

Н. В. ЛАКТАНОВА

## РАССЛОЯЕМАЯ ПАРА ПОВЕРХНОСТЕЙ

(Представлено академиком И. Г. Петровским 17 VII 1953)

Расслояемой парой поверхностей будем называть две поверхности, между касательными плоскостями которых установлено взаимно-однозначное соответствие, обладающее следующим свойством: существует трехпараметрическая система  $S$  конгруенций  $W$ , сходственные фокусы которых лежат, соответственно, в касательных плоскостях первой или второй поверхности. Название расслояемой пары связано с проблемой расслоения многообразия плоских элементов.

Назовем плоским элементом совокупность точки и проходящей через нее плоскости. Тогда для заданных двух поверхностей  $(A_1)$  и  $(A_2)$ , между точками которых установлено взаимно-однозначное соответствие, можно определить два присоединенных четырехмерных многообразия плоских элементов. Для этого достаточно установить фундаментальное коррелятивное соответствие между точками  $M_1$  (соответственно,  $M_2$ ) и прямыми  $l_1$  (соответственно,  $l_2$ ) каждой пары соответствующих касательных плоскостей и, выбирая центры элементов  $M_1$  (соответственно,  $M_2$ ) в касательных плоскостях поверхности  $(A_1)$  (соответственно,  $(A_2)$ ), провести плоскость элемента через его центр  $M_1$  (соответственно,  $M_2$ ) и коррелятивную прямую соответствующей касательной плоскости второй поверхности.

Если пара поверхностей расслояема, то центры плоских элементов  $M_1$  и  $M_2$  являются фокусами трехпараметрического семейства  $S$  конгруенций  $W$ , фокальные поверхности  $(M_1)$  и  $(M_2)$  которых составляют два двухпараметрических семейства поверхностей. Эти поверхности связаны конгруенциями системы таким образом, что каждому фокусу отвечает целая прямая соответствующих ей фокусов; при этом лучи конгруенций устанавливают на всех поверхностях одно и то же «твердое» соответствие точек, сохраняющее асимптотические линии.

Понятие расслояемой пары поверхностей можно считать непосредственным обобщением понятия расслояемой пары конгруенций.

Если между лучами двух конгруенций установлено взаимно-однозначное соответствие, то можно определить два присоединенных к ним трехмерных многообразия плоских элементов, выбирая центры элементов в точках луча одной конгруенции и проводя плоскость элемента через его центр и соответствующий луч другой конгруенции.

Две конгруенции образуют расслояемую пару, если эти плоские элементы можно сгруппировать в  $\infty^1$  семейств по  $\infty^2$  элементов так, чтобы центры элементов каждого семейства образовали расслояющую поверхность, а плоскости элементов служили касательными плоскостями этой расслояющей поверхности.

Как известно, расслояемая пара конгруенций существует с произволом одной функции двух аргументов. Расслояемая пара поверхностей определяется с тем же произволом, что и расслояемая пара конгруенций. Расслояемая пара гиперболических конгруенций обязана быть парой  $T$  конгруенций, т. е. фокусы каждой конгруенции лежат в соответственных фокальных плоскостях другой конгруенции.

Для расслояемой пары поверхностей можно ввести понятие пары  $T'$  поверхностей, называя парой  $T'$  две поверхности  $(A_1)$  и  $(A_2)$ , для которых конгруенция  $(A_1A_2)$ -прямых, соединяющих пары соответствующих точек, и конгруенция линий пересечения соответствующих касательных плоскостей поверхностей  $(A_1)$  и  $(A_2)$  образуют одностороннюю пару  $T$  конгруенций, т. е. фокусы  $A_3$  и  $A_4$  конгруенций  $(A_3A_4)$  лежат в соответствующих фокальных плоскостях конгруенций  $(A_1A_2)$ .

Пара  $T'$  поверхностей, как и пара  $T$  конгруенций, определяется с произволом двух функций двух аргументов. Касательные к двойным линиям Ермолаева поверхностей  $(A_1)$  и  $(A_2)$  пары  $T'$  пересекаются в фокусах конгруенции  $(A_3A_4)$ . На поверхностях пары  $T'$  асимптотические линии соответствуют. Расслояемая пара поверхностей обязана быть парой  $T'$  поверхностей.

Если расслояемая пара поверхностей задана, то связанная с ней трехпараметрическая система  $S$  конгруенций  $W$  определяется единственным образом. При этом асимптотические линии соответствуют не только на всех фокальных поверхностях системы  $S$  конгруенций  $W$ , но и на самих расслояемых поверхностях.

Одна поверхность расслояемой пары может быть задана произвольно, тогда пара определяется с произволом шести функций одного аргумента. Как известно, многообразие расслояемых конгруенций зависит от одной функции двух аргументов.

Конгруенции  $(A_1A_2)$  и  $(A_3A_4)$  расслояемой пары поверхностей могут образовать двустороннюю пару  $T$ . Такая расслояемая пара поверхностей определяется с произволом восьми функций одного аргумента. При этом пара конгруенций  $(A_1A_2)$  и  $(A_3A_4)$  образует расслояемую пару.

Московский городской педагогический институт  
им. В. П. Потемкина

Поступило  
11 VII 1953