

С. Г. ГЕРШМАН

## ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЙ СПОСОБ ИЗМЕРЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ КОРРЕЛЯЦИИ СТАЦИОНАРНЫХ ШУМОВ

(Представлено академиком М. А. Леонтовичем 2 VII 1953)

1. При исследовании шумов оказывается необходимым значение их статистических характеристик, среди которых особое значение приобретают корреляционные функции и коэффициенты корреляции.

В настоящей работе описывается интерференционный способ измерения корреляционных функций и коэффициентов корреляции, приводятся результаты некоторых измерений коэффициентов корреляции стационарных шумов и сравнение их с расчетными значениями.

При интерференции двух статистически стационарных шумов  $S_1(t)$  и  $S_2(t + \tau)$  результирующая интенсивность, определяемая как среднее по времени от квадрата суммы  $S_1(t) + S_2(t + \tau)$ , будет равна

$$\overline{S^2(t)} = \overline{S_1^2(t)} + \overline{S_2^2(t + \tau)} + 2 \sqrt{\overline{S_1^2(t)}} \sqrt{\overline{S_2^2(t + \tau)}} R(\tau). \quad (1)$$

Здесь  $\tau$  — временной сдвиг или «задержка»,  $R(\tau)$  — нормированная корреляционная функция (коэффициент корреляции) <sup>(1-3)</sup>

$$R\tau = \frac{\overline{S_1(t) S_2(t + \tau)}}{\sqrt{\overline{S_1^2(t)}} \sqrt{\overline{S_2^2(t)}}}. \quad (2)$$

При соблюдении равенства  $\overline{S_1^2(t)} = \overline{S_2^2(t + \tau)}$  взаимная корреляционная функция обращается в автокорреляционную функцию

$$\overline{S_1(t) S_2(t + \tau)} = \overline{S_1^2(t)} R(\tau). \quad (3)$$

Результирующая интенсивность суммы двух шумов, сдвинутых во времени на  $\tau$ , является функцией  $\tau$  и будет равна

$$\overline{S^2(t)} = 2\overline{S_1^2(t)} [1 + R(\tau)]. \quad (4)$$

При отсутствии корреляции, т. е. при  $R(\tau) = 0$ , мы имеем энергетическое суммирование. В этом случае говорят, что шумы некогерентны.

2. Из сказанного выше вытекает возможность экспериментального получения корреляционной функции стационарных колебаний методом наблюдения интерференции.

Блок-схема использованного нами измерительного устройства изображена на рис. 1. Здесь ШИ — широкополосный звуковой источник

белого шума,  $\Phi$  — частотный фильтр,  $\tau$  — переменный элемент задержки,  $Y_1$  и  $Y_2$  — два идентичных усилителя, не ограничивающих частотную полосу изучаемого шума. Идентичность усилителей обеспечивается как по коэффициентам усиления, так и по частотно-фазовым характеристикам. На вход усилителя  $Y_1$  подается шум  $S_1(t)$ , на вход усилителя  $Y_2$  — тот же шум, сдвинутый во времени  $S_2(t + \tau)$ . Затухание, создаваемое задерживающим элементом  $\tau$ , компенсируется. Выходы обоих усилителей работают на общую нагрузку  $r$ . Суммарное напряжение  $S_1(t) + S_2(t + \tau)$  подается на схему  $D$ , которая при квад-

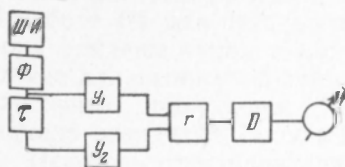


Рис. 1. Блок-схема измерительного устройства

ратизации суммы производит линейное детектирование.

Инерционный элемент в цепи детектора интегрирует и усредняет выходной эффект  $i$  схемы  $D$  за время, равное его постоянной времени.

Средний выходной эффект  $\bar{i}$  пропорционален  $\overline{S^2(t)}$  из равенства (4). Так как вследствие стационарности шума  $S_1^2(t) = \text{const}$ , то, принимая  $2S_1^2(t)$  за начало отсчета, мы по изменению второй составляющей выходного эффекта при изменении  $\tau$  от 0 до  $\infty$  получаем функцию автокорреляции. Показания индикатора при включении одного усилителя дают коэффициент, необходимый для нормировки при определении  $R(\tau)$ .

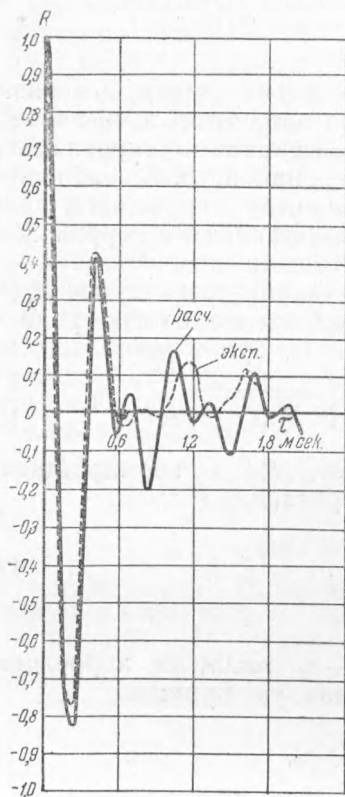


Рис. 2.  $P = 0,33$ ; 1600—3200 гц;  $f_0 = 2400$  гц

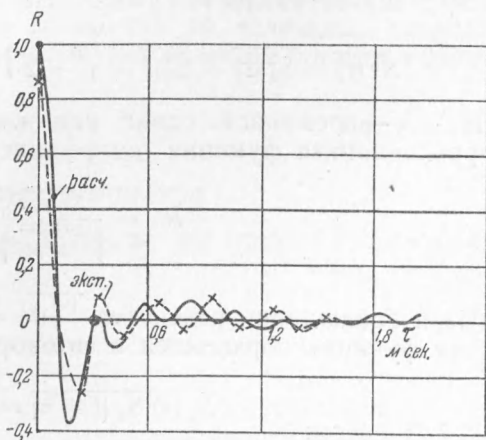


Рис. 3.  $P = 0,625$ ; 1000—4000 гц;  $f_0 = 2500$  гц

Изменяемая временная задержка  $\tau$  создается специальной искусственной линией. Нами также осуществлен коррелятивный индикатор, в котором операция нормирования выполняется электрическим путем. На приводимых рис. 2—4 сравниваются расчетные и опытные значения  $R(\tau)$  для полос белого шума в области звуковых частот. Расчет производился по известной формуле (2—4) для коэффициента корреляции белого шума, ограниченного идеальным фильтром.

$$R(\tau) = \frac{\sin(\Delta\omega\tau/2)}{\Delta\omega\tau/2} \cos \omega_0\tau. \quad (5)$$

Здесь  $\Delta\omega$  — ширина полосы пропускания фильтра,  $\omega_0$  — средняя частота пропускаемого спектра. Сплошные линии соответствуют расчетным зависимостям, пунктир — экспериментальным кривым. По оси ординат отложены значения  $R(\tau)$ , по оси абсцисс — значения  $\tau$ . На рис. 2 относительная полоса частот  $P = \frac{\Delta\omega/2}{\omega_0} = \frac{1}{3}$ , на рис. 3  $P = 0,625$ , на рис. 4  $P = 0,143$ .

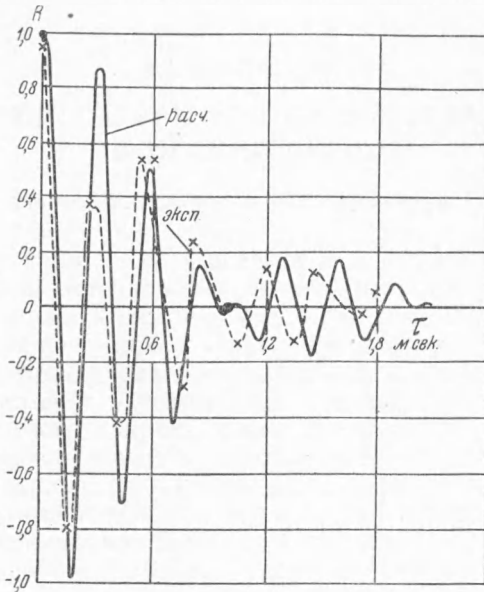


Рис. 4.  $P = 0,143$ ; 3000—4000 гц;  $f_0 = 3500$  гц

Результаты измерений находятся в согласии с теорией. Некоторые расхождения между расчетом и опытом на «хвостах» кривых  $R(\tau)$  обусловлены, повидимому, тем, что при расчете по формуле (5) предполагалась идеальная П-образность характеристик фильтра, практически же это не имело места.

Изложенные результаты были получены в 1948—1949 гг.

Физический институт им. П. Н. Лебедева  
Академии наук СССР

Поступило  
30 VI 1953

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> А. Я. Хинчин, Усп. матем. наук, 5, 42 (1932). <sup>2</sup> В. И. Бунимович, Флуктуационные процессы в радиоприемных устройствах, 1951. <sup>3</sup> В. В. Солодовников, Введение в статистическую динамику систем автоматического управления, М., 1952. <sup>4</sup> S. O. Rice, Bell System Techn. Journ., 23, 282 (1944); 24, 46 (1945).