

В. А. ЗВЕРЕВ

МОДУЛЯЦИОННЫЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ ДИСПЕРСИИ УЛЬТРАЗВУКА

(Представлено академиком М. А. Леонтовичем 8 VI 1953)

1. Нами разработан в применении к ультразвуку метод непосредственного измерения величины

$$D = \frac{d^2 k}{d\omega^2} \quad (1)$$

(k — волновое число, ω — частота), являющейся одной из характеристик дисперсии. (В принципе метод может быть применен и к электромагнитным волнам.) В основе нового метода лежит явление, заключающееся в том, что при распространении модулированной волны вида

$$u = B(x, t) \sin[\omega_0 t + \Phi(x, t)] = A_0 \sin(\omega_0 t - k_0 x + \varphi_0) + A_1 \sin(\omega_1 t - k_1 x + \varphi_1) + A_2 \sin(\omega_2 t - k_2 x + \varphi_2), \quad (2)$$

где $\omega_{1,2} = \omega_0 \pm \Omega$; $\Omega \ll \omega_0$; $k_i = \frac{\omega_i}{v(\omega_i)}$ ($i = 0, 1, 2$), в диспергирующей среде функция $B(x, t)$ является периодической функцией x и t .

Такой метод позволяет достичь более высокой чувствительности и точности измерения, чем обычно применяемые, так как он исключает большие относительные ошибки, возникающие при определении разностей значений скорости звука v при различных частотах, получающиеся даже в том случае, когда эти значения измерены с большой относительной точностью.

2. Как известно, в случае распространения модулированной волны в диспергирующей среде характер модуляции изменяется по мере удаления от источника. Однако до сих пор (по крайней мере, в литературе, посвященной измерению дисперсии) не было обращено внимание на то, что в случае модулированной волны вида (2) характер модуляции периодически меняется в пространстве. На основании элементарных преобразований имеем:

$$B^2(x, t) = M_0 + M_1 \cos(\Omega t + \alpha) + M_2 \cos 2(\Omega t + \beta), \quad (3)$$

где

$$M_0 = A_1^2 + A_2^2 + A_0^2, \quad M_1 = 2A_0 \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_0^2 + 2A_1 A_2 \cos 2\theta};$$
$$M_2 = 2A_1 A_2, \quad (4)$$

$$\theta = \theta_0 + \left(k_0 - \frac{k_1 + k_2}{2}\right)x, \quad (5)$$

$$\theta_0 = \varphi_0 - \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}. \quad (6)$$

Ограничиваясь (вследствие малости Ω) в разложениях

$$\begin{aligned} k_1 &= k_0 + \frac{dk}{d\omega} \Omega + \frac{1}{2} \frac{d^2k}{d\omega^2} \Omega^2 + \frac{1}{2 \cdot 3} \frac{d^3k}{d\omega^3} \Omega^3 + \dots, \\ k_2 &= k_0 - \frac{dk}{d\omega} \Omega - \frac{1}{2} \frac{d^2k}{d\omega^2} \Omega^2 - \frac{1}{2 \cdot 3} \frac{d^3k}{d\omega^3} \Omega^3 + \dots \end{aligned} \quad (7)$$

первыми четырьмя членами, можно приближенно представить формулу (5) в виде

$$\theta = \theta_0 - \frac{1}{2} D \Omega^2 x. \quad (8)$$

Величину θ назовем фазовым инвариантом колебания (2). (θ — единственная линейная комбинация фаз спектральных компонент, инвариантная при любой Ω по отношению к изменению начала счета времени).

Из соотношений (4), (8) следует осциллирующий характер изменения спектра функции $B^2(x, t)$, характеризующей амплитудную модуляцию, с ростом x (легко показать, что с ростом x периодически меняется также вид функции $\Phi(x, t)$). Для периода L этой осцилляции из (4), (8) получаем соотношение

$$LD = \frac{4\pi}{\Omega^2}. \quad (9)$$

3. В принципе можно определить D , измерив L . Однако в обычных прозрачных для ультразвука средах дисперсия настолько мала, что L намного превосходит осуществимые размеры установки. В этом случае можно определить значение D , варьируя θ_0 . Пусть θ_{01} , θ_{02} — значения θ_0 , при которых M_1 имеет минимум, соответственно, в точках x_1 , x_2 . Тогда на основании (4), (8) справедливы равенства

$$(n+1) \frac{\pi}{2} = \frac{\Omega^2 D x_1}{2} + \theta_{01}; \quad (n+1) \frac{\pi}{2} = \frac{\Omega^2 D x_2}{2} + \theta_{02} \quad (n = \pm 1, \pm 2, \dots), \quad (10)$$

откуда находим дисперсионный параметр

$$D = 2 \frac{\theta_{02} - \theta_{01}}{\Omega^2 (x_1 - x_2)}. \quad (11)$$

Найти значения θ_{01} , θ_{02} можно на основании наблюдения за изменением M_1 как функции от θ_0 в точках x_1 , x_2 . При этом точность определяется в конечном итоге только уровнем собственных шумов применяемой усилительной аппаратуры. Применяя для измерения M_1 аппаратуру с достаточно узкой полосой пропускания частот, можно достичь (в принципе) сколь угодно высокой чувствительности и точности.

4. Для экспериментальной проверки изложенных выше соображений было проведено по предложению М. А. Исаковича исследование дисперсии продольных акустических волн в тонкой проволоке ($kr \ll 1$, где r — радиус проволоки).

В этом случае теория ⁽¹⁾ приводит к формуле:

$$D = \frac{3}{4} \frac{\sigma^2 r^2 \omega}{v^3}, \quad (12)$$

где σ — коэффициент Пуассона.

Наши эксперименты проводились с никелевой проволокой радиуса 0,4 мм при $\omega = 2\pi \cdot 10^6$ гц; $\Omega = 2\pi \cdot 10^5$ гц. Скорость звука v — по нашим измерениям, имевшим точность 10%, — была $5,3 \cdot 10^5$ см/сек. Выбор материала проволоки обусловлен наличием у него сильного магнито-стрикционного эффекта, который использовался для возбуждения и приема акустических колебаний.

Блок-схема эксперимента изображена на рис. 1. Передающая часть (блоки 1—5) посылает в катушку магнитоакустического преобразователя колебание вида (2). Величина θ_0 регулируется изменением φ_0 с помощью фазовращателя 4. Колебания принимаются катушкой 7, усиливаются и демодулируются первым детектором 9, выход которого подклучен к вертикально-отклоняющим пластинам осциллоскопа O_1 и к входу фильтра 10, настроенного на частоту Ω .

Опыт производился в импульсном режиме. Скважность подбиралась так, что импульсы, проходящие непосредственно и после отражений от концов P и Q , принимались раздельно. Картина на экране осциллоскопа O_1 воспроизведена на рис. 2. Ряд выбросов соответствует значениям $M_0^I, M_0^{II}, M_0^{III}, M_0^{IV}$ величины M_0 в импульсах, поступающих непосредственно (I) или после отражений от концов P и Q (II, III, IV). Каждый последующий импульс проходил путь на 1,6 м больше предыдущего. На рис. 3 воспроизведена картина на экране осциллоскопа O_2 . Здесь ряд выбросов соответствует значениям $M_1^I, M_1^{II}, M_1^{III}, M_1^{IV}$ величины M_1 в соответствующих импульсах. Несмотря на наличие поглощения, вследствие которого $M_0^I > M_0^{II} > M_0^{III} > M_0^{IV}$, из рис. 3

ясно видно, что $M_1^I < M_1^{II} < M_1^{III} > M_1^{IV}$. Это может быть вызвано только ростом θ с номером импульса, т. е. дисперсией.

Результаты количественных измерений представлены на рис. 4, где по оси ординат отложены значения $\Delta\theta$ — разности значений вели-

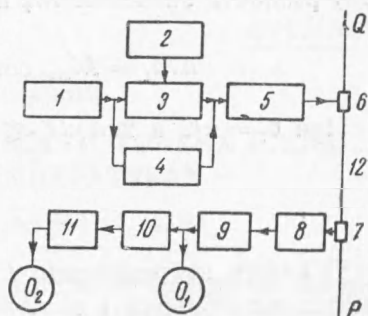


Рис. 1. Блок-схема эксперимента 1 — генератор ω ; 2 — генератор Ω 3 — балансный модулятор; 4 — фазовращатель; 5 — усилитель; 6, 7 — магнитоакустические электроакустические преобразователи; 8 — усилитель; 9 — I детектор; 10 — фильтр Ω ; 11 — II детектор; O_1, O_2 — осциллоскопы; 12 — исследуемая проволока

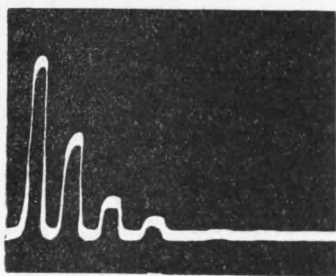


Рис. 2. Картина на осцилло-
скопе O_1

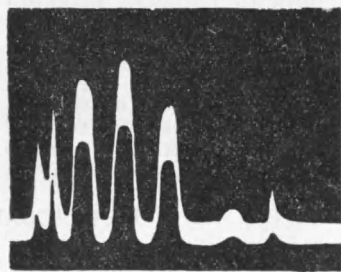


Рис. 3. Картина на осцилло-
скопе O_2

чины θ между импульсами II, III, IV и I, а по оси абсцисс их разности хода. Прямая соответствует значению D , вычисленному на основании (12) при $\sigma = 0,3$ — значения σ для разных материалов лежат в пределах 0,25 — 0,35. Из рис. 4 видно, что экспериментальные точки удовлетворительно ложатся на теоретическую прямую.

5. Относительное изменение v для использованного нами интервала частот $\omega_0 \pm \Omega$ составляет $\Delta v/v \approx 2,4 \cdot 10^{-3}$. Измерение такой дисперсии обычным способом требует определения v с относительной точностью

по крайней мере порядка 10^{-4} . Как следует из (4), при $A_1 = A_2 = mA_0$ что имело место во время опыта) получаем:

$$M_1 = M_{\max} \cos \theta, \quad (13)$$

где $M_{\max} = mA_0^2$.

Если импульсы имеют разность хода Δx , то на основании (8), (9), (13) разность значений M_1 в этих импульсах будет

$$\Delta M_1 = M_{\max}^I \cos \theta_1 - M_{\max}^{II} \cos \left(\theta_1 - \frac{2\pi\Delta x}{L} \right). \quad (14)$$

При $\theta_1 = \pi/2$ и $2\pi\Delta x/L \ll 1$ имеем

$$\frac{\Delta M_1}{M_{\max}^{II}} = \frac{2\pi}{L} \Delta x. \quad (15)$$

В нашем эксперименте $L = 63$ м, так что уже при разности хода импульсов порядка 1 м ΔM_1 составляет 10% от M_{\max}^{II} . Для уверенного обнаружения дисперсии достаточно измерять величину M_1 с относительной точностью порядка 10^{-2} , что не представляет трудности.

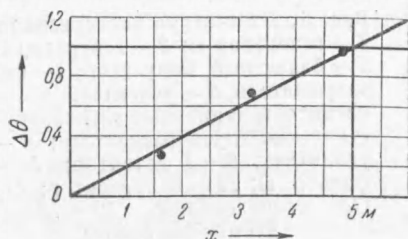


Рис. 4. Результаты эксперимента

некоторых условиях пропорциональна $B^2(x, t)$.

Подчеркнем в заключение два преимущества предлагаемого метода: 1) измерение дисперсии приводится к измерению отношения $\Delta M_1/M_1$, которое может быть произведено с гораздо большей точностью, чем измерение $\Delta v/v$ обычными методами; 2) отношение $\Delta M_1/M_1$ при данной дисперсии гораздо больше (при надлежащих условиях), чем отношение $\Delta v/v$.

Выражаю глубокую благодарность Г. С. Горелику за ценные советы.

Физико-технический институт
при Горьковском государственном
университете

Поступило
15 V 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ А. Ляв, Математическая теория упругости, 1935.