Доклады Академии Наук СССР
1953. Том XCII, № 4

ФИЗИКА

А. РУДИК

ЗАХВАТ μ^--МЕЗОНА ДЕЙТОНОМ

(Представлено академиком Л. Д. Ландау 22 VII 1953)

Имеющаяся в настоящее время теория не дает однозначного выражения для взаимодействия μ-мезонов с нуклонами. Как известно, имеются пять возможностей: скалярный (S), векторный (V), тензорный (T), аксиальный векторный (A) и псевдоскалярный (PS) варианты взаимодействия. Эти варианты возникают как в теории непосредственного взаимодействия μ-мезонов и нуклонов, так и в нерелятивистских приближениях теорий, в которых предполагается, что взаимодействие между μ-мезонами и нуклонами осуществляется при помощи каких-то промежуточных частиц.

Для выяснения вопроса о том, какие из этих вариантов осуществляются в природе, одной из возможностей является сравнение вероятностей захвата μ^--мезонов разными ядрами. При этом необходимо, чтобы отношение вероятностей зависело от типа выбираемого варианта взаимодействия. Так как структура тяжелых ядер пока что не имеет удовлетворительного теоретического описания, приходится рассматривать захват μ^--мезонов наиболее легкими ядрами: протоном, дейтоном и He^3.

Проанализируем следующие три реакции:

$$\mu^- + p \to n + \nu; \tag{I}$$

$$\mu^- + D \to n + n + \nu; \tag{II}$$

$$\mu^- + He^3 \to H^3 + \nu. \tag{III}$$

Гамильтониан взаимодействия возьмем в обычном виде:

$$H = g\psi_n^* O_H \tau_{Np} \psi_p \psi_\nu^* O_L \tau_{\nu\mu^-} \psi_{\mu^-}, \tag{1}$$

где O_H и O_L — операторы, действующие на нуклонные и мезонные переменные, соответственно.

Захват μ^--мезона будем рассматривать с K-орбиты. Это вполне законно, так как время замедления μ^--мезонов в веществе и радиационный переход с более высоких орбит на K-орбиту значительно меньше времени жизни μ^--мезона.

В силу того, что основную энергию уносит нейтрино, образующиеся нуклоны получаются с малой энергией. Поэтому перейдем к нерелятивистскому приближению (по нуклонам) в гамильтониане взаимодействия. Для O_H и O_L получаем в этом случае выражения:

	Варианты взаимодействия				
	S	V	T	A	PS
O_H	1	1	$\vec{\sigma}$	$\vec{\sigma}$	$\vec{\sigma}$
O_L	β	1	$\beta\vec{\sigma}$	$\vec{\sigma}$	$\frac{\mathbf{p}}{2Mc}\beta\gamma_5$

причем оператор **p** в выражении для PS-варианта действует лишь на мезонные функции.

Рассмотрим захват μ^--мезона в дейтоне (реакция II). Начальным нуклонным состоянием является основное состояние дейтона на $^3S_1$ (незначительную примесь D-состояния не учитываем). Волновую функцию μ^--мезона берем в начале координат:

$$\psi_{\mu^-} = \frac{1}{(\pi r_0^3)^{1/2}} u_{\mu^-}, \tag{2}$$

где $r_0 = \hbar^2 / \mu e^2$ — радиус мезонной K-орбиты (μ-масса μ^--мезона), а u_{μ^-} — спиновая функция μ^--мезона. Нейтрино описываем плоской волной, а спиново-координатную часть волновой функции двух образовавшихся нейтронов записываем в виде ([1])

$$\psi_F = e^{-i\mathbf{k}\frac{\mathbf{r}_1+\mathbf{r}_2}{2}} \varphi_F(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)\chi_F, \tag{3}$$

где **k** — волновой вектор нейтрино, а

$$\varphi_F(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)\chi_F = \begin{cases} \varphi_{\mathbf{f}}^{(s)}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)\chi_0, \\ \varphi_{\mathbf{f}}^{(t)}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)\chi_{1m}; \end{cases} \tag{4}$$

$$\begin{aligned} \varphi_{\mathbf{f}}^{(s)} &= \frac{1}{\sqrt{2}}[\varphi_{\mathbf{f}} + \varphi_{-\mathbf{f}}], \\ \varphi_{\mathbf{f}}^{(t)} &= \frac{1}{\sqrt{2}}[\varphi_{\mathbf{f}} - \varphi_{-\mathbf{f}}] \end{aligned} \tag{5}$$

и χ_0 и χ_{1m} — спиновые функции синглетного и триплетного состояний двух нейтронов, соответственно, а φ — волновая функция относительного движения двух нейтронов (без учета принципа Паули), имеющая на бесконечности вид сходящейся и плоской волны с волновым вектором **f**:

$$\varphi_{\mathbf{f}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi f}\sum_{l=0}^{\infty} i^l (2l+1) e^{-i\delta_l} R_{fl}(r) P_l\left(\frac{\mathbf{fr}}{fr}\right). \tag{6}$$

Так как в начальном состоянии имеется два нуклона, возьмем общий гамильтониан взаимодействия в виде суммы гамильтонианов взаимодействия для первого и второго нуклонов. Тогда в первом приближении теории возмущений, которое вполне оправдано, так как μ-мезоны весьма слабо взаимодействуют с нуклонами, получаем следующие выражения для дифференциальной вероятности захвата μ^--мезона дейтоном:

для S- и V-вариантов взаимодействия *:

$$dW = \frac{2g^2}{\hbar r_0^3}\left(1 + \frac{m_\nu c^2}{E_\nu}\right)\left|\int \varphi_{\mathbf{f}}^{*(t)} e^{-i\frac{\mathbf{k}\vec{\rho}}{2}} \varphi_0 d\vec{\rho}\right|^2 \delta\left[\Delta - E_\nu - \frac{\hbar^2 k^2}{4M} - \frac{\hbar^2 f^2}{M}\right]\frac{d\mathbf{k}\, d\mathbf{f}}{(2\pi)^6}; \tag{7}$$

для A- и T-вариантов взаимодействия **:

---

* Отметим, что в силу того, что π-мезон является псевдоскалярной частицей, чистые V- и T-варианты запрещены для взаимодействия μ-мезонов с нуклонами ([2]).

** Константы взаимодействия, входящие в выражения для вероятности (8), отличны от входящих в гамильтониан на множитель $\sqrt{3}$.

$$dW=\frac{2g^2}{\hbar r_0^3}\left(1+\frac{m_\nu c^2}{E_\nu}\right)\left[\frac{2}{3}\left|\int\varphi_f^{*(t)}e^{-i\frac{\mathbf{k}\vec{\rho}}{2}}\varphi_0 d\vec{\rho}\right|^2+\frac{1}{3}\left|\int\varphi_f^{*(s)}e^{-i\frac{\mathbf{k}\vec{\rho}}{2}}\varphi_0 d\vec{\rho}\right|^2\right]\times$$

$$\times\delta\left[\Delta-E_\nu-\frac{\hbar^2k^2}{4M}-\frac{\hbar^2f^2}{M}\right]\frac{d\mathbf{k}\,d\mathbf{f}}{(2\pi)^6}; \qquad (8)$$

для PS-варианта взаимодействия:

$$dW=\frac{2g^2}{\hbar r_0^3}\left(1-\frac{m_\nu c^2}{E_\nu}\right)\left(\frac{\hbar k}{2Mc}\right)^2\left[\frac{2}{3}\left|\int\varphi_f^{*(t)}e^{-i\frac{\mathbf{k}\vec{\rho}}{2}}\varphi_0 d\vec{\rho}\right|^2+\frac{1}{3}\left|\int\varphi^{*(s)}e^{-i\frac{\mathbf{k}\vec{\rho}}{2}}\varphi_0 d\vec{\rho}\right|^2\right]\times$$

$$\times\delta\left[\Delta-E_\nu-\frac{\hbar^2k^2}{4M}-\frac{\hbar^2f^2}{M}\right]\frac{d\mathbf{k}\,d\mathbf{f}}{(2\pi)^6}. \qquad (9)$$

Здесь $\Delta=\mu c^2-\varepsilon_0-(M_N-M_p)c^2$; ε_0 — энергия связи дейтона; M — масса нуклона; m_ν и E_ν — масса и энергия нейтрино, соответственно; φ_0 — координатная часть начальной волновой функции нуклонов.

Заметим, что между S- (или V-) и A- (или T-) вариантами взаимодействия имеются различия, обусловленные тем, что в первом случае оператор O_H не действует, а во втором действует на спины частиц. Существенным при этом является то, что в триплетном и синглетном состояниях двух нейтронов координатные части волновых функций различны.

Далее, интегралы, входящие в (7)—(9), существенно отличны от нуля в области $\mathbf{f}\sim\mathbf{k}/2$, а вне ее малы из-за осциллирующих множителей. Это дает возможность использовать при получении полной вероятности теорему полноты [1]. При этом мы воспользуемся еще тем обстоятельством, что в интегралах, входящих в (7)—(9), существенна область вне радиуса действия ядерных сил, и возьмем начальную волновую функцию дейтона в виде

$$\varphi_0(\rho)=\gamma\left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)^{1/2}\frac{e^{-\alpha\rho}}{\rho}, \qquad (10)$$

причем в интегралах типа $\int\varphi_0^2\rho^{2n}d\vec{\rho}$ будем считать $\gamma=1$ при $n=0$ и $\gamma=\gamma_0$ при $n>0$ (в численных расчетах принято $\gamma_0^2={}^3/_2$) [3].

Тогда для полной вероятности захвата μ^--мезона дейтоном имеем: для S- (или V-)вариантов взаимодействия:

$$W_D=W_P\left[1-\frac{2\alpha}{k_m}\left\{\frac{k_m}{2\alpha}(1-\gamma_0^2)+\gamma_0^2\,\mathrm{arc\,tg}\frac{k_m}{2\alpha}\right\}\right]; \qquad (11)$$

для A- (или T- и PS-) вариантов взаимодействия:

$$W_D=W_P\left[1-\frac{2\alpha}{3k_m}\left\{\frac{k_m}{2\alpha}(1-\gamma_0^2)+\gamma_0^2\,\mathrm{arc\,tg}\frac{k_m}{2\alpha}\right\}\right]. \qquad (12)$$

Здесь W_P — вероятность захвата μ^--мезона протоном (совпадающая для S-, V-, T- и A-вариантов взаимодействия); k_m соответствует максимально возможной энергии нейтрино; $\alpha=\sqrt{M\varepsilon_0}/\hbar$.

Численные расчеты показывают, что применение теоремы полноты дает ошибку, не превышающую 5%.

Таким образом мы приходим к заключению, что отношение вероятностей захвата μ^--мезона дейтоном и протоном существенно зависит от варианта взаимодействия и равно $\sim$0,75 для A-, T- и PS-вариантов и $\sim$0,3 для S- и V-вариантов.

Не представляет труда получить общую формулу для смеси вариантов взаимодействия. Если гамильтониан взаимодействия равен

$$H = H_V + H_S + H_T + H_A, \tag{13}$$

то

$$W_D = \left(1 + \frac{g_V}{g_S}\right)^2 W_D^{(S)} + \left(1 + \frac{g_T}{g_A}\right)^2 W_D^{(A)}. \tag{14}$$

Энергетический спектр образующегося в реакции II нейтрона оказывается чувствительным к варианту взаимодействия. В S- (или V-) вариантах спектр имеет вид кривой с двумя максимумами: первый, более узкий, лежит при энергии нейтрона $\sim \varepsilon_0 / 2 \sim 1$ Мэв и второй, более широкий, при энергии $\sim \Delta^2 / 2Mc^2 \sim 5$ Мэв. В остальных вариантах взаимодействия второй максимум оказывается значительно ослабленным, а первый от энергии $\sim \varepsilon_0 / 2$ переходит в область энергии $\sim \Delta^2 / 8Mc^2$.

Приведенные выше результаты указывают на то, что экспериментальное изучение захвата μ^--мезона в дейтоне может дать возможность установить, какие из теоретически допустимых вариантов взаимодействия μ-мезонов и нуклонов осуществляются в природе.

В заключение сделаем несколько замечаний по поводу захвата μ^--мезона в He^3. Так как различным спиновым состояниям He^3 и H^3 (в реакции III) соответствуют одинаковые координатные части волновой функции, то различия между вариантами взаимодействия не происходит. Однако удобно сравнивать захват μ^--мезона дейтоном с захватом He^3 (так как захват He^3 обладает большей вероятностью, чем захват протоном). Определяя матричные элементы из β-распада n и H^3 ([4]), мы получаем следующие значения для отношения W_D / W_{He^3}: в случае A-, T- и PS-вариантов $W_D / W_{He^3} \sim 0,11$, а в случае S- и V-вариантов $W_D / W_{He^3} \sim 0,045$.

Выражаю искреннюю признательность акад. Л. Д. Ландау, проф. И. Я. Померанчуку, И. М. Шмушкевичу и Б. Л. Иоффе за полезные обсуждения.

Поступило
17 VII 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Б. Л. Иоффе, А. П. Рудик, И. М. Шмушкевич, ЖЭТФ, **22**, 11 (1952). [2] J. M. Blatt, Phys. Rev., **89**, 83 (1953). [3] Я. Смородинский, ДАН, **60**, 217 (1948). [4] W. F. Hornyak, T. Lauritsen, P. Morrison, W. A. Fowler, Rev. Mod. Phys., **22**, 291 (1950).