

маршруте. При уменьшении объемов ресурса по отдельным езкам возможного маршрута, последний корректируется таким образом, чтобы по отдельным езкам маршрута обеспечивалось полное использование вместимости транспортного средства, т.е. по езкам маршрута отношение объема ресурса к коэффициенту использования вместимости оставалось постоянным. Если хотя бы для одной из езок маршрута объем становится нулевым, то маршрут исключается из массива возможных;

3.3) возврат на п. 3.1 алгоритма.

В качестве одного из ограничений на включение маршрутов из двух и трех езок с ресурсом во множество возможных рекомендуется принимать установленную нижнюю границу оценочного параметра Z . Например, если Z ниже значения $Z_n = 1,05-1,30$, то маршрут не формируется. Меньшие значения Z_n принимаются при больших расстояниях перемещения ресурсов (междугородные и международные перевозки), большие – при малых (городские, карьерные, внутрипроизводственные перевозки и т.п.) и средние - при пригородных перевозках.

Решением задачи является множество принятых маршрутов по пункту 3.1 алгоритма. Для каждого маршрута определяются объемы перевозок по езкам, оценочный параметр Z , производительный пробег, непроизводительный пробег, коэффициент использования пробега.

В результате применения предлагаемого метода получается множество маятниковых без обратной загрузки и рациональных маршрутов по перевозке ресурсов поездными отправлениями, содержащих не более трех производительных езок и отвечающих другим установленным ограничениям.

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЙ РЕЗОНАТОР, ИМЕЮЩИЙ ФОРМУ ШАРОВОГО СЛОЯ, ЗАПОЛНЕННЫЙ БИЗОТРОПНОЙ СРЕДОЙ

В.В.Кондратюк

(Гомельский государственный университет им. Ф.Скорины, Гомель)

Настоящая работа посвящена нахождению собственных частот резонатора, образованного двумя коаксиальными металлическими сферами радиусов r_0 и R , заполненного бизотропной средой, электромагнитные свойства которой описываются материальными уравнениями вида [1]

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} + (\chi + i\alpha) \vec{H}, \quad \vec{B} = (\chi - i\alpha) \vec{E} + \mu \vec{H}. \quad (1)$$

Для решения граничных задач электродинамики сплошных сред, обладающих сферической симметрией, необходимо знать сферические электромагнитные волны (СЭВ). Наиболее просто СЭВ в бизотропной среде записываются с по-

мощью полной и ортонормированной системы шаровых векторов $\bar{Y}_{JM}^L(\vec{n}_r)$ [2]. Для этого удобно ввести функции

$$\bar{F}_{JM\nu}(z | k_\nu, \vec{r}) = z_J(k_\nu r) \bar{Y}_{JM}^J(\vec{n}_r) - i\nu [a_J z_{L+1}(k_\nu r) \bar{Y}_{JM}^{J+1}(\vec{n}_r) - b_J z_{J-1}(k_\nu r) \bar{Y}_{JM}^{J-1}(\vec{n}_r)] \quad (2)$$

где $z_L(\rho)$ - одна из сферических функций, $a_J = \sqrt{J/(2J+1)}$, $b_J = \sqrt{1-a_J^2}$, $k_\nu = (\sqrt{\varepsilon\mu - \chi^2} + \nu\alpha)\omega/c$ - волновые числа, $\nu = \pm 1$ - поляризация.

Рассмотрим следующую суперпозицию расходящейся и сходящейся волн с правой и левой поляризациями и с одинаковыми значениями J и M :

$$\vec{E}_{JM\nu}(\vec{r}) = \sum_{\nu=\pm 1} \{E_{JM\nu}^1 \vec{F}_{JM\nu}(h^{(1)} | k_\nu, \vec{r}) + E_{JM\nu}^2 \vec{F}_{JM\nu}(h^{(2)} | k_\nu, \vec{r})\}.$$

Для удобства удовлетворения граничным условиям выразим $\vec{E}_{JM\nu}(\vec{r})$ через векторы $\bar{Y}_{JM}^{(\lambda)}(\vec{n}_r)$ [2], используя рекуррентные соотношения для сферических функций, например $\vec{F}_{JM\nu}(h^{(1)} | k_\nu, \vec{r})$:

$$\begin{aligned} \vec{F}_{JM\nu}(h^{(1)} | k_\nu, \vec{r}) &= h_J^{(1)}(k_\nu r) \bar{Y}_{JM}^{(0)}(\vec{n}_r) + i\nu \frac{1}{k_\nu r} \tilde{h}_J^{(1)'} \bar{Y}_{JM}^{(0)}(\vec{n}_r) + \\ &+ i\nu a_J b_J \frac{2J+1}{k_\nu r} h_J^{(1)}(k_\nu r) \bar{Y}_{JM}^{(-1)}(\vec{n}_r) \end{aligned}$$

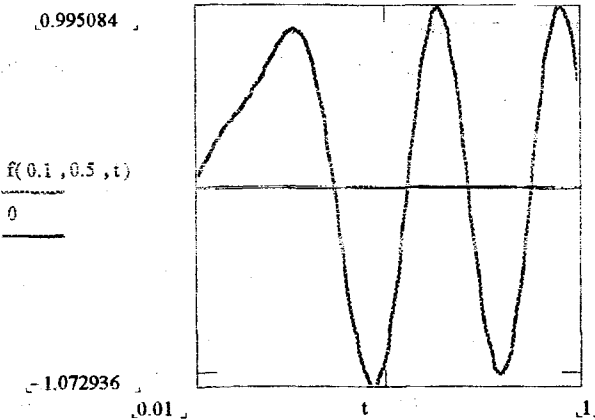
где $\tilde{h}_J^{(1)}(\rho) = \rho h_J^{(1)}(\rho)$ - функция Риккати—Ханкеля, а штрих обозначает дифференцирование по соответствующему аргументу. Функция $\bar{Y}_{JM}^{(-1)}(\vec{n}_r)$ не имеет тангенциальной составляющей [2], поэтому граничные условия на внутренней и внешней поверхностях сфер удовлетворяются, если

$$\begin{aligned} E_+^1 h_J^{(1)}(k_+ R) + E_-^1 h_J^{(1)}(k_- R) + E_+^2 h_J^{(2)}(k_+ R) + E_-^2 h_J^{(2)}(k_- R) &= 0, \\ E_+^1 \frac{1}{k_+ R} \tilde{h}_J^{(1)'}(k_+ R) - E_-^1 \frac{1}{k_- R} \tilde{h}_J^{(1)'}(k_- R) + E_+^2 \frac{1}{k_+ R} \tilde{h}_J^{(2)'}(k_+ R) - E_-^2 \frac{1}{k_- R} \tilde{h}_J^{(2)'}(k_- R) &= 0, \\ E_+^1 h_J^{(1)}(k_+ r_0) + E_-^1 h_J^{(1)}(k_- r_0) + E_+^2 h_J^{(2)}(k_+ r_0) + E_-^2 h_J^{(2)}(k_- r_0) &= 0, \\ E_+^1 \frac{1}{k_+ r_0} \tilde{h}_J^{(1)'}(k_+ r_0) - E_-^1 \frac{1}{k_- r_0} \tilde{h}_J^{(1)'}(k_- r_0) + E_+^2 \frac{1}{k_+ r_0} \tilde{h}_J^{(2)'}(k_+ r_0) - E_-^2 \frac{1}{k_- r_0} \tilde{h}_J^{(2)'}(k_- r_0) &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Эта система имеет нетривиальное решение, когда ее определитель равен нулю. Из этого условия получаем уравнение для определения собственных частот сферического резонатора:

$$\det \begin{bmatrix} h_j^{(1)}(k_+R) & h_j^{(1)}(k_-R) & h_j^{(2)}(k_+R) & h_j^{(2)}(k_-R) \\ \frac{1}{k_+} \tilde{h}_j^{(1)'}(k_+R) & -\frac{1}{k_-} \tilde{h}_j^{(1)'}(k_-R) & \frac{1}{k_+} \tilde{h}_j^{(2)'}(k_+R) & -\frac{1}{k_+} \tilde{h}_j^{(2)'}(k_-R) \\ h_j^{(1)}(k_+r_0) & h_j^{(1)}(k_-r_0) & h_j^{(2)}(k_+r_0) & h_j^{(2)}(k_-r_0) \\ \frac{1}{k_+} \tilde{h}_j^{(1)'}(k_+r_0) & -\frac{1}{k_-} \tilde{h}_j^{(1)'}(k_-r_0) & \frac{1}{k_+} \tilde{h}_j^{(2)'}(k_+r_0) & -\frac{1}{k_+} \tilde{h}_j^{(2)'}(k_-r_0) \end{bmatrix} = 0. \quad (6)$$

Решая при значениях ω , являющихся корнями трансцендентного уравнения (6), систему (5) для коэффициентов $E_{JM\nu}^1$ и $E_{JM\nu}^2$, находим собственные функции задачи о резонаторе, заполненном биизотропной средой. На рисунке представлено графическое решение системы (6) для случая $r_0 = 0$ при следующих значениях параметров: $\alpha = 0.1$; $\chi = 0.5$.



ЛИТЕРАТУРА

1. Sihvola A.H., Lindell I.V. *Micro. & Opt. Tech. Lett.*, vol.4, no.8, pp.295-297, July 1991.
2. Варшавович А.Б. и др. *Квантовая теория углового момента*. Л. 1975.
3. Кондратюк В.В. Тез. 6-ой Респ. научн. конф. студ. и аспирантов по ФКС.- Гродно. - 1998.-С.89.