Доклады Академии Наук СССР
1953. Том XCII, № 3

ГИДРАВЛИКА

Действительный член АН Арм. ССР И. В. ЕГИАЗАРОВ

МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО УДАРА

Дифференциальные уравнения напорного неустановившегося волнового движения с учетом влияния упругости и трения могут быть представлены в следующем виде:

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{g}\left(\frac{v}{a} + 1\right)\frac{\partial v}{\partial t} + i_{\text{тр}} = 0 \tag{1}$$

и

$$\frac{\partial v}{\partial x} + \gamma \frac{dH}{dt}\left(\frac{1}{\mathscr{E}} + \frac{1}{E}\frac{D}{\delta}\right) = 0 \tag{2'}$$

или

$$\frac{a^2}{g}\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} + v\frac{\partial H}{\partial x} = 0, \tag{2}$$

где, по Жуковскому:

$$a = \frac{\sqrt{\frac{g\mathscr{E}}{\gamma}}}{\sqrt{1 + \frac{\mathscr{E}}{E}\frac{D}{\delta}}} \tag{3}$$

и

$$i_{\text{тр}} = \frac{4v^2}{C^2 D^2}. \tag{4}$$

Обозначая через α масштабный коэффициент, индекс которого относится к искомой величине, и используя π-теорему и условие однозначности, получаем четыре критерия подобия: критерий режима Fr; критерий трубопровода $\mathrm{E}\rho$, критерий гомохронности Ho и критерий трения $\mathrm{E}i_{\text{тр}}$ и следующее критериальное уравнение:

$$\frac{H}{\mathrm{Ho}} = f(\mathrm{Fr}, \mathrm{E}\rho, \mathrm{Ho}, \mathrm{E}i_{\text{тр}}) = f\left(\frac{v^2}{gh}, \frac{av}{gH}, \frac{at}{x}, \frac{i_{\text{тр}}}{i_{\text{н}}}\right). \tag{5}$$

Обычные классические уравнения гидравлического удара, данные впервые Жуковским в 1899 г., при пренебрежении влиянием трения и отношением v/a по сравнению с единицей [1]

$$\frac{\partial H}{\partial x} = -\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t} \tag{6}$$

и

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{g}{a^2}\frac{\partial v}{\partial x} \tag{7}$$

приводят к упрощенному критериальному уравнению

$$\frac{H}{\mathrm{Ho}} = f\,(\mathrm{E}\rho, \mathrm{Ho}) = f\left(\frac{av}{gH}, \frac{at}{x}\right), \tag{8}$$

и, так как

$$\frac{at}{x} = \frac{T_s}{L/a} = 2\theta, \quad \text{где } \theta = \frac{T_s}{\mu}, \quad \mu = \frac{2L}{a},$$

то

$$\frac{H}{\mathrm{Ho}} = f\,(\rho, \theta). \tag{9}$$

Получены, следовательно, критерии подобия: критерии трубопровода

$$\frac{av}{gH} = \mathrm{idem} - \mathrm{E}\rho \tag{10}$$

и критерии гомохронности

$$\frac{at}{x} = \frac{T_s}{L/a} = \mathrm{idem} - \mathrm{Ho} \text{ или } \theta. \tag{11}$$

Таким образом, показано, что критериями подобия являются безразмерные параметры ρ и θ, введенные Аллиеви [2] в теории гидравлического удара, но безотносительно к теории подобия и моделированию и без перехода к критериям подобия.

Такое упрощение критериального уравнения невозможно для безнапорного неустановившегося движения, где изменяемость скоростного напора требует введения критерия Fr и где нельзя в большом числе случаев пренебрегать трением.

Следовательно, для моделирования гидравлического удара не требуется удовлетворения критерия режима Fr.

Если исходить из критериального уравнения (9), в которое не входят влияния трения и изменяемости скоростного напора, можно проанализировать моделирование гидравлического удара при любых условиях.

Можно вести моделирование с искажением всех геометрических масштабов, так как критерии подобия (10) и (11) дают следующее соотношение масштабных коэффициентов:

$$\frac{\alpha_a \alpha_v}{\alpha_g \alpha_H} = 1 \tag{12}$$

и

$$\frac{\alpha_a \alpha_t}{\alpha_x} = 1, \tag{13}$$

что при обычном гидравлическом моделировании, т. е. при $\alpha_g = 1$, приводит к соотношениям

$$\alpha_a \alpha_v = \alpha_H \tag{14}$$

и

$$\alpha_x = \alpha_a \alpha_t. \tag{15}$$

Если моделировать не искажая геометрически, т. е. считать $\alpha_x = \alpha_H = \alpha_D = \alpha_\delta$, то формула (3) приводит к $\alpha_a = 1$, т. е. скорости распространения волны на модели и в натуре одинаковы, $a_м = a_н$. В этом частном случае [3] масштаб времени $\alpha_t = \alpha_x$, что требует на модели очень большого быстродействия всех устройств и большей точности записи очень малых промежутков времени и поэтому трудно осуществимо.

Если моделировать при $\alpha_a > 1$ за счет уменьшения на модели толщины стенки трубопровода, т. е. при $\alpha_\delta = \alpha_x^n$ ([4]) и, следовательно, с уменьшением $a_м$ по сравнению с $a_н$, то $\alpha_t = \alpha_x^{\frac{3-n}{2}}$, и если $n = 3$, т. е. $\alpha_t = 1$, то $\alpha_\delta = \alpha_x^3$ и толщина стенки получается неосуществимой на модели (при $\alpha_x = 10$, $\alpha_\delta = 1000$).

Но возможность уменьшения быстродействия, т. е. получения $\alpha_t = 1$, не исключена вследствие отмеченной выше возможности искажения всех геометрических масштабов при удовлетворении критериального уравнения (9), т. е. при $\alpha_x \neq \alpha_H \neq \alpha_D \neq \alpha_\delta$.

Обозначая через $\beta_н$ коэффициент искажения масштаба напора $\beta_н = \alpha_x / \alpha_H$ и используя (14) и (15), получим $\beta_н = 1 / \alpha_v$, и, так как $v_м < v_н$ и $\alpha_v > 1$, получим $\beta_н < 1$, т. е. возможность моделирования напора в масштабе более крупном, чем моделирование длины трубопровода.

При этих условиях масштаб для диаметра трубы

$$\alpha_D = \sqrt{\alpha_F} = \sqrt{\frac{\alpha_a}{a_v}} = \sqrt{\frac{\alpha_N}{\alpha_H}\frac{\alpha_x}{\alpha_H}} = \sqrt{\frac{\alpha_N}{\alpha_H}\beta_H}.$$

При рассмотренных условиях, даже если жестко задан масштаб для мощности турбины α_N, можно, подбирая величину $\beta_н$, изменить масштаб диаметра трубопровода α_D или, подбирая α_D, при заданном α_N можно подобрать $\beta_н$, т. е. соотношение между α_x и $\alpha_н$. При этих условиях можно получить и желательный масштаб времени $\alpha_t = 1$, но при обязательном условии, что масштаб скорости ударной волны $\alpha_a = \alpha_x > 1$.

Произвольно задаваемые геометрические масштабы должны варьироваться так, чтобы, с одной стороны, удовлетворить отмеченным выше условиям, а с другой — чтобы отвечать пространственным и расходным (по воде) возможностям лаборатории.

Получается, что при всех условиях моделирования необходимо обеспечить возможность уменьшения скорости a на модели и возможность ее регулирования в широких пределах, в особенности при требовании $\alpha_t = 1$.

Как показали опыты Девдериани и Лунякиной ([5]) в лаборатории М. А. Мосткова, опыты Ремениераса во Франции в 1952 г. ([6]) и опыты Б. Бунятана (1953, Водно-энергетический институт АН Арм. ССР), уменьшение a на модели возможно в довольно широких пределах.

Водно-энергетический институт
Академии наук Арм. ССР

Поступило
23 VII 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Н. Е. Жуковский, О гидравлическом ударе в водопроводных трубах, 1899. Полн. собр. соч., 7, 1937, стр. 58—146. [2] L. Allievi, Teoria generale del moto perturbato del'aqua nei, 1903; Annali della Societa degli Ing. ed Arch. (1903, 1913); Rev. de mécanique (1904, 1914); Théorie des coups de belier, 1921. [3] A. Foch, Rev. Générale de l'Hydraulique, No. 22, 177 (1938). [4] Larras, ibid., No. 66, 283, 284 (1951). [5] Ю. С. Девдериани, Т. Б. Лунякина, Тр. Ин-та энергетики АН Груз. ССР, **6** (1951). [6] Remenieras, Houille Blanche. Numero spec. A, 172 1952).