Доклады Академии Наук СССР
1953. Том XCI, № 3

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Л. Н. АЛЕКСАНДРОВ и Б. Я. ЛЮБОВ

ВЛИЯНИЕ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ, ВОЗНИКАЮЩЕЙ ПРИ РАСПАДЕ ТВЕРДОГО РАСТВОРА, НА СКОРОСТЬ РОСТА ЗАРОДЫША НОВОЙ ФАЗЫ

(Представлено академиком И. П. Бардиным 9 V 1953)

В работе С. Т. Конобеевского ([1]), а также в наших статьях ([2, 3]) было рассмотрено влияние на скорость роста зародыша новой фазы напряжений, возникающих при изотермическом распаде твердого раствора. При этом принималось, что напряжения находятся в упругой области. Однако результат расчета, проведенного в ([4]) для определенного случая, показывает, что возможно возникновение пластической деформации, в первую очередь, непосредственно у поверхности центра новой фазы. Принятое нами в ([4]) значение предела текучести материала σ_s является условным, так как в настоящее время неясно, в какой степени значения материальных постоянных, полученные при опытах с макроскопическими образцами, можно переносить на область весьма малых размеров. Рентгенографические определения значения модуля упругости дают основания думать, что эта величина остается примерно одинаковой для объемов различного порядка малости. Однако вопрос о значении σ_s остается открытым. Решение этой задачи связано с выяснением механизма пластической деформации в микрообъемах. Так же мы подходим и к условиям возникновения пластической деформации в случае напряженного состояния малых объемов в нашей задаче.

Следует отметить, что анизотропия среды, главным образом, наличие преимущественных элементов скольжения в решетке твердого раствора, может существенно повлиять на ход изучаемого процесса. Однако, чем выше температура, при которой происходит распад твердого раствора, тем меньшую роль играет последнее обстоятельство.

В настоящей статье рассматривается решение задачи о скорости роста сферического зародыша новой фазы в переохлажденном твердом растворе с учетом влияния пластической деформации, возникающей у его поверхности, в результате самого превращения.

В принципе возможно чередование зон упругой и пластической деформации вокруг зародыша ([4]). Для упрощения задачи мы примем, что область пластической деформации простирается от поверхности зародыша, соответствующей $r = r_0$, до некоторого значения $r = r_1$. Принятое допущение не может сильно повлиять на окончательный результат, так как основная часть рассматриваемого объема, находящаяся в пластическом состоянии, всегда расположена у поверхности зародыша, поскольку напряжения быстро спадают по мере удаления от зародыша.

Внутри зародыша во время его роста сохраняется постоянная концентрация растворенного компонента $C_{\text{рав}}^{\text{вн}}$, равновесная для данной температуры.

Составляющие тензора концентрационных напряжений внутри зародыша определяются формулой

$$\sigma_r^{\text{вн}} = \sigma_\tau^{\text{вн}} = -E\omega\,(C_{\text{рав}}^{\text{вн}} - C_0), \tag{1}$$

где E — модуль упругости; ω — коэффициент, характеризующий зависимость постоянной решетки твердого раствора от его состава; C_0 — исходная концентрация твердого раствора.

Для радиально-симметричного напряженного состояния в пластической зоне, расположенной у поверхности зародыша ([5]),

$$\frac{\partial\sigma_r^{\text{пл}}}{\partial r} - \frac{2}{r}\,(\sigma_\tau^{\text{пл}} - \sigma_r^{\text{пл}}) = 0, \tag{2}$$

$$\sigma_\tau^{\text{пл}} - \sigma_r^{\text{пл}} = -\sigma_s. \tag{3}$$

Знак в правой части (3) выбирается так, чтобы удовлетворялось условие непрерывного изменения σ_r при переходе из внутренней области зародыша наружу. Принимаем, что σ_s не зависит от концентрации C и, следовательно, радиуса r. Совместное решение уравнений (2) и (3) дает

$$\sigma_r^{\text{пл}} = -2\sigma_s \ln\frac{r}{r_0} - E\omega\,(C_{\text{рав}}^{\text{вн}} - C_0), \tag{4}$$

$$\sigma_\tau^{\text{пл}} = -\sigma_s - 2\sigma_s \ln\frac{r}{r_0} - E\omega\,(C_{\text{рав}}^{\text{вн}} - C_0). \tag{5}$$

Здесь использовано условие

$$\sigma_r^{\text{пл}}(r_0) = \sigma_r^{\text{вн}}. \tag{6}$$

Из условия равновесия границы упругой и пластической области следует:

$$\sigma_r^{\text{упр}}(r_1) = \sigma_r^{\text{пл}}(r_1). \tag{7}$$

Учтя (7) и приняв значение коэффициента Пуассона $\nu = 1/3$, находим

$$\sigma_r^{\text{упр}} = -\left(\frac{r_1}{r}\right)^3 \left[2\sigma_s \ln\frac{r_1}{r_0} + E\omega\,(C_{\text{рав}}^{\text{вн}} - C_0)\right] - \frac{3E\omega}{r^3}\int_{r_1}^{r} (C_{\text{упр}} - C_0)\,\eta^2\,d\eta; \tag{8}$$

$$\sigma_\tau^{\text{упр}} = \frac{1}{2}\left(\frac{r_1}{r}\right)^3 \left[2\sigma_s \ln\frac{r_1}{r_0} + E\omega\,(C_{\text{рав}}^{\text{вн}} - C_0)\right] + \frac{3}{2}\frac{E\omega}{r^3}\int_{r_1}^{r} (C_{\text{упр}} - C_0)\,\eta^2\,d\eta - \frac{3}{2}E\omega\,(C_{\text{упр}} - C_0). \tag{9}$$

При $r_1 = r_0$ для $\sigma_r^{\text{упр}}$ и $\sigma_\tau^{\text{упр}}$ получаются выражения, приведенные в ([2]).

Плотность энергии поля напряжения в пластической зоне

$$U_{\text{пл}} = \frac{1}{18E}\left[6\sigma_s \ln\frac{r}{r_0} + 3E\omega\,(C_{\text{рав}}^{\text{вн}} - C_0) - 2\sigma_s\right]^2 + \frac{4}{9E}\sigma_s^2, \tag{10}$$

а в упругой

$$U_{\text{упр}} = \frac{E\omega^2}{z^6}\left\{\left[\frac{2\sigma_s}{E\omega}\ln\frac{r_1}{r_0} + C_{\text{рав}}^{\text{вн}} - C_0 + 3\int_1^z (C_{\text{упр}} - C_0)\,\eta^2\,d\eta - (C_{\text{упр}} - C_0)\,z^3\right]^2 + \frac{1}{2}(C_{\text{упр}} - C_0)^2 z^6\right\}, \tag{11}$$

где $z = r/r_1$.

Уравнения диффузии для пластической и упругой [1] зон

$$\frac{\partial C_{пл}}{\partial t} = D\left(\frac{\partial^2 C_{пл}}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial C_{пл}}{\partial r}\right), \qquad (12)$$

$$\frac{\partial C_{упр}}{\partial t} = \frac{D}{r^2}\frac{\partial}{\partial r} r^2 \left\{(1+3\varkappa)\frac{\partial C_{упр}}{\partial r} - \right.$$

$$\left. - 2\varkappa \frac{\partial}{\partial r}\frac{1}{z^3}\left[\frac{2\sigma_s}{E\omega}\ln\frac{r_1}{r_0} + C_{рав}^{вн} - C_0 + 3\int\limits_1^z (C_{упр} - C_0)\,\eta^2\,d\eta\right]\right\}; \qquad (13)$$

D — коэффициент диффузии; $\varkappa$ — сложная величина, подробно рассмотренная в [2].

При выводе уравнения (12) мы пренебрегаем влиянием на процессы диффузии в пластической зоне напряжений $\sigma_r^{пл}$ и $\sigma_\tau^{пл}$, которые, поскольку они не зависят от $C_{пл}$, могут рассматриваться как вызванные внешней нагрузкой. Сделанное допущение уменьшает расчетное значение скорости роста зародыша новой фазы. Таким образом мы получаем несколько заниженные значения искомой величины.

Будем искать

$$r_0 = 2\lambda\sqrt{Dt}, \quad r_1 = 2\alpha\sqrt{Dt},$$

где λ и α — неизвестные постоянные.

Решение уравнения (12) можно представлять в виде [6]

$$C_{пл} = A_1 + B_1\frac{f(r/2\sqrt{Dt})}{f(\lambda)}; \quad f(x) = \frac{1}{x}e^{-x^2} - 2\int\limits_x^\infty e^{-\xi^2}\,d\xi. \qquad (14)$$

На основании [2]

$$C_{упр} = A_2 + B_2\frac{\Phi(z)}{\Phi(1)}, \qquad (15)$$

$$\Phi(z) = \int\limits_z^\infty \left[a\eta^{a-4} - \frac{2\alpha^2}{1+3\varkappa}\eta^{a-2}\right] e^{-\frac{\alpha^2}{1+3\varkappa}\eta^2}\,d\eta, \quad a = \frac{6\varkappa}{1+3\varkappa}.$$

Для определения неизвестных постоянных A_1, A_2, B_1, B_2, α и λ имеются следующие условия:

1) при $z \to \infty$ концентрация стремится к исходному значению, т. е.

$$\lim_{r\to\infty} C_{упр}(r, t) = C_0; \qquad (16)$$

у поверхности зародыша:

2) имеет место массовый баланс [2]

$$(C_{рав}^{нар} - C_{рав}^{вн})\frac{dr_0}{dt} = -D\left(\frac{\partial C_{пл}}{\partial r}\right)_{r=r_0}; \qquad (17)$$

3) сохраняется равновесная концентрация

$$C_{пл}(r_0, t) = C_{рав}^{нар}; \qquad (18)$$

на границе упругой и пластической зон:

4) удовлетворяется условие перехода в пластическое состояние

$$\sigma_\tau^{упр} = \sigma_r^{упр} - \sigma_s \quad при\ r = r_1; \qquad (19)$$

5)

$$C_{упр}(r_1, t) = C_{пл}(r_1, t); \qquad (20)$$

6) поскольку при $r = r_1$ нет источников, потоки из пластической в упругую зону и в обратном направлении равны

$$\left(\frac{\partial C_{\text{пл}}}{\partial r}\right)_{r=r_1} = \left\{(1+3\varkappa)\frac{\partial C_{\text{упр}}}{\partial r} - \right.$$

$$\left. - 2\varkappa\frac{\partial}{\partial r}\frac{1}{z^3}\left[\frac{2\sigma_s}{E\omega}\ln\frac{r_1}{r_0} + C_{\text{рав}}^{\text{вн}} - C_0 + 3\int_1^z (C_{\text{упр}} - C_0)\,\eta^2\,d\eta\right]\right\}_{z=1}. \qquad (21)$$

Из первых четырех условий находим A_1, A_2, B_1, B_2 и получаем

$$C_{\text{пл}}\left(\frac{r}{2\sqrt{Dt}}\right) = C_{\text{рав}}^{\text{нар}} + (C_{\text{рав}}^{\text{нар}} - C_{\text{рав}}^{\text{вн}})\,2\lambda^3 e^{\lambda^2}\left[f\left(\frac{r}{2\sqrt{Dt}}\right) - f(\lambda)\right]; \qquad (22)$$

$$C_{\text{упр}}\left(\frac{r}{r_1}\right) = C_0 + \left[C_{\text{рав}}^{\text{вн}} - C_0 + \frac{2}{3}\frac{\sigma_s}{E\omega}\left(1 + 3\ln\frac{\alpha}{\lambda}\right)\right]\frac{\Phi\left(\frac{r}{r_1}\right)}{\Phi(1)}. \qquad (23)$$

Условия (5) и (6) дают систему трансцендентных уравнений для определения α и λ:

$$(C_{\text{рав}}^{\text{нар}} - C_{\text{рав}}^{\text{вн}})\,\{1 + 2\lambda^3 e^{\lambda^2}[f(\alpha) - f(\lambda)]\} = \frac{2}{3}\frac{\sigma_s}{E\omega}\left(1 + 3\ln\frac{\alpha}{\lambda}\right); \qquad (24)$$

$$(C_{\text{рав}}^{\text{нар}} - C_{\text{рав}}^{\text{вн}})\,\frac{2\lambda^3}{\alpha}e^{\lambda^2-\alpha^2} +$$

$$+ \left[C_{\text{рав}}^{\text{вн}} - C_0 + \frac{2}{3}\frac{\sigma_s}{E\omega}\left(1 + 3\ln\frac{\alpha}{\lambda}\right)\right](2\alpha^2 - 6\varkappa)\frac{e^{-\frac{\alpha^2}{1+3\varkappa}}}{\Phi(1)} = 4\varkappa\frac{\sigma_s}{E\omega}. \qquad (25)$$

Применим изложенные соображения к рассмотрению изотермического роста ферритного зерна в переохлажденном аустените ($T = 993°$ K) доэвтектоидного состава ($C_0 = 0{,}022$).

Согласно [2] примем $C_{\text{рав}}^{\text{нар}} = 0{,}038$; $C_{\text{рав}}^{\text{вн}} = 0{,}001$; $E = 2 \cdot 10^4$ кг / мм^2: $\omega = 0{,}2$; $\varkappa = 0{,}205$. σ_s условно полагаем, как и в [4], равным 10 кг / мм^2. Графическое совместное решение трансцендентных уравнений (24) и (25) дает в нашем случае $\lambda = 0{,}94$; $\alpha = 3{,}02$. Полученное значение λ, определяющее скорость роста ферритного центра, лежит между значением, найденным в предположении о существовании вокруг центра только упругих напряжений ($\lambda = 1{,}32$ [2]), и значением, следующим из расчета без учета влияния концентрационных напряжений ($\lambda = 0{,}8$ [6]). В результате пластической деформации происходит частичное снятие напряжений, и расчетное значение λ уменьшается. Следует отметить, что при понижении температуры превращения величина σ_s возрастает и влияние концентрационных напряжений увеличивается.

Приведенная постановка задачи может быть развита в направлении учета концентрационной зависимости σ_s, влияния упрочнения и анизотропии среды. Однако все эти обстоятельства, повидимому, не могут изменить основного вывода, сводящегося к утверждению, что влияние напряженного состояния, вызванного самым превращением, придает процессу автокаталитический характер [1].

Славянский учительский институт
и Институт металловедения и физики
металлов ЦНИИЧМ

Поступило
8 V 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] С. Т. Конобеевский, ЖЭТФ, **13**, 418 (1943). [2] Б. Я. Любов, ЖТФ, **20**, 1344 (1950). [3] Л. Н. Александров, Б. Я. Любов, ДАН, **74**, 1081 (1950). [4] Л. Н. Александров, Б. Я. Любов, ДАН, **83**, 833 (1952). [5] Б. Я. Любов, Б. Н. Финкельштейн, ЖТФ, **16**, 945 (1946). [7] Б. Я. Любов, ДАН, **6**, 795 (1948).