Доклады Академии Наук СССР
1953. Том XCII, № 5

ФИЗИКА

А. И. РЕЗАНОВ

К ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ ФЕРРОМАГНИТНЫХ МЕТАЛЛОВ ПРИ НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

(Представлено академиком И. П. Бардиным 9 V 1953)

1. В теории электропроводности обычных, неферромагнитных металлов рассматривается превращение энергии электронов проводимости в энергию колебаний кристаллической решетки металлов. В случае ферромагнитных металлов должен иметь место дополнительный механизм передачи энергии внешними $4s$-электронами системе внутренних $3d$-электронов, обменное взаимодействие которых обусловливает ферромагнитное состояние металла.

С. В. Вонсовский [1] показал, что этот механизм приводит к добавочному электросопротивлению, которое в области низких температур изменяется пропорционально T^3. В настоящей работе мы проводим сравнение этого добавочного эффекта с обычным, «фононным» сопротивлением.

В теории Вонсовского принимается, что возмущением, вызывающим переходы электронов проводимости и системы внутренних электронов, являются неоднородности в ориентации спиновых моментов внутренних электронов. Энергия возмущения пропорциональна первым производным компонент вектора спина. Вероятности переходов равны:

$$w^+(\vec{\xi}', \vec{\xi}, \mathbf{k}) = A_{\vec{\xi}}\, k^2 (n_{\mathbf{k}} + 1)\, \delta(\varepsilon' - \varepsilon + \hbar\omega_{\mathbf{k}})\, \delta(\vec{\xi}' - \vec{\xi} + \mathbf{k}), \quad (1)$$

$$w^-(\vec{\xi}', \vec{\xi}, \mathbf{k}) = A_{\vec{\xi}}\, k^2 n_{\mathbf{k}}\, \delta(\varepsilon' - \varepsilon - \hbar\omega_{\mathbf{k}})\, \delta(\vec{\xi}' - \vec{\xi} - \mathbf{k}). \quad (1')$$

Здесь $\vec{\xi}'$ и $\vec{\xi}$ — квазиимпульсы электрона проводимости в конечном и начальном состояниях; ε' и ε — значения энергии в этих состояниях; $n_{\mathbf{k}}$ — функция распределения ферромагнонов; $\hbar\omega_{\mathbf{k}}$ — энергия ферромагнона с волновым вектором $\mathbf{k}$; δ — дельта-функция; в $A_{\vec{\xi}}$ включены все величины, не зависящие от $\mathbf{k}$.

2. Для установления температурной зависимости добавочного, «ферромагнонного» электросопротивления не требуется дальнейшей конкретизации формул (1) и (1′), для выполнения же количественных оценок необходимо определить величину $A_{\vec{\xi}}$. Это можно сделать следующим образом.

Энергия обменного взаимодействия s- и d-электронов, согласно Дираку [2], может быть записана в виде:

$$V = \frac{1}{2} \sum_i I_i^{sd} (|\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_d|)\, \vec{\sigma}_s \vec{\sigma}_d, \quad (2)$$

где I_i^{sd} — обменный интеграл s-электрона с i-м d-электроном; $\vec{\sigma}$ — операторы спина в единицах $^1/_2\ \hbar$. Если для упрощения рассматривать одномерный кристалл и учитывать взаимодействие s-электрона только с ближайшим d-электроном, то (2) перепишется таким образом:

$$V = {}^1/_2 I_{sd}\sigma_s\sigma_d, \tag{3}$$

где I_{sd} — соответствующий обменный интеграл. Энергия возмущения, пропорциональная $\nabla\sigma_d$, будет, очевидно, равна:

$$V' = {}^1/_2 I_{sd}\sigma_s\nabla\sigma_d a, \tag{4}$$

где a — расстояние между соседними атомами.

Далее можно обычным способом найти вероятности переходов с появлением и исчезновением ферромагнонов, пропорциональные квадрату модуля матричного элемента энергии V'. Величина $A_{\vec{\xi}}$ оказывается равной

$$A_{\vec{\xi}} = \frac{1}{\hbar} I_{sd}^2 a^2\ {}^*. \tag{5}$$

3. Кинетическое уравнение для рассматриваемой задачи об электропроводности имеет вид [3]:

$$\int_0^\infty \frac{z\,dz}{(e^z-1)(e^{-\eta}+1)}\left[\frac{\varphi(\eta+z)-\varphi(\eta)}{e^\eta+e^{-z}}+\frac{\varphi(\eta-z)-\varphi(\eta)}{e^{\eta-z}+1}\right]=$$

$$= -eF\lambda KT\frac{1}{\xi}\left(\frac{d\varepsilon}{d\xi}\right)^2\frac{\partial N_0}{\partial\varepsilon}+$$

$$+\int_0^\infty \frac{z^2dz}{(e^z-1)(e^{-\eta}+1)}\left[\frac{\varphi(\eta+z)(B-A)}{e^\eta-e^{-z}}+\frac{\varphi(\eta-z)(B+A)}{e^{\eta-z}+1}\right]. \tag{6}$$

Здесь $z=\frac{\hbar\omega}{KT}$; $\eta=\frac{\varepsilon-\zeta}{KT}$; $A=\frac{KT}{2\varepsilon}$; $B=\frac{KT}{4I_{dd}a^2\xi^2}$; F — напряженность электрического поля; I_{dd} — обменный интеграл d-электронов соседних атомов; $\lambda=\frac{32\pi^2 I_{dd}^2}{a(KT)^2 I_{sd}^2}$; N_0 — равновесная функция распределения внешних электронов; $\xi\varphi(\eta)\frac{\partial N_0}{\partial\varepsilon}=N(\eta)-N_0$.

При низких температурах уравнение (6) приближенно удовлетворяется следующим решением:

$$\varphi(\eta)=\text{const}=\frac{e\lambda}{2BF_3}\left[\frac{1}{\xi}\left(\frac{d\varepsilon}{d\xi}\right)^2\right]_\zeta F\quad\left(F_3=\int_0^\infty\frac{z^3dz}{(e^z-1)(e^{-z}-1)}=7{,}2\right), \tag{7}$$

достаточно точным для вычисления электропроводности.

Проводя стандартные вычисления электрического тока

$$I=e\int\xi N(\varepsilon)\,d\tau_\xi, \tag{8}$$

в результате получим формулу для электропроводности:

$$\sigma_{fm}=\frac{1}{\rho_{fm}}=\frac{16\pi n\Omega_0 e^2\hbar}{amI_{sd}^2}\left(\frac{\theta_C}{T}\right)^3\frac{\xi_0\zeta_0}{F_3}, \tag{9}$$

где n — число электронов в единице объема; Ω_0 — объем элементарной ячейки; θ_C — температура Кюри, равная $\frac{1}{K}I_{dd}$; K — константа Больц-

* Вычисления, приведенные в п. 2, были выполнены М. Хейфецем.

мана; ξ_0 и ζ_0 — предельные импульс и энергия полностью вырожденного электронного газа.

4. Приведем для сравнения с (9) формулу для «фононной» части электропроводности:

$$\sigma_{ph} = \frac{1}{\rho_{ph}} = \frac{4\, n\Omega_0 e^2 MK\theta_D}{9\,\pi^4 mhC^2}\left(\frac{\theta_D}{T}\right)^5 \frac{\xi_0\zeta_0}{F_5}. \tag{10}$$

Здесь M — масса атома; θ_D — температура Дебая; C — средняя энергия электрона в периодическом поле ионов решетки, которая определена по опытным значениям σ_{ph} и имеет порядок 10^{-12} эрг;

$$F_5 = \int\limits_0^\infty \frac{z^5 dz}{(e^z - 1)(e^{-z} - 1)} = 124{,}4.$$

Из (9) и (10) получаем отношение:

$$\frac{\rho_{fm}}{\rho_{ph}} = 5\cdot 10^{-5} \frac{Ka^2 MI_{sd}^2\theta_D^6}{h^2C^2\theta_C^3 T^2}. \tag{11}$$

В частности, например, для железа: $M = 56\cdot 1840\cdot 10^{-27}$ г, $\theta_D = 420°$ K, $\theta_C = 1043°$ K, $a \sim 10^{-8}$ см, получаем:

$$\frac{\rho_{fm}}{\rho_{ph}} \simeq 10\left(\frac{I_{sd}}{C}\right)^2 \frac{1}{T^2}. \tag{12}$$

Есть основания принять для I_{sd} величину порядка 10^{-13}; тогда из (12) следует, что при температуре $\sim 1°$ K ρ_{fm} будет составлять около 10% от ρ_{ph}. В области же сверхнизких температур ρ_{fm} должно, повидимому, составлять основную долю электросопротивления железа.

С. В. Вонсовским и В. А. Туровым показано, что $(s - d)$-обменная модель в форме, использованной выше, вытекает из самой общей многоэлектронной теории кристалла ([4]), если пренебречь взаимодействием между внешними s-электронами (обычное одноэлектронное приближение) и полярными состояниями для внутренних d-электронов.

Приношу благодарность проф. С. В. Вонсовскому за постоянный интерес к данной работе.

Уральский государственный университет
им. А. М. Горького

Поступило
29 XII 1952

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] С. В. Вонсовский, ЖЭТФ, 18, 190 (1948). [2] П. А. Дирак, Основы квантовой механики, § 61, 1937. [3] А. Вильсон, Квантовая теория металлов, 1941. [4] Н. Н. Боголюбов, Лекции по квантовой статистике, Киев, 1949 (на украинском языке).