

ГИДРОМЕХАНИКА

П. Ф. ФИЛЬЧАКОВ

**ПРЯМОЙ ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД ГИДРОМЕХАНИЧЕСКОГО  
РАСЧЕТА ФЛЮТБЕТОВ**

(Представлено академиком А. И. Некрасовым 24 IX 1953)

1°. При проектировании флютбетов напорных гидротехнических сооружений в течение долгого времени применялись метод линейной контурной фильтрации (метод Бляя), вошедший в употребление с 1910 г., и метод Лена, предложенный в 1934 г. Метод Бляя впервые был подвергнут глубокой критике Н. Н. Павловским (2), после чего и метод Бляя и метод Лена неоднократно подвергались критике. В настоящее время практикой нашего грандиозного гидротехнического строительства метод Лена полностью отвергнут как несостоятельный, а метод линейной контурной фильтрации рекомендуется использовать лишь как грубо приближенный метод для предварительных расчетов (1).

В данной статье излагается приближенный метод, не уступающий по простоте методу линейной контурной фильтрации, но свободный от его основных недостатков.

2°. Не ограничивая общности рассуждений, рассмотрим двухшпунтовый флютбет — наиболее сложный флютбет, для которого имеется точное гидродинамическое решение (3). При наличии большего числа шпунтов расчетные формулы получаем вполне аналогично в каждом конкретном случае.

Проведем приближенную граничную линию тока для рассматриваемого флютбета (пунктирная линия на рис. 1), срезав внутренние углы 1, 3, 4 прямыми линиями под углом в 45° к оси  $x$ , и перенесем на эти линии точки 1, 3, 4, как показано на рис. 1.

Длина граничной линии тока при  $c > t_1 + s_1$  будет\*:

$$\Lambda = c + b + (\sqrt{2} - 1)t_1 + 2(\sqrt{2} - 1)s_1 + \sqrt{2}s_2 + t_2. \quad (1)$$

Отложим теперь на оси  $\xi^*$  спрямленную линию тока, отметим на ней положение точек 8, 1', 2, 3', 4', 5, 6; применив линейное преобразование

$$\xi = \frac{2}{\Lambda} \xi^* - 1, \quad (2)$$

которое переводит точки 8 и 6 в точки  $\pm 1$  оси  $\xi$ , получим для данного флютбета эквивалентный плоский флютбет. В частности, для

\* При  $c \leq t_1 + s_1$  формулы для  $\Lambda$  и  $\xi_2$  необходимо заменить следующими:

$$\Lambda = \sqrt{c^2 + (t_1 + s_1)^2} + b + (\sqrt{2} - 1)s_1 + \sqrt{2}s_2 + t_2; \quad \xi_2 = \frac{2}{\Lambda} \sqrt{c^2 + (t_1 + s_1)^2} - 1.$$

Остальные формулы (3) — (5) справедливы при любом  $c$ .

угловых точек флюتبета, которые представляют наибольший практический интерес, имеем:

$$\xi_2 = \frac{2}{\Lambda} [c + (\sqrt{2} - 1)(t_1 + s_1)] - 1; \quad \xi_5 = 1 - \frac{2}{\Lambda} (s_2 + t_2); \quad (3)$$

$$\xi_4 = \xi_5 - a s_2; \quad a = \frac{3\sqrt{2}}{2\Lambda}; \quad (4)$$

$$\xi_3 = \xi_2 + a s_1; \quad \xi_1 = \xi_2 - a(t_1 + s_1). \quad (5)$$

По найденным  $\xi$  приведенный напор  $h$  определяем по таблицам, вычисленным для стандартного плоского флюتبета, или по номограмме, ((<sup>3</sup>), стр. 59).

Величину  $T^*$  определяем по формуле

$$T^* = \frac{2T}{\Lambda}. \quad (6)$$

3°. Сопоставим с точным гидромеханическим решением (<sup>3</sup>) результаты, полученные по предлагаемому методу и методам Бляя и Лена.

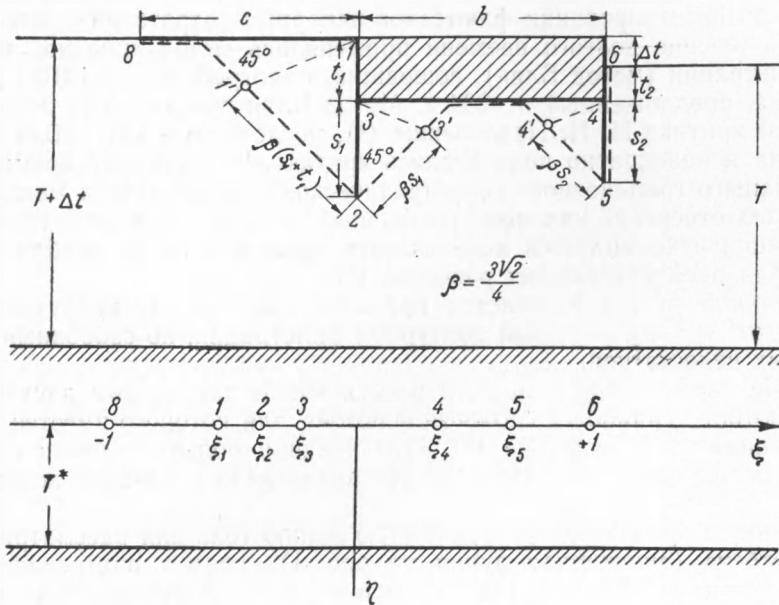


Рис. 1

Кроме приведенного напора  $h$  (выраженного в процентах от действующего напора  $H$ ) будем сравнивать также абсолютную и относительную погрешности приближенных методов

$$\varepsilon = h_{\text{точн}} - h_{\text{пр}}; \quad \delta = \frac{\varepsilon}{h_{\text{пр}}} 100\%. \quad (7)$$

В табл. 1 приведены результаты для 3 характерных примеров из 60, рассмотренных в следующем пункте. В первом примере погрешность предлагаемого метода наименьшая, во втором — наибольшая.

4°. С целью дальнейшей проверки метода вычислен приведенный напор  $h$  для следующих 60 вариантов двухшпунтового тонкого ( $t_1 = t_2 = 0$ ) флюتبета при  $T = \infty$ :  $s_1 = 1$ ;  $b = 1, 2, 5$ ;  $c = 0, 1, 2, 3, 4$ ;  $s_2 = 0,25; 0,50; 0,75; 1,00$ . Для каждого из этих вариантов  $h$  определялось в точках 1, 2, 3, 4, 5 (в точках 8 и 6 всегда  $h_8 = 100\%$ ,  $h_6 = 0$ ) и сопо-

ставлялось с точными значениями ((<sup>3</sup>), табл. VI, VIII, X, XII), после чего определялись абсолютная и относительная погрешности  $\epsilon$  и  $\delta$ .

Таблица 1

Метод	Точки							Размеры флютбета	
	8	1	2	3	4	5	6		
Точный $h, \%$	100,0	61,1	54,1	47,4	14,6	10,3	0	$c=4$ $b=5$ $s_1=1$ $s_2=0,25$ $t_1=0$ $t_2=0$ $T=\infty$	
Бляя $h, \%$	100,0	65,2	56,5	47,8	4,3	2,2	0		
$\epsilon$		4,1	2,4	0,4	10,3	8,1			
$\delta$		6,3	4,2	0,8	240,0	368,0			
Лена $h, \%$	100,0	75,8	57,6	39,4	9,1	4,5	0		
$\epsilon$		14,7	3,5	8,0	5,5	5,8			
$\delta$		19,4	6,1	20,3	60,4	129,0			
Автора $h, \%$	100,0	61,1	54,2	47,6	14,6	10,0	0		
$\epsilon$		0,0	0,1	0,2	0,0	0,3			
$\delta$		0,0	0,2	0,4	0,0	3,0			
Точный $h, \%$	100,0	75,8	52,0	30,1	22,4	16,1	0		$c=1$ $b=1$ $s_1=1,00$ $s_2=0,25$ $t_1=0$ $t_2=0$ $T=\infty$
Бляя $h, \%$	100,0	77,8	55,6	33,3	11,1	5,6	0		
$\epsilon$		2,0	3,6	3,2	11,3	10,5			
$\delta$		2,6	6,5	9,6	102,0	188,0			
Лена $h, \%$	100,0	89,5	57,9	26,3	15,8	7,9	0		
$\epsilon$		13,7	5,9	3,8	6,6	8,2			
$\delta$		15,3	10,2	14,4	41,4	104,0			
Автора $h, \%$	100,0	78,0	52,6	32,5	23,9	18,4	0		
$\epsilon$		2,2	0,6	2,4	1,5	2,3			
$\delta$		2,8	1,1	7,4	6,3	12,5			

Для удобства обозрения результатов в табл. 2 приведены только распределение частот  $N_\epsilon$  и  $N_\delta$  появления погрешностей  $\epsilon$  и  $\delta$ , а также их минимальные и максимальные значения для данной серии вычислений. Значения погрешностей округлены до целых единиц и в каждой строке (для данных  $b$  и  $s_2$ ) сгруппированы данные для 5 соответствующих флютбетов ( $c=0, 1, 2, 3, 4$ ).

Таблица 2

$b$	$N_\epsilon = f(\epsilon)$					$\epsilon$		$N_\delta = f(\delta)$											$\delta$	
	$s_2$	$\leftarrow$	$-1$	$0$	$\geq 1$	min	max	$s_2$	$\leftarrow$	$-3$	$-2$	$-1$	$0$	$1$	$2$	$3$	$4$	$\geq 5$	min	max
		$\epsilon$	$\leftarrow$	$-3$	$-2$				$-1$	$0$	$1$	$2$	$3$	$4$	$\geq 5$					
1	0,25	7	9	4	4	-2,6	0,6	0,25	11	1	1	4	2	4	1				-12,5	1,6
1	0,50	9	4	11	0	-4,0	0,5	0,50	10	1	0	2	4	5	2				-9,4	1,8
1	0,75	8	3	6	7	-3,6	1,4	0,75	7	4	0	0	3	3	2	2	3		-7,4	4,2
1	1,00	3	5	4	12	2,5	2,7	1,00	2	2	4	3	0	4	1	1	2	5	-4,3	7,3
2	0,25	5	9	10		-2,4	0,0	0,25	2	8	4	6	4						-3,9	0,0
2	0,50	5	11	8		-2,4	0,3	0,50	1	7	8	3	1	4					-3,8	1,5
2	0,75	3	9	9	3	-2,4	0,8	0,75		2	9	8	1	0	1	3			-2,9	3,0
2	1,00	1	8	11	4	-2,3	1,2	1,00		1	3	8	8	0	0	1	2	1	-2,8	4,6
5	0,25	1	4	19		-1,6	0,4	0,25			1	4	10	4	1	2	2		-1,9	3,8
5	0,50	1	4	19		-1,8	0,5	0,50			3	5	6	2	4	4			-2,1	3,4
5	0,75	1	4	13	6	-1,8	0,7	0,75			3	6	5	0	5	3	2		-2,1	3,7
5	1,00	1	4	9	10	-1,6	1,0	1,00			1	8	5	0	3	3	3	1	-1,8	4,7

Анализ результатов показывает, что для подавляющего большинства рассмотренных флютбетов  $-2 \leq \varepsilon \leq 1$  и  $-4 \leq \delta \leq 5$ . Менее точные, но вполне достаточные для инженерных гидротехнических расчетов результаты получены только для случая  $b = 1$ , который на практике встречается редко.

5°. Погрешность приближенного метода при конечной глубине  $T$  сохраняет тот же порядок, что и при  $T = \infty$ , для

$$T \geq 2(s + t), \quad (8)$$

где  $s = \sup \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ ,  $t = \sup \{t_1, t_2\}$ .

Для иллюстрации в табл. 3 сопоставлены приведенные напоры при  $T = \infty$  и  $T = 2(s + t)$ . При  $t < 2(s + t)$  предлагаемый метод и в первую очередь формула (6) требуют уточнения.

Таблица 3

Размеры флютбета		$T = \infty$				$T = 2$			
		Т о ч к и							
		2	3	4	5	2	3	4	5
$c = 0; b = 2;$ $t_1 = t_2 = 0,25;$ $s_1 = s_2 = 0,75$	$h_{\text{точн.}}, \%$	69,02	56,78	43,22	30,98	72,10	58,17	41,83	27,90
	$h_{\text{пр.}}, \%$	69,20	57,39	42,61	30,80	71,97	58,46	41,54	28,03
	$\varepsilon$	-0,18	-0,61	0,61	0,18	0,13	-0,29	0,29	0,13
	$\delta$	-0,3	-1,1	1,4	0,6	0,2	-0,5	0,7	-0,5
$c = 0; b = 2;$ $t_1 = 0,25; t_2 = 0,20;$ $s_1 = 0,75;$ $s_2 = 0,50$	$h_{\text{точн.}}, \%$	67,33	53,88	36,32	26,49	69,64	54,38	34,10	23,72
	$h_{\text{пр.}}, \%$	67,62	54,75	36,31	26,72	70,06	55,85	35,10	24,95
	$\varepsilon$	-0,29	-0,87	0,01	-0,23	-0,42	-1,46	-1,00	-1,23
	$\delta$	-0,4	-1,6	0,0	-0,9	-0,6	-2,6	-2,9	-4,9

6°. В заключение остановимся еще на определении скоростей и расходов.

Приведенный расход вычисляем по формуле

$$Q_r = \frac{K'}{2K} \left( k = \text{th} \frac{\pi}{2T^*} \right), \quad (9)$$

где  $K$  и  $K'$  — полные эллиптические интегралы первого рода.

Формула (9) дает относительную погрешность порядка 10—15%. В частности, при  $T = 2$  для примеров 1 и 2, приведенных в табл. 3, имеем: 1)  $Q_{\text{точн.}} = 0,289$ ;  $Q_{\text{пр.}} = 0,320$ ;  $\delta = -9,7\%$ ; 2)  $Q_{\text{точн.}} = 0,321$ ;  $Q_{\text{пр.}} = 0,360$ ;  $\delta = -10,8\%$ .

Для определения скорости фильтрации по линии нижнего бьефа необходимо приводить данный флютбет не к эквивалентному плоскому, а к одношпунтовому флютбету со шпунтом в крайнем низовом положении, для которого и строим затем эпюру выходных скоростей. В точке выхода скорость может быть определена также с относительной погрешностью порядка 10—15% по остаточному напору.

Институт математики  
Академии наук УССР

Поступило  
6 VI 1953

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Е. А. Замарин, К. В. Попов, В. В. Фандеев, Гидротехнические сооружения, 2-е изд., М., 1952. <sup>2</sup> Н. Н. Павловский, Теория движения грунтовых вод под гидротехническими сооружениями и ее основные приложения, 2, 1922. <sup>3</sup> А. М. Сенков, П. Ф. Фильчаков, Приближенные методы расчета стационарного движения грунтовых вод под гидротехническими сооружениями, 1952.