Доклады Академии Наук СССР
1953. Том XCII, № 5

ФИЗИКА

Ю. В. НОВОЖИЛОВ

О ВЫБОРЕ «НЕВОЗМУЩЕННОГО» ОПЕРАТОРА ЭНЕРГИИ В ТЕОРИИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НУКЛОНА С ПОЛЕМ ПСЕВДОСКАЛЯРНЫХ МЕЗОНОВ

(Представлено академиком В. А. Фоком 22 IV 1953)

В случае псевдоскалярного взаимодействия нуклона с полем псевдоскалярных π-мезонов величина «мезонного» заряда нуклона велика: $\gamma = \frac{f^2}{4\pi} = 50 \div 80$ ([1],[2]), и, следовательно, теория возмущений в обычной форме (разложение по степеням γ) неприменима.

При приближенном решении уравнений поля первым шагом является подразделение общего оператора энергии H на «невозмущенный» оператор энергии H_0 и малое возмущение.

В настоящей работе предполагается, что мезоны с различными моментами количества движения l различным образом взаимодействуют с нуклоном, и считается, что «невозмущенный» оператор энергии H_0 можно определить как часть оператора H, зависящую только от операторов рождения и уничтожения мезонов, сильно взаимодействующих с нуклоном. В соответствии с имеющимися опытными данными вычисления проводятся в нерелятивистском приближении для нуклона.

1. В случае псевдоскалярной связи после перехода к нерелятивистскому приближению для нуклона оператор энергии системы нуклон плюс поле заряженных и нейтральных π-мезонов (симметричная теория) можно записать в виде ([2],[3]) $(h = c = 1)$

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2M} + u_0 + M[\cos 2\chi + 2\chi \sin 2\chi - 1] + (\vec{\sigma}, \nabla\chi), \tag{1}$$

где M — масса нуклона; $\mathbf{p} = -i\,\mathrm{grad}$; u_0 — оператор энергии мезонного поля; $\chi = \frac{f}{2M}[\sqrt{2}\tau_+\varphi + \sqrt{2}\tau_-\varphi^+ + \tau_3\varphi_0]$; τ_+ и τ_- — операторы возникновения и исчезновения заряда; f — мезонный заряд нуклона; поле заряженных π-мезонов описывается операторами φ и φ^+, поле нейтральных π-мезонов — оператором φ_0; $\tau_3 = \tau_+\tau_- - \tau_-\tau_+$.

Состояния мезонов будем отмечать по моменту количества движения l, проекции m момента количества движения на ось z и абсолютному значению импульса k. Для этого операторы мезонного поля представим в виде ряда по сферическим функциям, который для φ записывается в виде

$$\varphi(r, \vartheta, \beta) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sum_{l,m} \int dk\, k\,(2k_0)^{-1/2} j_l(kr)\, Y_{lm}(\vartheta, \beta)\,[a_{lm}(k) + (-1)^m b_{-lm}(k)]. \tag{2}$$

Здесь $j_l(x) = \left(\frac{\pi}{2x}\right)^{1/2} J_{l+1/2}(x)$, где $J_{l+1/2}(x)$ — функция Бесселя; Y_{lm} — нормированная шаровая функция; $Y^+_{lm} = (-1)^m Y_{l,-m}$; $k_0^2 = k^2 + m_\pi^2$, где m_π — масса π-мезонов, $b_{-lm} \equiv b_{l,-m}$.

Выражение для φ_0 отличается от (3) заменой операторов $a_{lm}(k)$ и $b_{lm}(k)$ оператором $c_{lm}(k)$. Операторы рождения $a^+_{lm}(k)$, $b^+_{lm}(k)$, $c^+_{lm}(k)$ и операторы уничтожения $a_{lm}(k)$, $b_{lm}(k)$, $c_{lm}(k)$ соответственно положительных, отрицательных и нейтральных мезонов удовлетворяют перестановочным соотношениям

$$[a_j(k), a^+_{j'}(k')] = [b_j(k), b^+_{j'}(k')] = [c_j(k), c^+_{j'}(k')] = \delta_{jj'}\delta(k-k'),$$
$$[A, B] \equiv AB - BA, \quad j \equiv (l, m). \tag{3}$$

2. Исключим из оператора энергии (1) координаты нуклона с помощью преобразования $H' = U^+HU$,

$$U = \exp[-i(\mathbf{u}, \mathbf{r})], \quad \mathbf{u} = \int \mathbf{G}\, dv, \tag{4}$$

аналогичного соответствующему преобразованию в квантовой электродинамике [4]. В (4) $\mathbf{r}$ — координата нуклона; $\mathbf{G}$ — плотность импульса мезонного поля. Так как $U^+\varphi(\mathbf{r})U = \varphi(0)$, то преобразованный оператор энергии имеет вид

$$H' = \frac{(\mathbf{P}-\mathbf{u})^2}{2M} + u_0 + \frac{f}{4M}\frac{1}{\sqrt{3\pi}}\int dk\, k^2 k_0^{-1/2}\{\tau_+(\sigma_1 A_1 + i\sigma_2 A_2 + \sqrt{2}\,\sigma_3 A_3) +$$
$$+ \tau_-(\sigma_1 A_1^+ - i\sigma_2 A_2^+ + \sqrt{2}\,\sigma_3 A_3^+) + \frac{\tau_3}{\sqrt{2}}(\sigma_1 B_1 + i\sigma_2 B_2 + \sqrt{2}\,\sigma_3 B_3)\} +$$
$$+ M[\cos 2\chi(0) + 2\chi(0)\sin 2\chi(0) - 1], \tag{5}$$

где $\mathbf{P}$ — полный импульс системы нуклон плюс мезонное поле и введены обозначения

$$\chi(0) = \frac{f}{4\pi M}\int dk\, k k_0^{-1/2}\{\sqrt{2}\,\tau_+ A_3 + \sqrt{2}\,\tau_- A_3^+ + \tau_3 B_3\},$$
$$A_1 = a_1(k) - b_2^+(k) - a_2(k) + b_1^+(k), \quad A_0 = a_0(k) + b_0^+(k),$$
$$A_2 = a_1(k) - b_2^+(k) + a_2(k) - b_1^+(k), \quad A_3 = a_3(k) + b_3^+(k); \tag{6}$$

индексы $j = 0, 1, 2, 3$ у операторов рождения и уничтожения относятся соответственно, к мезонам с $m = 0, +1, -1$ ($l = 1$) и $l = 0$. B_k получается из A_k заменой операторов a_j и b_j оператором c_j.

В (5) оператор энергии взаимодействия содержит только операторы рождения и уничтожения мезонов с моментом $l = 0$ (член $R = M[\cos 2\chi(0) + 2\chi(0)\sin 2\chi(0) - 1]$) и моментом $l = 1$ (третий член). Операторы рождения и уничтожения мезонов с большими значениями l входят только в импульс мезонного поля $\mathbf{u}$ и связаны с отдачей, испытываемой нуклоном при поглощении или испускании мезонов. Отсюда следует, что в нерелятивистской области (для нуклона) с нуклоном взаимодействуют практически только мезоны с $l = 0$ и $l = 1$. При больших значениях константы взаимодействия γ мезоны с $l = 0$ взаимодействуют с нуклоном слабее, чем мезоны с $l = 1$, ввиду малости матричных элементов оператора R при больших γ и псевдоскалярного характера мезонного поля, который исключает состояния с нечетным числом мезонов, обладающих четными моментами l. Выражение для оператора R тождественно выражению, которое получается для оператора $M[\cos 2\chi + 2\chi \sin 2\chi - 1]$ в (1), если пренебречь отдачей нуклона. Матричные элементы последнего оператора в пренебрежении отдачей вычислялись ранее [2]. Наиболее важные матричные элементы R, соответствующие одновременным переходам двух мезонов с $l = 0$, совпадают с матричными элементами оператора $2M\lambda_0\chi^2(0)$, где $\lambda_0 = \left(1 - \frac{3}{2\pi}\gamma\right)\exp\left[-\frac{3}{4\pi}\gamma\right]$. При $\gamma = 40 \quad \lambda_0 \approx 10^{-3}$; при $\gamma = 63 \quad \lambda_0 \approx 10^{-5}$.

Отметим, что в нашем случае отдача учитывается точно посредством члена $\mathbf{u}$ в операторе энергии (5).

Таким образом, при больших γ в качестве невозмущенного оператора энергии H_0 можно выбрать ту часть H', которая содержит только операторы рождения и уничтожения мезонов с $l = 1$

$$H_0 = \frac{\mathbf{P}^2}{2M} + H^{(1)} + \sum_j \int dk \left(k_0 + \frac{4}{3}\frac{k^2}{M}\right)[a_j^+(k)\,a_j(k) + b_j^+(k)\,b_j(k) + + c_j^+(k)\,c_j(k)], \tag{7}$$

где $j = 0, 1, 2$; $H^{(1)}$ — третий член в (5).

Оператор $\mathbf{P}$ коммутирует с остальной частью оператора H', и поэтому движение нуклона с «мезонным» облаком как целого с импульсом $\mathbf{P}$ и «внутреннее» состояние нуклона с «мезонным» облаком можно рассматривать отдельно, хотя внутреннее состояние (как и магнитный момент нуклона) в общем случае зависит от $\mathbf{P}$. Из (7) следует, что в первом приближении внутреннее состояние не зависит от $\mathbf{P}$.

Общий момент количества движения $\mathbf{M}$ системы нуклон плюс мезонное поле $\mathbf{M} = [\mathbf{r} \times \mathbf{p}] + \frac{1}{2}\vec{\sigma} + \int [\mathbf{r}' \times \mathbf{G}(\mathbf{r}')]\,dv'$ ($\mathbf{r}$ — координата нуклона, интегрируется по координатам поля $\mathbf{r}'$) складывается из момента $\mathbf{J}$, связанного с движением нуклона с мезонным облаком как целого, и «внутреннего» момента количества движения $\mathbf{S}$. Это выявляется, если применить преобразование (4):

$$\mathbf{M}' = U^+\mathbf{M}U = [\mathbf{r} \times \mathbf{P}] + {}^1/_2\,\vec{\sigma} + \int [\mathbf{r}'' \times \mathbf{G}(\mathbf{r}'')]\,dv'' = \mathbf{J} + \mathbf{S}, \tag{8}$$

где $\mathbf{r}'' = \mathbf{r}' - \mathbf{r}$; $\mathbf{J} = [\mathbf{r} \times \mathbf{P}]$, причем $[J_i, S_k] = 0$. Оператор $\mathbf{S} - {}^1/_2\,\vec{\sigma}$ выражается посредством операторов a^+, b^+, c^+ и a, b, c так же, как и оператор момента количества движения свободного мезонного поля, вычисленный в (5).

3. Чтобы проверить целесообразность выбора H_0, была рассмотрена задача о магнитном моменте нуклона. В этом случае, кроме уравнения Шредингера $H\Omega = E\Omega$, функционал состояния Ω должен удовлетворять уравнениям $S^2\Omega = {}^3/_4\,\Omega$; $S_z\Omega = {}^1/_2\,\Omega$, выражающим то обстоятельство, что спин нуклона равен ${}^1/_2$. Задача решалась с помощью метода функционалов Фока (4), где нуклон и мезонное поле описываются волновыми функциями ψ_{qts}, $q, t, s = 0, 1, 2, \ldots$, зависящими от переменных π^+-мезонов $k_i j_i$ $(i = 0, 1, 2, \ldots, q)$, π^--мезонов $k_i' j_i'$ $(i = 0, 1, 2, \ldots, t)$, π^0-мезонов $k_i'' j_i''$ $(i = 0, 1, 2, \ldots, s)$. Для отыскания ψ_{qts} использовалось приближение, предложенное в работе (6). В итоге было получено для магнитных моментов протона и нейтрона $\mu_p = 2{,}3\,\mu_0$ и $\mu_n = -1{,}75\,\mu_0$ (μ_0 — ядерный магнетон), что лучше согласуется с опытными значениями $\mu_p = 2{,}78\,\mu_0$ и $\mu_n = -1{,}91\,\mu_0$, чем известные ранее значения, полученные по теории слабой связи, где в лучшем случае имеет место соотношение $2(\mu_0 - \mu_p) = \mu_n$ (7).

Ленинградский государственный университет
им. А. А. Жданова

Поступило
21 IV 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] K. Brueckner, Phys. Rev., 79, 645 (1950). [2] S. Drell, E. Henley, ibid., 88, 1052 (1952). [3] F. Dyson, ibid., 73, 929 (1948). [4] В. А. Фок, Sow. Phys., 6, 425 (1934). [5] R. Sachs, Phys. Rev., 87, 110 (1952). [6] S. Tomonaga, Progr. Theor. Phys., 2, 6 (1947). [7] K. Case, Phys. Rev., 76, 1 (1949).