Доклады Академии Наук СССР
1953. Том XCII, № 3

ФИЗИКА

Академик Л. ЛАНДАУ и И. ПОМЕРАНЧУК

ПРЕДЕЛЫ ПРИМЕНИМОСТИ ТЕОРИИ ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ И ОБРАЗОВАНИЯ ПАР ПРИ БОЛЬШИХ ЭНЕРГИЯХ

Теоретический анализ (1) методов получения формул Бете—Гайтлера (Б.-Г.) (2) для тормозного излучения и образования пар приводит к заключению, что они должны быть применимы вплоть до сколь угодно больших энергий. Этот вывод, однако, относится к радиационным процессам, происходящим на одном изолированном атоме. Если рассматривать радиационные процессы в среде, то можно установить, что при достаточно больших энергиях теория Б.-Г. будет несправедлива.

Для того чтобы самым простым образом выяснить вопрос, рассмотрим сперва испускание квантов, имеющих энергию* ω много меньшую, чем энергия электрона E. В этом случае законно классическое рассмотрение, приводящее к следующему выражению для энергии, излученной в элемент телесного угла $d\mathbf{n}$ и в интервале частот $d\omega$ (3):

$$dI_{\mathbf{n}\omega}=\frac{e^2}{4\pi^2}\omega^2\,d\omega\left|\int[\mathbf{n}\,d\mathbf{r}]\,e^{i[\omega t-\mathbf{kr}(t)]}\right|^2,\quad d\mathbf{r}=\mathbf{V}(t)\,dt,\quad \mathbf{k}=\mathbf{n}\omega. \tag{1}$$

Формулы Б.-Г. при малых ω получаются из (1), если считать, что $\mathbf{V}$ внезапно меняется при столкновении электрона с одним атомом, т. е. $\mathbf{V}=\mathbf{V}_1$, $V_1=V_{1z}$ при $t<0$ и $\mathbf{V}=\mathbf{V}_2$ при $t>0$. Умножая (1) на вероятность заданного рассеяния электрона, можно получить результаты Б.-Г. (4). При этом мы приходим к интегралам:

$$[\mathbf{n}\mathbf{V}_1]\int_{-\infty}^{0}dt\,e^{i(\omega-k_zV_1)t}+[\mathbf{n}\mathbf{V}_2]\int_{0}^{\infty}dt\,e^{i(\omega-\mathbf{k}\mathbf{V}_2)t},\quad \mathbf{k}_2\mathbf{V}=kV_{2z}\left(1-\frac{\vartheta^2}{2}\right)+\mathbf{k}\vec{\vartheta}\mathbf{V}_2 \tag{2}$$

(ϑ — угол между $\mathbf{k}$ и осью z).

При малых ϑ (эффективные $\vartheta\sim m/E$, m — покоящаяся энергия электрона) существенный интервал времени оказывается порядка:

$$t_e\sim E^2/m^2\omega. \tag{3}$$

С ростом E t_e очень сильно растет, и вследствие этого играют роль расстояния от электрона до ядра, которые значительно превосходят атомные размеры.

Начиная с $E=\sqrt{m^2L\omega}$, где L — лавинная единица длины (2), существенны расстояния порядка L. В этих условиях совершенно очевидно, что результаты Б.-Г. не могут быть правильными, так как электроны, позитроны и кванты существенно поглощаются на этой длине. Однако формулы Б.-Г. нарушаются при значительно меньших энергиях из-за

* $\hbar=c=1$.

многократного кулоновского рассеяния на расстоянии t_e. Учитывая это рассеяние, получаем:

$$\mathbf{kr}(t) = V(0)\,k\left(1-\frac{\vartheta^2}{2}\right)\int\left(1-\frac{\theta_t^2}{2}\right)dt + k\vec{\vartheta}\int\vec{\theta}_t\,dt, \tag{4}$$

где $\vec{\theta}$ связано с $\mathbf{V}$ следующим образом:

$$\mathbf{V}(t) = \mathbf{V}(0) + \vec{\theta}_t, \quad \mathbf{V}(0)\,\vec{\theta}_t = 0. \tag{5}$$

$\vec{\theta}$ обязан многократному рассеянию. Подставим (4) в (1), считая для простоты $\vartheta = 0$. Из-за многократного рассеяния в показателе (1) появляется член

$$\frac{1}{2}\,k\int\theta_t^2\,dt. \tag{6}$$

Для оценки его влияния заменим θ_t^2 на $\overline{\theta_t^2}$, беря последнее из теории многократного рассеяния ([5]). (6) по порядку величины равно:

$$\omega E_s^2 t^2 / E^2 L. \tag{7}$$

Подставляя сюда вместо t (3), получаем:

$$E_s^2 E^2 / m^4 \omega L. \tag{8}$$

Когда $E = E_0(\omega)$, где

$$E_0(\omega) = \frac{m^2}{E_s}\sqrt{\omega L} = \frac{m^2}{E_s}\sqrt{\frac{m^2\omega}{4Z^2 n e^6 \ln 191 Z^{-1/3}}} \tag{9}$$

(n — число ядер в 1 см^3), в показателе (1) появляется добавочный член порядка единицы и, следовательно, формулы Б.-Г. перестают быть применимы при излучении частоты ω.

Если $\omega \sim E$, классическое рассмотрение по порядку величины еще справедливо, и из (9) мы находим

$$E_0(E) \equiv E_0 = \frac{m^4 L}{E_s^2} = \frac{m^6}{4E_s^2 Z^2 n e^6 \ln\left(191 Z^{-1/3}\right)}. \tag{10}$$

Так как $(E_s/m)^2 = 1700$, то $E_0 = {}^1/_{1700}\, m^2 L$. Для свинца это дает энергию, равную $5\cdot 10^{12}$ эв; у элементов в конце системы Менделеева E_0 падает до $2\cdot 10^{12}$ эв. Когда $E > E_0$, излучение почти всех квантов не может следовать Б.-Г. То же относится и к образованию пар. При меньших энергиях радикальные отклонения от Б.-Г. должны быть при малых ω, удовлетворяющих неравенству:

$$\omega \lesssim E^2 / E_0. \tag{11}$$

Поступило
22 VII 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] C. F. v. Weizsäcker, Z. f. Phys., 88, 612 (1934). [2] См., например, С. З. Беленький, Лавинные процессы в космических лучах, М., 1948. [3] Л. Ландау, Е. Лифшиц, Теория поля, М., 1948, стр. 200. [4] A. Nordsieck, Phys. Rev., 52, 59 (1937). [5] См., например, Б. Росси, К. Грейзен, Взаимодействие космических лучей с веществом, 1948, стр. 44.