Доклады Академии Наук СССР
1953. Том XCIII, № 3

ГИДРОМЕХАНИКА

В. П. ПИЛАТОВСКИЙ

ВЛИЯНИЕ ПРИЗАБОЙНОЙ МАКРОНЕОДНОРОДНОСТИ ПЛАСТА НА ДЕБИТ СКВАЖИНЫ

(Представлено академиком А. И. Некрасовым 29 IX 1953)

Нефтяные пласты иногда содержат непроницаемые включения, образующие местные нарушения проницаемости; например, изолированные глинистые линзы, вкрапленные в песчаный пласт, представляют некоторую макронеоднородность пласта. При проводке нефтяной скважины последняя может попасть в область пласта, характеризующуюся определенной степенью макронеоднородности. В связи с этим возникает задача об учете гидромеханического действия макронеоднородности на дебит скважины или системы скважин, разрабатывающих данный пласт при определенных граничных условиях.

Рассмотрим простейший случай призабойной макронеоднородности плоского пласта, образованной некоторой системой непроницаемых включений в окрестности скважины.

На рис. 1 схематично представлена скважина O, рабочий радиус которой равен r_0. На некотором удалении от скважины симметрично расположены n непроницаемых включений (линз). Каждое непроницаемое включение M имеет определенный диаметр δ в направлении вектора OM. Геометрическая форма отдельного включения, вообще говоря, может быть произвольной. В рассматриваемой задаче все включения представляют собою цилиндрические тела, нормальные сечения этих тел с подошвой и кровлей пласта имеют форму овала, определяемого уравнениями (19).

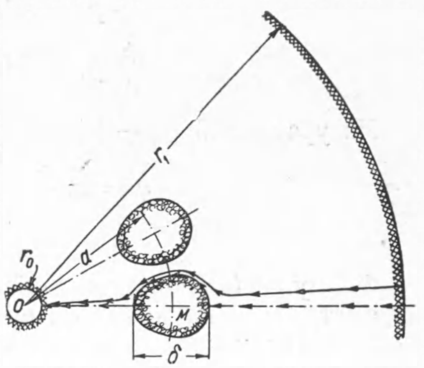

Рис. 1

На контуре скважины O поддерживается постоянное давление p_0; за контур питания принимаем окружность радиусом r_1 с центром O; на контуре питания поддерживается или задано давление p_1. Требуется определить дебит скважины q и кинематические особенности пластового потока.

С гидродинамической точки зрения каждое непроницаемое включение M действует на скоростное поле, обязанное депрессии $p_1 - p_0$, как некоторый диполь или система диполей.

Фильтрационный поток к одиночной скважине, окруженной цепочкой непроницаемых симметричных включений, составляющих макронеоднородность пласта, с достаточной точностью определяется характеристической функцией

$$W(z) = \varphi + i\psi = A \ln z + B \frac{a^n}{z^n - a^n} + C, \tag{1}$$

где $\varphi = -\frac{k}{\mu} p$ — потенциал скоростей, причем k — проницаемость пласта, μ — вязкость жидкости, p — давление; ψ — функция тока; a — радиус окружности, на которой расположено n диполей, представляющих непроницаемые включения; z — комплексная координата какой-либо точки пласта ($z = x + iy = re^{i\theta}$).

Действительные постоянные A, B, C находим из граничных условий задачи, используя для этого формулы ([1])

$$q = -\operatorname{Im} \oint_{(z_0)} \frac{dW}{dz} dz, \tag{2}$$

$$\varphi_0 = -\frac{k}{\mu} p_0 = \operatorname{Re} \frac{1}{2\pi i} \oint_{|z-z_0|=r_0} W(z) \frac{dz}{z - z_0}. \tag{3}$$

Комплексная координата z_0 определяет положение скважины, в нашем случае $z_0 = 0$. Интегрирование в (2) выполняется по замкнутому контуру, охватывающему точку z_0; интегрирование в (3) выполняется по окружности с центром в точке z_0 и радиусом r_0. Среднее значение давления p_1 на контуре питания находится аналогично (3) по формуле

$$\varphi_1 = -\frac{k}{\mu} p_1 = \operatorname{Re} \frac{1}{2\pi i} \oint_{|z-z_0|=r_1} W(z) \frac{dz}{z - z_0}. \tag{4}$$

В результате подстановки (1) в равенства (2), (3) и (4) получим:

$$q = -2\pi A, \tag{5}$$

$$-\frac{k}{\mu} p_0 = A \ln r_0 - B + C \quad (r_0 < a), \tag{6}$$

$$-\frac{k}{\mu} p_1 = A \ln r_1 + C \quad (a < r_1). \tag{7}$$

Из уравнений (5) — (7) следует выражение для дебита q:

$$q = 2\pi \frac{k}{\mu} \frac{p_1 - p_0}{\ln \frac{r_1}{r_0} + \lambda} \quad \left(\lambda = \frac{B}{A}\right). \tag{8}$$

Формула (8) является обобщением известной формулы Дюпюи; параметр λ, вошедший в знаменатель выражения (8), характеризует гидродинамическое несовершенство скважины за счет призабойной макронеоднородности пласта рассматриваемого вида. Отношение $\lambda = B/A$ выразим через расстояние δ между критическими точками отдельного включения, в которых скорость потока обращается в нуль:

$$u - iv = \frac{dW}{dz} = A \frac{1}{z} - B \frac{na^n z^{n-1}}{(z^n - a^n)^2} = 0, \tag{9}$$

откуда получаем уравнение для z/a:

$$\left[\left(\frac{z}{a}\right)^n - 1\right]^2 - n\lambda \left(\frac{z}{a}\right)^n = 0 \quad \left(\lambda = \frac{B}{A}\right). \tag{10}$$

Уравнение (10) легко разрешается относительно z/a, и мы получим комплексные координаты критических точек потока

$$z_{1,2}^{(\sigma)}=\varepsilon^{\sigma}a\sqrt[n]{1+\frac{n\lambda}{2}\pm\sqrt{\left(1+\frac{n\lambda}{2}\right)^2-1}}, \tag{11}$$

где $\varepsilon^{\sigma}=e^{2\pi\sigma i/n}$ $(\sigma=0,\ 1,\ 2,\ldots,\ n)$.

Расстояние между критическими точками при $\sigma=0$ определяет диаметр δ непроницаемого включения M в направлении вектора OM:

$$\delta=z_1^{(0)}-z_2^{(0)}=$$
$$=a\sqrt[n]{1+\frac{n\lambda}{2}+\sqrt{\left(1+\frac{n\lambda}{2}\right)^2-1}}-a\sqrt[n]{1+\frac{n\lambda}{2}-\sqrt{\left(1+\frac{n\lambda}{2}\right)^2-1}}. \tag{12}$$

Если положить

$$\operatorname{ch}\xi=1+\frac{n\lambda}{2}, \tag{13}$$

то вместо (12) получим

$$\operatorname{sh}\frac{\xi}{n}=\frac{\delta}{2a}. \tag{14}$$

При заданных δ/a и n определим ξ из уравнения (8), затем найдем λ из выражения (13):

$$\lambda=\frac{2(\operatorname{ch}\xi-1)}{n}. \tag{15}$$

Подставляя значение λ из (15) в выражение (8), найдем дебит скважины с учетом влияния несовершенства пласта за счет n непроницаемых симметрично расположенных вокруг скважины включений. В случае отсутствия призабойной макронеоднородности и пласта имеем $\delta=0$ и $\xi=0$, поэтому зависимость (8) приводится к формуле Дюпюи

$$q=2\pi\frac{k}{\mu}\frac{p_1-p_0}{\ln\frac{r_1}{r_0}}. \tag{16}$$

Поскольку всегда $\lambda>0$, то приходим к выводу о том, что наличие призабойной макронеоднородности пласта снижает значение дебита q скважины при прочих равных граничных условиях задачи.

Количественная оценка влияния отдельных факторов на дебит q может быть получена из (8), (14) и (15) для заданных числовых значений величин k/μ, p_1-p_0, n, δ/a.

Если положить $\psi=0$, то найдем уравнение контура включения, пересекаемого координатной осью Ox; в полярных координатах $(r,\ \theta)$ это уравнение приводится к виду

$$r^{2n}-2r^na^n\operatorname{ch}n\omega+a^{2n}=0, \tag{17}$$

где $\operatorname{ch}n\omega$ выражается через θ:

$$\operatorname{ch}n\omega=\cos n\theta+\frac{\lambda\sin n\theta}{2\theta}. \tag{18}$$

Разрешая полученное уравнение (17), найдем уравнение контура отдельного включения

$$r_1=ae^{-\omega},\quad r_2=ae^{\omega}. \tag{19}$$

Очевидно, точки касания контура какого-нибудь включения с лучами, проведенными из начала координат, лежат на окружности с радиусом a.

В табл. 1 приведены значения λ для некоторых значений величин n и δ/a. Гидродинамическое несовершенство пласта, характеризующее степень влияния призабойной макронеоднородности на дебит скважины, определим по формуле

$$\eta = \frac{\ln \frac{r_1}{r_2}}{\ln \frac{r_2}{r_0} + \lambda}. \qquad (20)$$

Для случая, когда $n = 8$, $\delta/a = 0{,}50$ и $r_1/r_2 = 3 \cdot 10^4$, величина η равна 0,932.

Таблица 1

Значения λ

δ/a \ n	4	8	12	24
0,25	0,0635	0,1350	0,2240	0,7493
0,50	0,2457	0,6749	1,476	—

В рассмотренной задаче каждое из n непроницаемых включений, окружающих скважину, имитировалось диполем. Задача допускает вбобщение на случай, в котором система диполей заменена системой оихревых пар. Тогда характеристическая функция имеет вид:

$$W(z) = A \ln z - Bi \ln \frac{z^n - z_0^n}{z^n - \bar{z}_0^n} + C \quad (z_0 = ae^{\alpha i}). \qquad (21)$$

Остальной ход рассуждений остается прежним.

Поступило
19 III 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] В. П. Пилатовский, ДАН, 87, № 6 (1952).