Доклады Академии Наук СССР
1953. Том XCII, № 3

ФИЗИКА

В. Б. БЕРЕСТЕЦКИЙ

# РАСПАД НА 3 π-МЕЗОНА И ГИПОТЕЗА ИЗОТОПИЧЕСКОЙ ИНВАРИАНТНОСТИ

*(Представлено академиком Л. Д. Ландау 22 VII 1953)*

Известен [1] распад τ-мезона на 3 π-мезона:

$$\tau^+ \to \pi^+ + \pi^+ + \pi^-. \qquad (1)$$

Если свойства взаимодействия заряженных и нейтральных мезонов достаточно близки, как это можно заключить из опытов по образованию π-мезонов, то наряду с (1) должен наблюдаться и следующий распад:

$$\tau^+ \to \pi^0 + \pi^0 + \pi^+. \qquad (2)$$

Если приписать τ-мезону определенный изотопический спин, то можно подсчитать отношение вероятностей распадов (1) и (2). Так как суммарный заряд системы равен единице, то минимально возможный изотопический спин τ-мезона также единица. Мы примем это как наиболее естественное предположение, ибо в принципе возможные значения 2 и 3 соответствовали бы наличию наряду с однозарядными двух- и трехзарядных τ-частиц. Так как спин мезона равен нулю, а его изотопический спин единице, то задача сводится к построению симметричной относительно перестановок волновой функции трех частиц со спином единица (ниже термин «спин» мы будем применять по отношению к изотопическому спину).

Волновая функция каждого π-мезона является произведением координатной и спиновой частей. Спиновая волновая функция представляет собой вектор в изотопическом пространстве, обозначим его через $\vec{\chi}$. Составляющая вектора вдоль «оси $z$» $\chi_0 \equiv \chi_z$ отвечает $\pi^0$-мезону, $\chi_\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(\chi_x \pm i\chi_y)$, соответственно, — $\pi^\pm$-мезонам. Волновая функция системы трех π-мезонов (поскольку спин τ-мезона равен единице) также должна быть вектором в изотопическом пространстве. Из произведения трех векторов $\vec{\chi}_1, \vec{\chi}_2, \vec{\chi}_3$ можно составить лишь следующие 3 линейно независимые вектора:

$$\vec{\chi}_1(\vec{\chi}_2\vec{\chi}_3); \quad \vec{\chi}_2(\vec{\chi}_1\vec{\chi}_3); \quad \vec{\chi}_3(\vec{\chi}_1\vec{\chi}_2). \qquad (3)$$

Эти три вектора образуют базис трехмерного представления группы перестановок трех частиц. Это представление приводимо. Его можно разбить на одно- и двухмерное представления, введя в качестве базисных векторов следующие линейные комбинации векторов (3):

$$\mathbf{e} = \vec{\chi}_1 (\vec{\chi}_2\vec{\chi}_3) + \vec{\chi}_2 (\vec{\chi}_1\vec{\chi}_3) + \vec{\chi}_3 (\vec{\chi}_1\vec{\chi}_2); \tag{4}$$

$$\begin{gathered}\mathbf{e}_1 = \vec{\chi}_3 \times (\vec{\chi}_1 \times \vec{\chi}_2) + \vec{\chi}_2 (\vec{\chi}_1 \times \vec{\chi}_3) = 2\vec{\chi}_1 (\vec{\chi}_2\vec{\chi}_3) - \vec{\chi}_2 (\vec{\chi}_1\vec{\chi}_3) - \vec{\chi}_3 (\vec{\chi}_1\vec{\chi}_2);\\ \mathbf{e}_2 = \vec{\chi}_3 \times (\vec{\chi}_2 \times \vec{\chi}_1) + \vec{\chi}_1 \times (\vec{\chi}_2 \times \vec{\chi}_3).\end{gathered} \tag{5}$$

Вектор $\mathbf{e}$ инвариантен относительно перестановок (симметрическая спиновая функция). Векторы $\mathbf{e}_1$ и $\mathbf{e}_2$ соответствуют следующим схемам Юнга ([2])

$$\mathbf{e}_1 = \begin{array}{|c|}\hline 2\\\hline 1\\\hline\end{array}\begin{array}{|c|}\hline 3\\\hline\end{array} + \begin{array}{|c|}\hline 3\\\hline 1\\\hline\end{array}\begin{array}{|c|}\hline 2\\\hline\end{array}; \qquad \mathbf{e}_2 = \begin{array}{|c|}\hline 1\\\hline 2\\\hline\end{array}\begin{array}{|c|}\hline 3\\\hline\end{array} + \begin{array}{|c|}\hline 3\\\hline 2\\\hline\end{array}\begin{array}{|c|}\hline 1\\\hline\end{array}.$$

Если ввести еще вектор

$$\mathbf{e}_3 = \vec{\chi}_1 \times (\vec{\chi}_3 \times \vec{\chi}_2) + \vec{\chi}_2 \times (\vec{\chi}_3 \times \vec{\chi}_1) = \begin{array}{|c|}\hline 1\\\hline 3\\\hline\end{array}\begin{array}{|c|}\hline 2\\\hline\end{array} + \begin{array}{|c|}\hline 2\\\hline 3\\\hline\end{array}\begin{array}{|c|}\hline 1\\\hline\end{array},$$

линейно зависимый от $\mathbf{e}_1$ и $\mathbf{e}_2$:

$$\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3 = 0,$$

то $\mathbf{e}_1$, $\mathbf{e}_2$ и $\mathbf{e}_3$ можно изобразить как три вектора в плоскости, расположенных под углом 120'; каждой перестановке соответствует перестановка этих трех векторов.

Полная волновая функция должна быть инвариантна относительно перестановок частиц (т. е. быть скаляром в пространстве перестановок). Ее можно построить, используя координатные волновые функции, отвечающие тем же схемам Юнга, что спиновые функции (4), (5), а именно:

$$f = \varphi (x_1, x_2, x_3), \tag{6}$$

где $\varphi (x_1, x_2, x_3)$ — функция, симметричная относительно любых перестановок координат

$$\begin{gathered}f_1 = 2\psi (x_1) \Phi (x_2 x_3) - \psi (x_2) \Phi (x_1 x_3) - \psi (x_3) \Phi (x_1 x_2),\\ f_2 = 2\psi (x_2) \Phi (x_1 x_3) - \psi (x_1) \Phi (x_2 x_3) - \psi (x_3) \Phi (x_2 x_1),\\ f_3 = 2\psi (x_3) \Phi (x_1 x_2) - \psi (x_1) \Phi (x_2 x_3) - \psi (x_2) \Phi (x_3 x_1),\\ f_1 + f_2 + f_3 = 0,\end{gathered} \tag{7}$$

где $\Phi (x_1 x_2)$ — симметричная функция. Инвариантами являются, как нетрудно убедиться, следующие волновые функции:

$$\mathrm{F} = \mathbf{e} f, \tag{8}$$

$$\mathrm{G} = \mathbf{e}_1 f_1 + \mathbf{e}_2 f_2 + \mathbf{e}_3 f_3. \tag{9}$$

Для того чтобы получить соотношение между вероятностями интересующих нас реакций, достаточно рассмотреть проекции базисных векторов, отвечающих полному заряду $+1$. Так как

$$\vec{\chi}_1\vec{\chi}_2 = \chi_{10}\chi_{20} + \chi_{1+}\chi_{2-} + \chi_{1-}\chi_{2+},$$

то

$$e_+ = \chi_{1+} (\chi_{2+}\chi_{3-} + \chi_{3+}\chi_{2-} + \chi_{20}\chi_{30}) + \ldots \tag{10}$$

Мы видим, что число членов, отвечающих совокупности $2\pi^+, \pi^-$, вдвое больше числа членов, отвечающих совокупности $2\pi^0, \pi^+$. Это значит, что отношение вероятностей в случае волновой функции (8)

$$\left(\frac{w_{2\pi^+\pi^-}}{w_{2\pi^0\pi^+}}\right)_F = 4. \tag{11}$$

В случае волновой функции (9) имеем

$$e_{1+} = \chi_{1+}\chi_{2+}\chi_{3+} + \chi_{1+}\chi_{2-}\chi_{3+} - 2\chi_{1-}\chi_{2+}\chi_{3+} - \chi_{10}\chi_{2+}\chi_{30} - \\ - \chi_{10}\chi_{20}\chi_{3+} + 2\chi_{1+}\chi_{20}\chi_{30}. \tag{12}$$

Число членов, отвечающих совокупностям $2\pi^+,\pi^-$ и $2\pi^0,\pi^+$, в этом случае одинаково. Таким образом,

$$\left(\frac{w_{2\pi^+\pi^-}}{w_{2\pi^0\pi^+}}\right)_G = 1. \tag{13}$$

Так как образующиеся $\pi$-мезоны имеют относительно небольшие энергии, то можно считать, что имеют значение лишь состояния с наименьшими моментами. Если все три мезона образуются в $S$-состоянии, то мы имеем случай (6), (8). Это соответствует спину (в обычном смысле) $\tau$-мезона, равному нулю. Если спин $\tau$-мезона единица, то надо рассмотреть два $S$-состояния и одно $P$-состояние. Из них можно составить как функцию (6), (8), так и (7), (9). Отношение вероятностей тогда лежит в пределах между 1 и 4.

Полученные выше общие результаты могут быть получены простым образом в частных случаях простейших предположений о виде гамильтониана взаимодействия. При этом нужно составить скаляр, линейный относительно вектора оператора поглощения $\tau$-мезона $\vec{\psi}_\tau$ и кубичный относительно векторов операторов испускания $\pi$-мезонов $\vec{\psi}^*_\pi$. Если не использовать градиентов и других координатных операторов, то единственным изотопическим скаляром является

$$V_0 = (\vec{\psi}_\tau \vec{\psi}^*_\pi)(\vec{\psi}^*_\pi \vec{\psi}^*_\pi). \tag{14}$$

Отсюда легко получить результат (11). Используя один раз операцию градиента (это будет соответствовать спину $\tau$-мезона, равному единице), можно составить два изотопических скаляра

$$V_1 = (\vec{\psi}_\tau \nabla \vec{\psi}^*_\pi)(\vec{\psi}^*_\pi \vec{\psi}_\pi); \tag{15}$$

$$V_2 = \vec{\psi}_\tau \cdot [\vec{\psi}^* \times (\nabla \vec{\psi}^* \times \vec{\psi}^*)]. \tag{16}$$

Из (15) следует результат (11), а из (16) — (13).

Автор выражает благодарность акад. Л. Д. Ландау и проф. И. М. Гельфанду за обсуждения.

Поступило
11 V 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] J. B. Harding, Phil. Mag., **41**, 405 (1950); P. H. Fowler, M. G. K. Menon, C. F. Powell, O. Rochat, ibid., **42**, 1040 (1951); P. E. Hodson, ibid., **42**, 1060 (1951). [2] Л. Ландау, Е. Лифшиц, Квантовая механика, 1948.