Доклады Академии Наук СССР
1953. Том XCI, № 5

ГЕОФИЗИКА

Академик В. В. ШУЛЕЙКИН

КАК ЭНЕРГИЯ ВЕТРА ПЕРЕДАЕТСЯ ВОЛНЕ

Предложено несколько гипотез для объяснения механизма передачи энергии ветра волне. Все наиболее новые из них, в том числе гипотезы К. К. Федяевского (1) и П. Л. Капицы (2), исходят из предположения о том, что ветер давит на наветренный склон волны значительно сильней, чем на подветренный; результирующая сила давления, помноженная на скорость движения волн, выражает — согласно этим гипотезам — мощность, передаваемую волне.

Однако, современные непосредственные измерения поля давления над волновыми профилями показывают, что такая асимметрия в распределении давлений ничтожна при трохоидальном профиле волн и аналогичных профилях, не обладающих острым ребром на вершине. С другой стороны, даже при предельно крутых волнах, обладающих заостренной вершиной, действительное количество энергии, получаемое волной (по нашим непосредственным измерениям), сильно превышает количество энергии, вычисляемое по цитированным гипотезам. На наших опытах выявилось еще и третье серьезное расхождение с этими гипотезами: количество энергии, поступающее в единицу времени на единицу площади моря, не только зависит от безразмерного параметра h/λ (где h — высота волны, т. е. двойная амплитуда, а λ — длина волны), но и непосредственно пропорционально высоте волны h. Четвертое возражение против общепринятых взглядов всегда как-то остается в тени и никем не высказывается; между тем, весьма искусственным является утверждение, будто энергия, передаваемая ветром волне, должна быть равна произведению результирующего давления на фазовую скорость волн. Ведь общеизвестно, что усилие, действующее со стороны часовой пружины на ведущий валик часового механизма, сказывается на режиме движения часовых стрелок ничтожно мало: только в точных хронометрах заботятся о сохранении постоянства этого усилия. Совершенно так же воздействие избыточного давления на волны, бегущие по поверхности воды, практически не проявляется в ускорении системы, как проявляется оно при воздействии силы на какой-нибудь вагон, движущийся по рельсам: к колебательной системе нельзя применять подобный формальный подход.

В то же время, сам характер распределения давления над волнами какой угодно формы подсказывает, где надо искать ключ к решению задачи. Все типичные кривые распределения давления над поверхностью волн показывают, что над вершиной волны давление меньше, а над подошвой волны больше чем то, которое наблюдается над спокойной поверхностью воды или, в данном случае, на среднем уровне волнового склона. Между тем, при классическом выводе уравнений профиля всегда используется граничное условие, согласно которому атмосферное давление на поверхности воды считается постоянным.

Такое условие строго приемлемо при исследовании мертвой зыби, но при ветре это классическое граничное условие явно нарушается в природе. Рассмотрим последствия такого нарушения, проследив за поведением воды на каком-то выделенном участке.

Когда на этом участке возникает вершина волны, давление над ним делается меньше нормального атмосферного давления на уровне моря. Легко видеть, что возникшее отклонение автоматически нивеллируется за счет подъёма уровня воды в данном месте на соответствующую дополнительную небольшую высоту. Смещения масс воды происходят тут, очевидно, со скоростью, свойственной длинным волнам (типа уединенных) в море данной глубины. Значит, компенсационное смещение уровня можно практически считать мгновенным. Иными словами, при подъеме площадки до ее амплитудной высоты, одновременно будет нарастать над вершиной добавочный компенсирующий слой воды. Совершенно аналогично, при нисходящем движении уровня воды на исследуемом участке, компенсирующий слой исчезнет в момент перехода через средний уровень; при дальнейшем смещении уровня создастся отток воды от рассматриваемого участка и, в конечном счете, уровень воды на подошве волны опустится ниже вычисляемого по классической теории.

Обозначим через s отклонение давления от среднего в точке поверхности моря с абсциссой x, отсчитываемой от ординаты вершины волны в сторону движения волн. На основании ряда опытов различных авторов можно приблизительно полагать, что если уравнение профиля волн имеет вид

$$y = Af(x, t),$$

то величина s выражается совершенно подобным уравнением

$$s = -Bf(x, t).$$

В частности, если, для простоты, задаться косинусоидальной формой волн

$$y = {}^1/_2\, h \cos(\omega t - kx), \tag{1}$$

то s выразится аналогичным уравнением

$$s = -{}^1/_2\, \sigma \cos(\omega t - kx). \tag{2}$$

Как упоминалось, за колебаниями y должны следовать в той же фазе колебания толщины компенсирующего слоя воды. Следовательно, затрата энергии ветра (на единицу площади моря) в продолжение одной четверти периода T волн, за счет смещения компенсирующего слоя будет:

$$\int\limits_{y=-h/2}^{y=+h/2} s\,dy = \frac{1}{4} h\sigma\omega \int\limits_{t=0}^{t=T/4} \cos(\omega t - kx)\sin(\omega t - kx)\,dt = \frac{1}{8} h\sigma. \tag{3}$$

Значит, затрата энергии в единицу времени будет

$$W_V = \frac{1}{2}\frac{h\sigma}{T}. \tag{4}$$

С другой стороны, опыты различных авторов позволяют связать σ со скоростью ветра V скоростью волн c и плотностью воздуха δ_a:

$$\sigma = n\delta_a (V - c)^2, \tag{5}$$

где n — коэффициент, зависящий от крутизны волн h/λ. Значит, энергия, передаваемая ветром волне, на единицу поверхности моря, в единицу времени, должна выразиться формулой

$$W_V = \frac{n}{2}\frac{h}{T}\delta_a(V-c)^2. \tag{6}$$

Если бы вся эта энергия шла на развитие волн, то через каждый полупериод наступало бы равновеликое новое приращение высоты; требовался бы такой же новый компенсирующий слой. В действительности энергия, определяемая по (6), идет не только на приращение кинетической и потенциальной энергии частиц воды на волне и на неизбежное трение в водной среде при волнообразовании, но частично расходуется на необратимые смещения водных масс вокруг колеблющегося участка водной поверхности. Обозначим через η своего рода коэффициент использования энергии, представленной в (6); такая доля энергии, расходуемой ветром, будет итти на нарастание волн и на неизбежное внутреннее трение в воде при волнообразовании. В настоящее время, мы не умеем теоретически вычислять этот коэффициент η. Однако мы можем его вычислить, если сравним действительную энергию W, идущую на нарастание волн и внутреннее трение (по нашим непосредственным измерениям), с энергией W_V, определяемой на основании (6). При пользовании формулой (6), учтем, что в большинстве случаев крутизна волн у нас была равна $h/\lambda = 0{,}05$. Применительно к этому значению, можно с достаточной надежностью полагать, что $n = 0{,}1$.

Сопоставление цифр показало, что при изменениях скорости V волнообразующего ветра в пределах от 8 до 17 м/сек коэффициент η менялся в пределах от 44 до 60%. Повидимому, это связано с возрастанием периода волн. В настоящей статье мы лишены возможности как-либо описать механизм «раскачивания» волн под действием периодических изменений компенсирующего добавочного слоя воды (обоих знаков). К данному вопросу возвратимся впоследствии. Есть основания полагать, что этот механизм сродни другому, практически известному с незапамятных времен. Действительно, ведь аналогичное «раскачивание» испытывают обыкновенные качели; их амплитуда колебаний непрерывно нарастает, невзирая на то, что кажущимся образом «раскачивающий узел» возвращается на один и тот же энергетический уровень, после каждого цикла системы. Рассмотрим поведение человека, находящегося на доске качелей. Подойдя к вертикальному положению качелей, он выпрямляется во весь рост, вызывая тем самым смещение центра тяжести системы по вертикали на некоторое расстояние $R-r$, причем R обозначает здесь самое большое расстояние центра тяжести от центра качаний, а r — самое малое. С другой стороны, при наибольшем отклонении от вертикали на угол α человек приседает и тем самым смещает центр тяжести системы вниз на расстояние, которое учтем, исходя из элементарных соотношений. Вслед за тем качели снова идут к вертикальному положению, человек снова выпрямляется во весь рост, после чего подобный же цикл осуществляется по другую сторону от вертикального положения качелей. Там снова центр тяжести описывает замкнутый контур по приведенной схеме. Легко видеть, что каждый из этих циклов, по обе стороны от вертикали, сопряжен с затратой энергии человеком и что человек затрачивает энергию по двум причинам. Действительно, пренебрегая весом доски качелей и обозначая через P вес человека, найдем, что при подъеме на высоту $R-r$ человек затратил работу $P(R-r)$, в первом описанном положении качелей. Во втором описанном положении системы, сила тяжести произвела работу обратного знака, которая, очевидно, равна $-P(R-r)\cos\alpha$. Эта работа пропадает для раскачивающейся системы: она непроизводительно расходуется в мышцах человека, когда он приседает. В итоге, по рассмотренной причине, качающаяся система за один полупериод получает приращение энергии A_g, которое равно

$$A_g = P(R-r)(1-\cos\alpha). \tag{7}$$

Но есть еще и вторая причина, способствующая приращению энергии качающейся системы: смещая центр тяжести по вертикали на расстояние $R-r$, в первом описанном положении, человек вынужден совершить еще добавочную работу на преодоление центробежной силы. Нетрудно показать, что эта работа A_ω выражается так:

$$A_\omega = P\frac{\omega_0^2}{g}\int\limits_r^R r\,dr = P\frac{\omega_0^2}{2g}(R^2-r^2). \tag{8}$$

Здесь через ω_0 обозначено максимальное значение угловой скорости движения при переходе качелей через вертикаль. В свою очередь, ω_0 связана с той высотой $R(1-\cos\alpha)$, с которой опустился центр тяжести, когда качели пришли от крайнего положения (отклоненного на α) в вертикальное. В самом крайнем положении качелей центробежная сила отсутствует. Поэтому тут не появляется никаких дополнительных членов в балансе энергии качающейся системы, несмотря на то, что центр тяжести тут опускается на упомянутый отрезок $(R-r)\cos\alpha$.

В итоге, за полупериод, качающаяся система получает полное приращение энергии, равное $A = A_g + A_\omega$. Подставив сюда выражения A_g и A_ω из (7) и (8), найдем после простых преобразований:

$$A = P(R-r)\left(2+\frac{r}{R}\right)(1-\cos\alpha). \tag{9}$$

Получив такое приращение энергии и пройдя через вертикаль, система отклонится теперь в другую сторону от вертикали не на прежний угол α, а на больший угол α_1. При этом, на основании закона сохранения энергии, будет:

$$PR[(1-\cos\alpha_1)-(1-\cos\alpha)] = A. \tag{10}$$

Подставив сюда выражение A из (9), найдем после преобразований:

$$\frac{1-\cos\alpha_1}{1-\cos\alpha} = 1+\left(1-\frac{r}{R}\right)\cdot\left(2+\frac{r}{R}\right), \tag{11}$$

или, для малых углов, приблизительно

$$\frac{\alpha_1}{\alpha} = \sqrt{1+\left(1-\frac{r}{R}\right)\cdot\left(2+\frac{r}{R}\right)}. \tag{12}$$

В частности, задавшись значением $r/R = 0{,}75$, получим по (12) $\alpha_1/\alpha \approx 1{,}3$, т. е. каждый рассмотренный цикл (за полупериод) увеличивает угол отклонения качелей от вертикали приблизительно на 30%.

Вспомнив выражение энергии, затраченной человеком, и сравнив с ним выражение (9), можно получить выражение для своего рода коэффициента использования энергии η_k, именно,

$$\eta_k = \frac{(2+r/R)(1-\cos\alpha)}{1+(1+r/R)(1-\cos\alpha)}. \tag{13}$$

Сохранив прежнее частное значение $r/R = 0{,}75$, вычислим η_k для трех заданных значений α: при $\alpha = 15°$, $\eta_k = 8{,}9\%$; при $\alpha = 30°$, $\eta_k = 30\%$; при $\alpha = 45°$, $\eta_k = 54\%$.

Морской гидрофизический институт
Академии наук СССР

Поступило
19 VI 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] К. К. Федяевский, Доклады ГОИНа, № 40 (1946). [2] П. Л. Капица, ДАН, 64, № 4, 513 (1949).