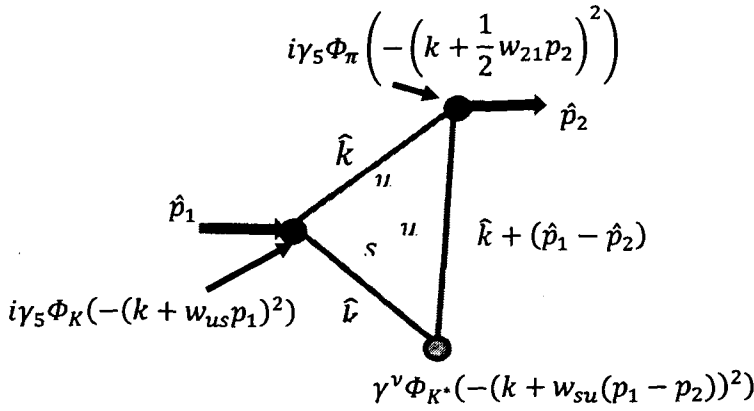


Рис.6 Диаграмма, описывающая $T_{K\pi K^*}^{\nu}(t)$ - формфактор распада $K \rightarrow \pi K^*$ (K^* -виртуальный)

может быть записан в виде:

$$T_{K\pi K^*}^{\nu}(p_1, p_2) = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4 i} \Phi_K(-(k + w_{us} p_1)^2) \Phi_{\pi}\left(-\left(k + \frac{1}{2} p_2\right)^2\right) \Phi_{K^*}(-(k + w_{su}(p_1 - p_2))^2) \cdot \frac{\text{Tr}\{i\gamma_5(m_u + \hat{k} + \hat{p}_1)i\gamma_5(m_u + \hat{k} + \hat{p}_2)\gamma^{\nu}(m_s + \hat{k})\}}{(m_u^2 - (k + p_1)^2)(m_u^2 - (k + p_2)^2)(m_s^2 - k^2)} \quad (21)$$

После стандартных вычислений в КМКК аналогичным (17) получаем:

$$T_{K\pi K^*}^{\nu}(p_1, p_2) = \int_0^{\frac{1}{\lambda^2}} du u^2 \int_0^1 d^3 \alpha \delta\left(1 - \sum_{i=1}^3 \alpha_i\right) [F_{1V}(u\alpha_1, u\alpha_2, u\alpha_3, t)(p_1 + p_2)^{\mu} + F_{2V}(u\alpha_1, u\alpha_2, u\alpha_3, t)(p_1 - p_2)^{\mu}] = T_+(t)P^{\mu} + T_-(t)Q^{\mu} \quad (22)$$

Формфактор перехода $K^* \rightarrow e\nu_e$ определяется диаграммой, приведенной на рисунке 7.

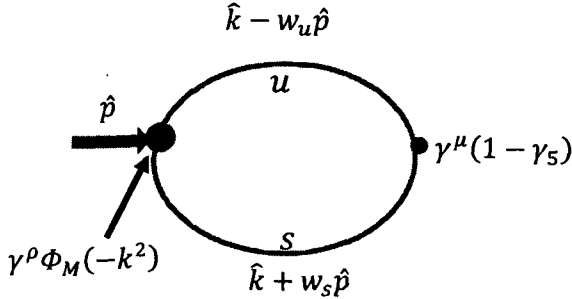


Рис.7 Диаграмма, определяющая формфактор перехода $K^* \rightarrow e\nu_e$

и определяется как

$$D_{K^*}^{\rho\mu}(p^2) = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^2 i} \Phi_{K^*}(-k^2) \frac{\text{Tr}\{\gamma^{\rho}(m_u + \hat{k} - w_u \hat{p})\gamma^{\mu}(1 - \gamma_5)(m_s + \hat{k} + w_s \hat{p})\}}{(m_u^2 - (k - w_u \hat{p})^2)(m_s^2 - (k + w_s \hat{p})^2)} = \int_0^{\frac{1}{\lambda^2}} du u \int_0^1 d^2 \alpha \delta\left(1 - \sum_{i=1}^2 \alpha_i\right) [D_1(u\alpha_1, u\alpha_2, p^2)g^{\rho\mu}p^2 + D_2(u\alpha_1, u\alpha_2, p^2)p^{\rho}p^{\mu}] = D_1(t)p^2 g^{\rho\mu} + D_2(t)p^{\rho}p^{\mu} \quad (23)$$

После стандартных преобразований нами получены следующие выражения для вкладов промежуточного векторного мезона в формфакторы $F_{\pm}^b(t)$:

$$\begin{aligned} F_+^b(t) &= -T_+(t) \frac{t}{\Pi_1(t) - \Pi_1(m_K^2)} D_1(t) \\ F_-^b(t) &= T_-(t) \frac{m_K^2 - m_\pi^2}{\Pi_1(t) - \Pi_1(m_K^2)} D_1(t) \end{aligned} \quad (24)$$

В рамках алгебры токов Калланом,Трейманом [16], Матуро, Окубо и Пандитом [17] было установлено простое соотношение между $F_+(m_K^2)$ и $F_-(m_K^2)$:

$$F_+(m_K^2) + F_-(m_K^2) = \frac{f_K}{f_\pi} \quad (25)$$

Вычисляя значения $F_{\pm}(t)$ при $t = m_K^2 (m_\pi^2 = 0)$ получаем:

$$F_+(m_K^2) + F_-(m_K^2) = 0,9 \frac{f_K}{f_\pi} \quad (26)$$

Таким образом, в рамках данной модели с 10% точностью удалось воспроизвести киральное соотношение КТМОП . Следует заметить, что в данном случае вклады промежуточных состояний сокращаются. Формфакторы распада могут быть параметризованы как:

$$F_{\pm}(t) = F_{\pm}(0) \left(1 + \lambda_{\pm} \frac{t}{m_\pi^2} \right) \quad (27)$$

Помимо λ_{\pm} экспериментально определяется параметр

$$\xi(0) = \frac{F_-(0)}{F_+(0)} \quad (28)$$

В таблице 3 приведены полученные численные указанных параметров.

Таблица 3. Численные значения параметров распада $K \rightarrow \pi e \nu_e$

Параметр	Полученное значение	Эксперимент [18]
λ_+	$0,034 \pm 0,004$	$0,0298 \pm 0,0005$
λ_-	$0,028 \pm 0,0036$	0
$\xi(0)$	$-0,38 \pm 0,0047$	$-0,35 \pm 0,14$

6. Полулептонные распады D - мезонов

Матричный элемент полулептонного распада D мезонов имеет вид (1) и определяется диаграммой, приведенной на рисунке 4, где q_3 - c кварк; q_1 - нестранный кварк, q_2 - d кварк, в случае π -мезона в конечном и s -кварк, в случае каонного конечного состояния. V_{cq_2} -матричные элементы КKM матрицы:

$$\begin{aligned} |V_{cd}| &= 0,2140 \pm 0,0029 \pm 0,0093 \\ |V_{cs}| &= 0,967 \pm 0,025 \end{aligned}$$

Соответствующий петлевой интеграл определяется по формуле (13). Адронный ток имеет вид

$$H_{D\pi(K)}^\mu = g_D g_{\pi(K)} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4 i} \Phi_D(-(k + w_{nc} p_1)^2) \Phi_{\pi(K)}(-(k + w_{nd(s)} p_2)^2) \cdot \text{Tr}\{i\gamma_5 S_n(\hat{k} + \hat{p}_1) i\gamma_5 S_{n(s)}(\hat{k} + \hat{p}_2) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) S_c(\hat{k})\} \quad (29)$$

и после соответствующих преобразований приводится к виду аналогичному (17).

В таблице 4 приведены полученные значения $F_\pm(0)$.

Таблица 4. Значения $F_\pm(0)$ полученные в КМКК, а также в ряде моделей [9-11] и в решеточных подходах [12-14].

	КМКК	LSCR[9]	LFQM[10]	CQM[11]	LQCD [12-14]	Эксперимент [18]
$D \rightarrow \pi$	0,63 $\pm 0,09$	$0,635^{+0,06}_{-0,057}$	0,6	0,69	0,612 - 0,66	0,637 $\pm 0,009$
$D \rightarrow K$	0,77 $\pm 0,11$	$0,661^{+0,067}_{-0,066}$	0,79	0,78	0,73 - 0,765	0,737 $\pm 0,004$

Данные, приведенные в таблице 4 свидетельствуют о том, результаты, полученные в КМКК достаточно близки к оценкам, полученным в других моделях и согласуются с экспериментальными данными.

Получены отношения формфакторов (28):

$$\xi_{D\pi} = -0,65, \xi_{DK} = -0,51 \quad (30)$$

7. Заключение

В рамках КМКК получены формфакторы полулептонных $K \rightarrow \pi e \nu_e, D \rightarrow \pi e \nu_e$ и $D \rightarrow K e \nu_e$ распадов. Хорошее согласие с экспериментальными данными и оценками, полученными в других теоретических подходах, означает, что в рамках данной модели возможно описать широкий круг явлений, связанный с физикой очарованных частиц, а именно, нелептонные распады D -мезонов, распады с η_c в конечном состоянии и многие другие.

Литература

- [1] Artuso M., et al. B, D and K Decays // Eur. Phys. J. 2008. Vol. C57, P. 309-492
- [2] Portoles J. Important rare kaon decays // Nucl.Phys.Proc.Suppl. 2012. Vol. 273, P. 254-259.
- [3] Komatsubara T. K. Experiments with K-Meson Decays // Prog.Part.Nucl.Phys. 2012. Vol. 67, P. 995-1018.
- [4] J. P. Lees et al. (BABAR Collaboration), Measurement of the $D^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu_e$ differential decay branching fraction as a function of q^2 and study of form factor parameterizations // Phys. Rev. D 91, 052022 (2015) [arXiv:1412.5502].
- [5] B. Aubert et al. (BABAR Collaboration), Measurement of the Hadronic Form Factor in $D^0 \rightarrow K^- e^+ \nu_e$ Decays.// Phys. Rev. D 76, 052005 (2007) [arXiv:0704.0020].

- [6] L. Widhalm et al. (Belle Collaboration), Measurement of $D^0 \rightarrow \pi l \nu$ ($K l \nu$) Form Factors and Absolute Branching Fractions//Phys. Rev. Lett. 97, 061804 (2006) [hep-ex/0604049].
- [7] M. Ablikim et al. (BESIII Collaboration), Study of Dynamics of $D^0 \rightarrow K^- e^+ \nu_e$ and $D^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu_e$ Decays// Phys. Rev. D 92, 072012 (2015) [arXiv:1508.07560].
- [8] D. Besson et al. (CLEO Collaboration), Improved measurements of D meson semileptonic decays to π and K mesons //Phys. Rev. D 80, 032005 (2009) [arXiv:0906.2983]
- [9] Y. L. Wu, M. Zhong, and Y. B. Zuo, $B_{(s)}, D_{(s)} \rightarrow \pi, K, \eta, \rho, K^*, \omega, \phi$ Transition Form Factors and Decay Rates with Extraction of the CKM parameters $|V_{ub}|, |V_{cs}|, |V_{cd}|$ //Int. J. Mod. Phys. A 21, 6125 (2006)
- [10] R. C. Verma, Decay constants and form factors of s – wave and p -wave mesons in the covariant light-front quark model// J. Phys. G 39, 025005 (2012) [arXiv:1103.2973]
- [11] D. Melikhov and B. Stech, Weak form factors for heavy meson decays: an update// Phys. Rev. D 62, 014006 (2000)
- [12] V. Lubicz et al. (ETM Collaboration), Scalar and vector form factors of $D \rightarrow \pi(K) l \nu$ decays with $N_f = 2 + 1 + 1$ twisted fermions//Phys. Rev. D 96, 054514 (2017) [arXiv:1706.03017]
- [13] H. Na, C. T. H. Davies, E. Follana, J. Koponen, G. P. Lepage, and J. Shigemitsu (HPQCD Collaboration), $D \rightarrow \pi, l \nu$ Semileptonic Decays, $|V_{cd}|$ and 2nd Row Unitarity from Lattice QCD//Phys. Rev. D 84, 114505 (2011) [arXiv:1109.1501]
- [14] C. Aubin et al. (Fermilab Lattice and MILC and HPQCD Collaborations), Semileptonic decays of D mesons in three-flavor lattice QCD// Phys. Rev. Lett. 94, 011601 (2005) [hep-ph/0408306].
- [15] T. Branz, A. Faessler, T. Gutsche, M. A. Ivanov, J. G. Körner, and V. E. Lyubovitskij Relativistic constituent quark model with infrared confinement //Phys. Rev. D 81, 034010 (2010)
- [16] Callan C.G., Treiman S.B. Equal Time Commutators and K Meson Decays // Phys. Rev. Lett. 1966. Vol. 16, P.153-157.
- [17] Mattur V., Okubo S., Pandit L. Algebra of Currents and K_{l3} Decay // Phys. Rev. Lett. 1966 Vol.16, P. 371-374,601.
- [18] R.L. Workman et al. (Particle Data Group), Prog. Theor. Exp. Phys. 2022, 083C01 (2022)