Доклады Академии Наук СССР
1953. Том XCI, № 4

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

М. Л. ЛЕВИН

ПАССИВНЫЕ ИЗЛУЧАЮЩИЕ СИСТЕМЫ В ВОЛНОВОДАХ

(Представлено академиком М. А. Леонтовичем 6 VI 1953)

В работе автора [1] было дано решение задачи о волновом режиме, создаваемом в волноводе резонансной щелью, у которой амплитуда напряжения находится в фазе с интегральной магнитодвижущей силой. Здесь мы обобщим результаты работы [1] на случай произвольной нерезонансной излучающей системы, состоящей из пассивных металлических антенн и диффракционных излучателей — отверстий, прорезанных в стенках волновода.

Обычно в теории антенн и электрические токи в одиночном проводнике, и эквивалентные магнитные токи [2] в одиночной щели представляют в виде произведения геометрической функции распределения на амплитуду тока, относя к последней характеристическое сопротивление (импеданс) антенны. Точно так же мы поступим и в нашем случае сложной системы: представим электрические токи $\mathbf{j}^e$ в проводниках и эквивалентные магнитные токи $\mathbf{j}^m$ в отверстиях в виде

$$\mathbf{j}^e_\alpha = I\mathbf{f}_\alpha; \qquad \mathbf{j}^m_\beta = I\mathbf{f}_\beta \tag{1}$$

(α — индексы проводников, β — отверстий), где $\mathbf{f}_\alpha$, $\mathbf{f}_\beta$ — вообще говоря комплексные функции распределения, имеющие размерность* см^{-2}, а I — «сила тока» в системе. В качестве величины I можно взять или амплитуду магнитного тока в одном из проводников или амплитуду магнитного тока в одной из щелей, или каким-нибудь образом усредненное значение этих величин для всех элементов сложной системы — целесообразность того или иного выбора «силы тока» в системе определяется конкретными условиями задачи. Во всяком случае, для одиночного излучателя I есть просто амплитуда тока.

Рассмотрим бесконечный цилиндрический волновод, в идеально-проводящих стенках которого прорезаны отверстия, образующие вместе с находящимися внутри волновода проводниками пассивную излучающую систему (рис. 1). Собственные волны трубы, которые могут распространяться внутри нее при заданной рабочей частоте, пронормируем так, чтобы средний поток энергии через поперечное сечение волновода равнялся единице в каждой нормированной волне. Если обозначить поперечные составляющие** векторов поля в нормированной

* Фактически эквивалентные магнитные токи в отверстиях и электрические токи в проводниках (идеальных) являются не объемными, а поверхностными. Поэтому функции распределения $\mathbf{f}$ содержат несобственные δ-функции, так что интегралы, в которые входят $\mathbf{f}$, сводятся к поверхностным.

** В дальнейшем мы всюду, где это не оговорено, выписываем лишь поперечные составляющие векторов поля.

волне l-го типа, бегущей в $+z$-направлении, через

$$\mathbf{E}_l e^{-ih_l z}; \quad \mathbf{H}_l e^{-ih_l z} \tag{2}$$

(подробнее об обозначениях см. (3)), то условия нормировки вместе с известным свойством ортогональности волн разных типов запишутся в виде

$$\frac{c}{8\pi}\int [\mathbf{E}_l \mathbf{H}_n^*]_z dS = \delta_{ln}, \tag{3}$$

где δ_{ln} — символ Кронекера, а интеграл берется по поперечному сечению трубы. Заметим, что для нормированной волны того же типа, бегущей в $-z$-направлении, вектора поля равны

$$\mathbf{E}_l e^{ih_l z}; \quad -\mathbf{H}_l e^{ih_l z}. \tag{4}$$

Пусть от генератора, находящегося на конце волновода, бежит в $+z$-направлении волна p-го типа с амплитудой A

$$\mathbf{E}_A = A\mathbf{E}_p e^{-ih_p z}; \; \mathbf{H}_A = A\mathbf{H}_p e^{-ih_p z}. \tag{5}$$

Эта первичная волна (A-поле) возбуждает в элементах пассивной системы электрические и магнитные токи (1), которые в свою очередь являются источниками вторичного поля (B-поле). Внутри волновода вне области, занятой антенной, это вторичное поле является суперпозицией экспоненциально затухающих волн и бегущих волн вида (4) или (2), соответственно, перед или за антенной. В числе последних будет и волна того же типа, что и первичное поле:

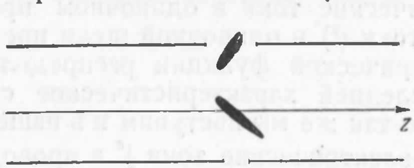

Рис. 1

$$\mathbf{E} = b\mathbf{E}_p e^{-ih_p z}; \quad \mathbf{H} = b\mathbf{H}_p e^{-ih_p z} \tag{6}$$

Волны (5) и (6) интерферируют между собой, и, следовательно, для нахождения полной волны p-го типа, бегущей в $+z$-направлении за антенной, надо знать и модуль и фазу комплексной амплитуды b (амплитуду A можно, не нарушая общности, считать действительной величиной). Для определения фазы воспользуемся комплексной леммой Лоренца. В общем случае двух полей A и B, источниками которых являются и электрические и магнитные токи, эта лемма в дифференциальной форме выражается равенством

$$-\frac{c}{8\pi}\operatorname{div}([\mathbf{E}_A\mathbf{H}_B^*] + [\mathbf{E}_B^*\mathbf{H}_A]) = \frac{1}{2}(\mathbf{E}_A\mathbf{j}_B^{e*} + \mathbf{E}_B^*\mathbf{j}_A^e) + \frac{1}{2}(\mathbf{H}_A\mathbf{j}_B^{m*} + \mathbf{H}_B^*\mathbf{j}_A^m), \tag{7}$$

являющимся простым следствием уравнений Максвелла. В нашем случае источники вторичного поля $\mathbf{j}_B^e$ и $\mathbf{j}_B^m$ даются формулами (1), источники первичного поля

$$\mathbf{j}_A^e = 0; \quad \mathbf{j}_A^m = 0,$$

а само A-поле равно нулю вне волновода. Кроме того тангенциальные слагающие электрических векторов обоих полей обращаются в нуль на стенках трубы. Поэтому, интегрируя (7) по объему, ограниченному стенками трубы, поверхностями, затягивающими отверстия снаружи, и двумя поперечными сечениями (перед и за антенной), мы получим в силу условий ортонормальности (3) следующее равенство

$$-2Ab^* = \frac{1}{2}\left(\sum_\alpha \int \mathbf{E}_A \mathbf{f}_\alpha^* dV + \sum_\beta \int \mathbf{H}_A \mathbf{f}_\beta^* dV\right) I^*, \tag{8}$$

где $\mathbf{E}_A$ и $\mathbf{H}_A$ — полные вектора поля, а не их поперечные составляющие, как в предыдущих формулах.

Выражение, стоящее в круглых скобках, есть интегральная «электромагнитно-движущая сила» $\mathcal{E}^{em}$, приложенная к нашей пассивной системе. Введенная ранее «сила тока» I связана с $\mathcal{E}^{em}$ линейной формулой $\mathcal{E}^{em} = ZI$, где

$$Z = R + iX = |Z| e^{i\varphi} \tag{9}$$

есть импеданс (характеристическое сопротивление, антенны. Его действительная часть — сопротивление излучения R — складывается из омических сопротивлений металлических элементов антенны, сопротивления излучения в окружающее волновод внешнее пространство и парциальных сопротивлений излучения бегущих в обе стороны от антенны собственных волн трубы.

Из уравнений (8) и (9) сразу следует, что комплексная амплитуда b имеет вид $b = -|b| e^{-i\varphi}$. Что же касается абсолютной величины этой амплитуды, то она при выбранной нами нормировке собственных волн связана с силой тока в системе очевидным соотношением $|b|^2 = {}^1/_2\tilde{R}|I|^2$, где $\tilde{R}$ — парциальное сопротивление излучения волны p-го типа, бегущей в $+z$-направлении. Таким образом,

$$b = -\sqrt{{}^1/_2\tilde{R}}\,|I|\, e^{-i\varphi}.$$

Подставляя это выражение в уравнение энергетического баланса

$$|A + b|^2 + {}^1/_2(R - \tilde{R})|I|^2 = A^2$$

и решая последнее, найдем

$$|I| = \frac{A\sqrt{8\tilde{R}}\cos\varphi}{R} = \frac{A\sqrt{8\tilde{R}}}{|Z|}, \tag{10}$$

$$b = -\frac{2A\tilde{R}e^{-i\varphi}}{|Z|} = -\frac{2A\tilde{R}}{Z}.$$

Следовательно, коэффициент прохождения (по полю) G и энергетический коэффициент прохождения Q для волны p-го типа равны

$$G = \frac{A + b}{A} = \frac{Z - 2\tilde{R}}{Z}; \quad Q = |G|^2 = \left|\frac{Z - 2\tilde{R}}{Z}\right|^2. \tag{11}$$

Энергия, уносимая какой-либо другой волной трубы (в частности, волной p-го типа, бегущей в $-z$-направлении), или энергия, излученная наружу волновода, вычисляются по формуле $W = {}^1/_2R'|I|^2$, где R' — соответствующее сопротивление излучения. Пользуясь (10), легко найти соответствующий энергетический коэффициент трансформации

$$Q' = \frac{W}{A^2} = \frac{4\tilde{R}R'}{|Z|^2}. \tag{12}$$

Формулы (11), (12) и описывают волновой режим, создаваемый пассивной излучающей системой в бесконечном волноводе.

Аналогичным образом решается задача и о полубесконечном волноводе с отражающим дном, вблизи которого находится пассивная антенна. Получающиеся при этом формулы имеют в точности тот же вид, что и (11), (12), с той только очевидной разницей, что формулы (11) будут давать не коэффициенты прохождения, а коэффициенты отражения.

В работах ([1, 4]) приведено решение задачи о повороте плоскости симметрии волны, производимом резонансной щелью, прорезанной в волноводе кругового поперечного сечения. Если щель не является резонансной (Z комплексно), то симметричная и антисимметричная волны за щелью уже не будут находиться в фазе и, следовательно, в сумме дадут эллиптически-поляризованную волну. Для резонансной же щели эта сумма есть обычная линейно-поляризованная волна, только с несколько повернутой плоскостью симметрии.

Тюменский государственный педагогический институт

Поступило 6 V 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] М. Л. Левин, Изв. АН СССР, сер. физ., **12**, 310 (1948). [2] М. Л. Левин, ЖТФ, **21**, 787 (1951). [3] М. Л. Левин, ДАН, **60**, 787 (1948). [4] М. Л. Левин, ЖТФ, **21**, 772 (1951).