Доклады Академии Наук СССР
1953. Том XCIII, № 3

ФИЗИКА

О. И. СЕМАН

ОГРАНИЧЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ЭЛЕКТРО-ОПТИЧЕСКИХ АБЕРРАЦИЙ

(Представлено академиком А. А. Лебедевым 24 IX 1953)

Статические электромагнитные поля с симметрией вращения без свободных пространственных зарядов как электронно-оптические среды обладают рядом особенностей, неизвестных световой оптике. Распределение поля на некотором отрезке оси симметрии задает поле и во всей области, содержащей этот отрезок и свободной от зарядов и токов. Следствием являются различные ограничения на оптические свойства таких систем. В качестве примера укажем известную теорему Шерцера ([1]) о положительности сферической аберрации в электронных линзах *.

Помимо уже известных принципиальных ограничений коэффициентов аберрации ([1], [3], [4]), мы получили из нашего общего исследования преобразований эйконала четвертого порядка новые ограничения для четных коэффициентов аберрации третьего порядка для систем с симметрией вращения. Эти общие ограничения (1) не зависят явно от общего распределения поля на оси системы, а только от граничных значений напряженности электрического поля V', энергии частиц eV и параметров гауссовой оптики r_γ^1/r_γ в сопряженных точках, через которые неявно входит распределение поля. Они имеют вид:

$$\frac{\beta}{m} r_{\alpha B} + \frac{1}{2\rho} > \sqrt{V_a} \left| \tau_0 \frac{V'}{V^{3/2}} + \tau_1 \frac{1}{V^{1/2}} \frac{r'_\gamma}{r_\gamma} \right|_{z_a}^{z_b}. \tag{1}$$

Здесь $1/\rho$ — кривизна предметной поверхности в точке оси, считаемая положительной, если эта поверхность обращена вогнутостью к изображению; $V(z)$ — потенциал электрического поля на оси системы, пропорциональный кинетической энергии частиц; r_α, r_γ — частные решения параксимального уравнения ([5], [6]), удовлетворяющие граничным условиям

$$r_\alpha(z_a) = r_\gamma(z_B) = 0, \quad r'_\alpha(z_a) = r_\gamma(z_a) = 0,$$

где z_a, z_B, z_b — точки пересечения поверхностей предмета, диафрагмы и изображения** с оптической осью, соответственно. Далее, $m = r_\gamma(z_b)$ — увеличение, $r_{\alpha B} = r_\alpha(z_B)$; $\beta_{m,n,s}$ — коэффициенты поперечных ошибок кривизны изображения, связанные с нормальными коэффициентами ([7]) формулами табл. 1. Постоянные τ_0, τ_1 определены из условия существования неравенства вида (1) в предположении произвольных ***

* Другим примером является невозможность отрицательных бипотенциальных линз ([2]).

** $r_\alpha(z_b$

*** Так же, ; воде теоремы Шерцера ([1]).

$V'/V^{3/2}$, r_γ/r_γ; Эти постоянные могут быть выбраны в некоторых пределах*, указываемых в табл. 1.

Таблица 1

Коэффициент	Поле	τ_0	τ_1
$\beta_m = 3G_{22}$ — меридиональный	Электрическое Магнитное	$0,0354 \to 0,0987$	$0,392 \to 0,639$ $0,625 \to 0,750$
$\beta_r = 2G_{22} + G_{00}$ — средний	Электрическое Магнитное	$0,0653 \to 0,1075$	$0,261 \to 0,430$ $-0,242 \to 0,5$
$\beta_s = G_{22} + 2G_{00}$ — сагиттальный	Электрическое Магнитное	$0,0951 \to 0,117$	$0,392 \to 0,639$ $-0,121 \to 0,25$
$6G_{00}$ — коэффициент Петцваля	Электрическое Магнитное	0,25	0 0

Учитывая приближенное выражение для кривизны

$$\frac{1}{\sigma} \approx \frac{2\beta}{m} r_{\alpha 3} \sqrt{\frac{V_b}{V_a}}$$

поверхностей изображения, обращенных вогнутостью к предмету при $1/\sigma > 0$, можем записать неравенство (1) в виде

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma} + \sqrt{\frac{V_b}{V_a}}\,\frac{1}{\rho}\right) > \sqrt{V_b}\left|\tau_0 \frac{V'}{V^{3/2}} + \tau_1 \frac{1}{V^{1/2}}\,\frac{r'_\gamma}{r_\gamma}\right|_{z_a}^{z_b}. \tag{2}$$

Для чисто магнитных линз получим из (2) и табл. 1:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma} + \frac{1}{\rho}\right) \approx \frac{\beta}{m} r_{\alpha B} + \frac{1}{2\rho} > \tau\left\{\left|\frac{r'_\gamma}{r_\gamma}\right|_{z_a}^{z_b}\right\}_{\text{абс. знач}}, \tag{3}$$

где τ равно приближенно $^1/_4$ для средней кривизны и $^1/_8$ для сагиттальной кривизны.

В магнитных линзах, как видно из (3), при плоском предмете исправление средней и сагиттальной кривизны изображения невозможно. Для коротких линз, как следует из (3), центр кривизны средней поверхности изображения находится между изображением и вторым фокусом, если в нем расположена диафрагма. Величина $\left|\frac{r'_\gamma}{r_\gamma}\right|_{z_a}^{z_b}$, входящая в неравенства, зависит от положения диафрагмы и гауссовых параметров линзы. Она может быть подробно детализирована для коротких линз. Из неравенств (1), (2) и (3) вытекают необходимые условия исправления соответствующей аберрации, а также грубые оценки величины коэффициентов аберраций и радиусов кривизны в заданных системах. Для коэффициента сферической аберрации [7] G_{20} коротких линз мы получили

$$\frac{G_{20}}{m} r_{\alpha B}^3 > k\left(L_a + L_b\left(\frac{V_a}{V_b}\right)^{3/2}\frac{1}{m^4}\right), \tag{4}$$

где L_a, L_b — протяженности свободных от поля участков линзы, прилегающих к предмету и изображению, соответственно, в которых

* Так как множители при параметрах τ_0, τ_1 могут быть как положительными, так и отрицательными, то для усиления неравенства (1) приведены возможные границы выбора τ_0, τ_1, которые для магнитных линз определены из точных выражений, а для электрических — из приближенных.

траектории можно считать прямыми; k имеет значения 0,745 для магнитных и 2,65 для электрических линз.

При большом увеличении из (4) получим

$$\frac{G_{20}}{m} r_{\alpha B}^{3} > kf,$$

где f — фокусное расстояние со стороны предмета.

Это соотношение, полученное теоретически, применимо только к коротким линзам. По форме оно совпадает с оказавшейся неточной полуэмпирической формулой Ребша [8]. Для некоротких линз оказалось [9], что k принимает значения до 0,17, вместо 0,25 по Ребшу. Неравенство (4) позволит вести грубую оценку качества изображения, давая наиболее неблагоприятную оценку в случае коротких электрических линз*. Аналогичные неравенства для коротких линз могут быть установлены и для других четных коэффициентов, например коэффициента $Q_{24}(z_a, z_f)$, определяющего аберрации в фокальной плоскости [7], а также для коэффициентов $\beta_{m,n,s}$.

Например, для коэффициента средней кривизны коротких электрических линз имеем

$$\frac{\beta}{m} r_{\alpha B} + \frac{1}{2\rho} > 0{,}261 \left| \sqrt{\frac{V_a}{V}} \frac{r'_{\gamma}}{r_{\gamma}} \right|_{z_a}^{z_b} + 0{,}478 \left\{ L_a r'^{2}_{\gamma a} + L_b \sqrt{\frac{V_a}{V_b}} \frac{r'^{2}_{\gamma b}}{m^2} \right\}. \tag{5}$$

Поступило
14 IX 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] O. Scherzer, Zs. f. Phys., **101**, 593 (1936). [2] W. K. Zworykin, G. A. Morton and oth., Electron Optics and Electron Microscope, N. Y., 1948. [3] H. Voit, Zs. f. Instrumentenkunde, **59**, 71 (1939). [4] W. Tretner, Optik, **7**, 242 (1950). [5] H. Busch, L. Brüche, Beiträge zur Elektronenoptik, Leipzig, 1937. [6] В. Кослет, Введение в электронную оптику, 1951. [7] О. И. Семан, ДАН, **81**, № 5, 775 (1951). [8] R. Rebsch, Ann. d. Phys., **31**, 551 (1938). [9] W. Glaser, Zs. f. Phys., **117**, 285 (1941).

* Сферическая аберрация бесконечно короткой линзы, как можно убедиться, становится неограниченно большой из-за крутого надлома траектории. Для очень коротких линз оценка вида (4) становится поэтому слабой, в чем можно убедиться на примере одного аналитически рассчитанного поля [9].