Литература

1. ТМФ.– Т. 69, – N3, – С. 400-410, 1986.
2. Anthony C. Hearn. Reduce 3.3. User's manual. The rand corporation Santa Monica, CA 90406-2138, 1987.
3. В. С. Владимиров. Уравнения математической физики – Москва. Наука, 1967, – С. 86.

РАССЕЯНИЕ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НА МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ СФЕРЕ В БИИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ

В. Кондратюк

В настоящее время большое внимание уделяется решению задач о рассеянии электромагнитных волн в различных средах.

Данная работа посвящена нахождению решения задачи о рассеянии электромагнитных волн на металлической сфере в биизотропной среде. Биизотропная среда - это среда, описываемая материальными уравнениями (МУ) вида [1]:

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E} + (\chi + i\alpha)\vec{H}, \qquad (1)$$
$$\vec{B} = (\chi - i\alpha)\vec{E} + \mu\vec{H},$$

Для записи поля рассеяной и падающей волн удобно использовать полную и ортонормированную систему шаровых векторов [2]:

$$\vec{Y}^{L}_{JM}(\vec{n}_r) = \sum_{m,\mu} C^{JM}_{Lm1\mu} Y_{Lm}(\vec{n}_r)\vec{e}_{\mu}. \qquad (2)$$

Здесь $C^{JM}_{Lm1\mu}$ - коэффициенты Клебша-Гордана группы трехмерных вращений, $\vec{e}_{\mu}$-циклические орты, которые определяются следующим образом: $\vec{e}_1 = -(\vec{e}_x + i\vec{e}_y)/\sqrt{2}$, $\vec{e}_{-1} = (\vec{e}_x - i\vec{e}_y)/\sqrt{2}$, $\vec{e}_0 = \vec{e}_z$, $Y_{Lm}(\vec{n}_r)$ - обычные сферические гармоники, которые определяются формулой

$$Y_{Lm}(\theta,\varphi) = \sqrt{\frac{(l-m)!}{(l+m)!}\frac{2l+1}{4\pi}} P^m_L(\cos\theta)e^{im\varphi}, \qquad (3)$$

где $P^m_L(\cos\theta)$ - присоединенные полиномы Лежандра. С помощью функций (2) сферические электромагнитные волны в среде с МУ (1) были найдены в [3]. При этом так же, как и в случае плоских волн, имеется два типа решений ($\nu = \pm 1$), напряженность электрического поля для которых имеет вид

$$\vec{E}_{JM\nu}(\vec{r}) = E_0\left\{z_J(k_\nu r)\vec{Y}^{J}_{JM}(\vec{n}_r) - i\nu\left[a_J z_{J+1}(k_\nu r)\vec{Y}^{J+1}_{JM}(\vec{n}_r) - b_J z_{J-1}(k_\nu r)\vec{Y}^{J-1}_{JM}(\vec{n}_r)\right]\right\}. \qquad (4)$$

Плоская циркулярно поляризованная волна разлагается по сферическим следующим образом [4]:

$$\vec{E}^{in}_{\nu}(\vec{r}) = -E_0\nu\vec{e}_\nu\exp(ik_\nu r) = E_0\sum\sqrt{(2J+1)2\pi}\,i^J\{j_J(k_\nu r)\vec{Y}^{J}_{J\nu}(\vec{n}_r) - \qquad (5)$$
$$-i\nu[a_J j_{J+1}(k_\nu r)\vec{Y}^{J+1}_{J\nu}(\vec{n}_r) - b_J j_{J-1}(k_\nu r)\vec{Y}^{J-1}_{J\nu}(\vec{n}_r)]\}.$$

где $j_L(kr)$ - сферические функции Бесселя. Аналогично разложению (4) рассеянное поле следует искать в виде

$$\vec{E}_\nu^{out}(\vec{r}) = E_0 \sum_{J=1}^{\infty} \sqrt{(2J+1)2\pi}\, i^J (-1) \sum_{\sigma=\pm 1} f_{\sigma\nu}^J \{h_J^{(1)}(k_\sigma r) \vec{Y}_{J\nu}^J(\vec{n}_r) - -i\sigma[a_J h_{J+1}^{(1)}(k_\sigma r) \vec{Y}_{J\nu}^{J+1}(\vec{n}_r) - b_J h_{J-1}^{(1)}(k_\sigma r) \vec{Y}_{J\nu}^{J-1}(\vec{n}_r)]\}, \tag{6}$$

где $h_J^{(1)}(k_\sigma r)$ - функции Ханкеля 1-рода, σ-поляризация рассеянной волны ($\sigma = \pm 1$), $a_J = \sqrt{J/(2J+1)}$, $b_J = \sqrt{1-a_J^2}$, k_σ-волновое число, определяемое выражением

$$k_\sigma = (\sqrt{\varepsilon\mu - \chi^2} + \sigma\alpha)\omega / c\ , \tag{7}$$

$f_{\sigma\nu}^J$ - подлежащие определению коэффициенты.

Далее, используя граничные условия на поверхности металлической сферы, состоящие в равенстве нулю тангенциальной составляющей электрического поля, находим явный вид коэффициентов $f_{\sigma\nu}^J$:

$$f_{\sigma\nu}^J = \frac{k_\sigma}{k_\nu} \frac{\hat{h}_J(k_{-\sigma}R)\hat{j}_J(k_\nu R) + \sigma\nu \hat{h}_J(k_{-\sigma}R)\hat{j}_J(k_\nu R)}{\hat{h}_J(k_- R)\hat{h}_J(k_+ R) + \hat{h}_J(k_- R)\hat{h}_J(k_+ R)}. \tag{8}$$

Здесь использованы следующие обозначения:

$$\hat{h}_J(x) = \hat{h}_J^{(1)}(x) = x \cdot h_J^{(1)}(x)\ , \qquad \hat{j}_J(x) = x \cdot j_J(x)\ , \tag{9}$$

$\hat{h}_J$ - функция Риккати-Ханкеля , $\hat{j}_J$ - функция Риккати-Бесселя, R-радиус металлической сферы, $k_\nu, k_\sigma, \nu, \sigma$ -волновые числа и поляризация падающей и рассеянной волн соответственно.

Отметим, что формально выражение для коэффициентов рассеянных сферических волн (8) совпадает с полученными в [4] выражениями для коэффициентов рассеяния на металлической сфере в случае естественно гиротропной среды. Отличие же заключается в явном виде выражений (7) для волновых чисел в биизотропной среде.

При значении параметра χ равном нулю наш результат полностью совпадает с результатом [4].

Литература

1. Sihvola A.H., Lindell I.V. Micr.& Opt.Tech.Lett.,vol.4,no.8,pp.295-297, July 1991.
2. Варшалович А.Б. и др. Квантовая теория углового момента. – Л.1975.
3. Кондратюк В.В. Тез. 6-ой Респ. науч. конф. студ. и аспир. по ФКС. – Гродно. – 1998. – С. 89.
4. Годлевская А.Н., Капшай В.Н. // ДАН БССР –1989.–Т.33–С.332-334.