Доклады Академии Наук СССР
1953. Том XCI, № 5

ГИДРОМЕХАНИКА

А. А. НИКОЛЬСКИЙ

О ВОЛНАХ РАЗРУШЕНИЯ ГАЗИРОВАННЫХ ПОРОД

(Представлено академиком А. И. Некрасовым 16 VI 1953)

В работе ([1]) явление «внезапного выброса» газированных пород было объяснено образованием особой волны (будем называть ее волной разрушения), которая распространяется по нетронутой породе и во фронте которой под влиянием резкого, почти скачкообразного падения давления газа частицы твердой породы отламываются от еще нетронутого массива и разгоняются расширяющимся газом. К выводу о неизбежном образовании волн скачкообразного падения давления и скачкообразного придания скорости твердым частицам при внезапных выбросах приводят следующие рассуждения. В процессе протекания внезапного выброса в каждый момент времени область уже разрушенной породы отделяется от еще нетронутого массива некоторой поверхностью S, перемещающейся в глубь нетронутого массива. Для отрыва от массива частиц породы необходимо приложение к ним некоторой конечной силы (характеризующей прочность породы), которая может быть получена лишь за счет конечного перепада давления газа в направлении нормали к поверхности S на протяжении порядка размера Δx отрывающихся частиц. Этот перепад давления может получиться лишь за счет быстрого расширения газа, освобождаемого при отрыве частиц. Процесс расширения каждой новой порции газа требует быстрого удаления предыдущей порции оторвавшихся твердых частиц от места их отрыва на расстояния порядка Δx, что возможно лишь при условии придания частицам скорости, имеющей порядок величины N скорости нормального распространения поверхности S на длине Δx за промежуток времени, имеющий порядок величины $\Delta x/N$.

Для понимания процессов, происходящих во фронте волны, целесообразно изучить их для случая простейшей модели газированной породы, когда вся порода состоит из параллельных друг другу, непроницаемых для газа плоских пластов одинаковой толщины $(1-\alpha)L$ и плотности ρ_T, отстоящих друг от друга на равных расстояниях αL и соединенных между собой жесткими связями с определенной удельной прочностью P на разрыв. Промежутки между пластами твердой породы заполнены газом, находящимся под некоторым исходным давлением p_{01}. Разрушение породы в волне в рассматриваемом случае будет происходить путем последовательного отрыва слоев породы. Теоретически внутри фронта волны в каждый момент времени будет двигаться бесчисленное множество пластов породы. Граница между еще нетронутой и уже разрушенной породой будет перемещаться по нетронутой породе скачкообразно с некоторой средней скоростью N. Скорость N и будет скоростью распространения волны. В системе координат, равномерно движущейся со скоростью N, процесс отрыва и движения слоев в волне будет периодическим с некоторым периодом T. После отрыва некоторого слоя величина действующего на него перепада давления будет падать, постепенно стремясь к нулю, а само давление в окружающем этот слой газе стремиться к некоторому предельному значению — значению давления p_∞ газа за волной. Поскольку отношение масс газа и твердой породы, содержащихся в единице объема, следует считать малым, расширение газа в волне можно будет принять адиабатическим, причем давление газа, заключенного между двумя соседними слоями породы, можно будет в каждый момент времени считать постоянным по объему. Каждой заданной породе рассматриваемого нами идеального типа, т. е. заданным L, α, ρ_T, p_{01}, P, соответствует вполне определенная, единственно возможная волна со вполне определенными скоростью распространения, давлением и скоростью породы и газа за ней. Выведем для рассматриваемого идеального случая уравнения движения во фронте волны.

Пусть волна перемещается слева направо. Направим ось x в сторону, противоположную направлению распространения волны, и введем обозначения: t — время, $\varkappa$ — показатель адиабаты газа. Рассмотрим систему координат, движущуюся со скоростью N распространения волны. Величина N неизвестна и требует определения. Положим $t=0$ в момент времени, соответствующий отрыву некоторого очередного слоя породы. Пусть при $t=0$ значение $x=0$ соответствует середине этого слоя. Перенумеруем все уже оторвавшиеся слои породы по порядку слева направо, считая первым рассматриваемый отрывающийся слой, и обозначим через $x_n(t)$ положение со временем середины n-го слоя. Применяя уравнения адиабаты и сохранения массы к объемам газа, заключенным между соседними слоями, получим следующее дифференциальное уравнение движения n-го слоя:

$$\rho_T L(1-\alpha)\frac{d^2x_n}{dt^2} = p_{01}(\alpha L)^n\left\{\frac{1}{[x_n - x_{n-1} - (1-\alpha)L]^n} - \frac{1}{[x_{n+1} - x_n - (1-\alpha)L]^n}\right\}. \tag{1}$$

Положим $dx_n/dt = v_n(t)$. Величины N и T связаны соотношением $N = L/T$. В силу периодичности должно быть

$$x_n(T) = x_{n+1}(0), \quad v_n(T) = v_{n+1}(0). \tag{2}$$

Справедливы начальные условия

$$x_1(0) = 0, \quad v_1(0) = N = \frac{L}{T}. \tag{3}$$

Условие равенства величине P перепада давления в момент отрыва определяет давление между первым и вторым слоем при $t=0$, откуда по адиабате найдется и величина $x_2(0)$:

$$x_2(0) = (1-\alpha)L + \alpha L\left(\frac{p_{01}}{p_{01}-P}\right)^{1/n}. \tag{4}$$

После отрыва первого слоя соседний с ним еще не оторвавшийся слой вплоть до его отрыва будет перемещаться в рассматриваемой нами системе координат с постоянной скоростью N. Это позволяет связать величину давления слева от первого слоя с его перемещением $x_1(t)$, что приводит к следующему виду уравнения (1) при $n=1$:

$$(1-\alpha)\rho_T L\frac{d^2x_1}{dt^2} = p_{01}(\alpha L)^n\left\{\frac{1}{(\alpha L + x_1 - Nt)^n} - \frac{1}{[x_2 - x_1 - (1-\alpha)L]^n}\right\}. \tag{5}$$

Если предполагать все константы породы (α, ρ_T, L, P) заданными, то задача сводится к решению бесконечной системы уравнений (1) для функций $x_n(t)$ в промежутке времени $0 \leqslant t \leqslant T$ при условиях (2) — (4), причем величина T сама подлежит определению. Давление p_∞ за волной найдется из соотношения:

$$p_\infty = p_{01}\left[\frac{\alpha L}{L_\infty - (1-\alpha) L}\right]^\varkappa, \tag{6}$$

где $L_\infty = \lim\limits_{n\to\infty} (x_{n+1} - x_n)$. Следует сказать, что после того как величина N найдена, давление p_∞ может быть сразу найдено из соотношений, полученных в работе [1] для случая адиабатического расширения газа. В работе [1] давление n силы реакции со стороны нетронутой породы принималось постоянным. В рассматриваемом нами случае величина n будет периодически изменяться, однако все соотношения работы [1] остаются в силе, если под n понимать импульс силы давления реакции в единицу времени. Решение поставленной выше задачи позволит найти связь между прочностью P породы и общим потребным перепадом давления газа в волне. Решение задачи может быть получено последовательными приближениями. Если произвольно задать величину N и величины $x_n(0)$, $v_n(0)$ (подчинив их только условиям (2) — (4)), то последующее движение оторвавшихся слоев легко может быть найдено численным интегрированием системы уравнений (1). Однако полученное движение при произвольных начальных данных не будет периодическим. Задача состоит в таком подборе констант N, $x_n(0)$, $v_n(0)$, чтобы последующая интеграция системы уравнений (1) привела к периодичности решения системы. Для решения задачи, видимо, достаточно ограничиться лишь решением системы нескольких первых уравнений. Переход в соотношениях (1) — (6) к переменным x_n/L, t/T показывает, что при изменении масштаба L «пористости» идеальной породы и сохранении других ее констант величины p_∞, N сохраняются, процессы в волне сохраняются подобными по x и t, но пропорционально L изменяется T и все линейные размеры, в том числе и ширина фронта волны, которая теоретически бесконечна, но практически имеет конечную протяженность. Таким образом, ширина фронта волны имеет порядок «пористости» L. Устремление величины L к нулю не позволяет перейти к исследованию процессов, происходящих в волне, при помощи уравнений сплошной двухкомпонентной среды. В рассматриваемом случае идеальной породы импульс n давления сил реакции равен величине $n = \frac{1}{T}\int\limits_0^T p_1(t)\,dt$. При $0 \leqslant t \leqslant T$ имеет место неравенство $p_1(t) \geqslant p_{01} - P$, откуда для n получается неравенство $n \geqslant p_{01} - P$. Подставляя в это неравенство вместо n его значение, определяемое соотношением (10) работы [1], получим универсальное неравенство:

$$\frac{P}{p_{01}} \geqslant f(\varepsilon) = 1 - \frac{1}{\varepsilon}\left(1 + 2\,\frac{\frac{1}{n-1}\,\varepsilon + 1 - \frac{n}{n-1}\,\varepsilon^{1/n}}{\varepsilon^{1/n} - 1}\right), \tag{7}$$

где $\varepsilon = p_{01}/p_\infty$.

Из графика функции $f(\varepsilon)$, изображенного на рис. 1 для $\varkappa = 1{,}3$, следует, что при заданном исходном давлении p_{01} и уменьшении прочности P породы суммарный перепад давления, несомый волной, тоже обязательно уменьшается.

Процесс внезапных выбросов газированной породы, его начало и его окончание определяются взаимодействием узкой, вообще говоря не плоской, а искривленной волны разрушения и протяженной области сложного нестационарного движения продуктов разрушения (газа и частиц породы) позади волны разрушения, граничащих с атмосферой. Следует особо отметить, что давление за волной не является атмосферным, а может во много раз отличаться от атмосферного. Волна разрушения исчезает внезапно в момент дальнейшей несовместимости условий за волной с условиями движения в примыкающей к волне области, занятой продуктами разрушения. Скорость распространения волны и несомые ей изменения давления и скорости, вообще говоря, переменны во времени. Процессы зарождения, распространения и исчезновения волны разрушения с учетом наличия поверхности атмосферного давления и взаимодействия волны и продуктов разрушения могут быть полностью изучены для случая рассмотренной выше идеальной породы.

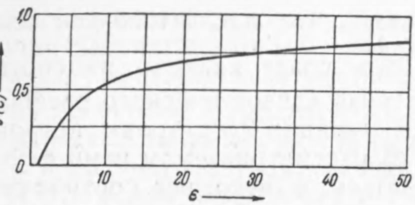

Рис. 1

Уравнения, определяющие процессы в волне, уже были выведены. Уравнения, определяющие движение за волной, могут быть в этом случае сведены к уравнениям движения непрерывной двухкомпонентной среды. В предположении адиабатичности расширения и сжатия газа между слоями твердой породы эти уравнения можно записать в прежних обозначениях в виде:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1+\frac{\alpha}{1-\alpha}\left(\frac{p_{01}}{p}\right)^{1/n}}{\rho_T}\frac{\partial p}{\partial x}; \tag{8}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{1}{1+\frac{\alpha}{1-\alpha}\left(\frac{p_{01}}{p}\right)^{1/n}}\right] + \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{u}{1+\frac{\alpha}{1-\alpha}\left(\frac{p_{01}}{p}\right)^{1/n}}\right] = 0; \tag{9}$$

$$\frac{\partial p_{01}}{\partial t} + u\frac{\partial p_{01}}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial \alpha}{\partial t} + u\frac{\partial \alpha}{\partial x} = 0, \tag{10}$$

где u — скорость; p — давление, причем p_{01} и α относятся к состоянию неразрушенной породы. Полагая $\xi = x/t$, $\alpha = \mathrm{const}$, $p_{01} = \mathrm{const}$, получим автомодельные движения, определяемые уравнениями

$$(u-\xi)\frac{du}{d\xi} + \frac{1+\frac{\alpha}{1-\alpha}\left(\frac{p_{01}}{p}\right)^{1/n}}{\rho_T}\frac{dp}{d\xi} = 0; \tag{11}$$

$$\xi\frac{d}{d\xi}\left[\frac{1}{1+\frac{\alpha}{1-\alpha}\left(\frac{p_{01}}{p}\right)^{1/n}}\right] - \frac{d}{d\xi}\left[\frac{u}{1+\frac{\alpha}{1-\alpha}\left(\frac{p_{01}}{p}\right)^{1/n}}\right] = 0. \tag{12}$$

Позади волны разрушения могут также образовываться ударные волны, распространяющиеся по продуктам разрушения в направлении движения волны и во многих случаях догоняющие волну.

Поступило
11 V 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] А. А. Никольский, ДАН, 88, № 4 (1953).