Доклады Академии Наук СССР
1953. Том XCI, № 2

ГИДРОМЕХАНИКА

А. Л. ХЕЙН

УСТАНОВИВШИЙСЯ ПРИТОК ЖИДКОСТИ И ГАЗА К НЕСОВЕРШЕННЫМ СКВАЖИНАМ

(Представлено академиком А. И. Некрасовым 15 V 1953)

Назовем поверхность, по которой скважина дренирует пласт, меридионально-симметричной, если хотя бы одна из плоскостей, проходящих через ось скважины, делит эту поверхность на две симметричные этой плоскости части. К такой группе скважин относятся скважины с открытым забоем, полностью и частично вскрывающие пласт, скважины со шелевидным фильтром, перфорированные скважины.

Пользуясь предложенным Г. А. Гринбергом [1] методом интегрирования уравнений в частных производных, можно показать [2], что при установившемся и линейном притоке жидкости или газа к скважине с произвольным характером гидродинамического несовершенства, но с меридионально-симметричной конструкцией забоя распределение потенциала скорости Φ в однородном цилиндрическом пласте с непроницаемой кровлей и подошвой при равномерном распределении потенциала на границе пласта описывается уравнением:

$$\Phi(r, z, \alpha) = \frac{1}{4}\left(\bar{\eta}^{c}_{0,0} r_c \ln\frac{r}{r_к} + \eta^{к}_{0,0}\right) +$$

$$+ \frac{h}{2\pi}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\bar{\eta}^{c}_{0,m}}{m}\frac{K_0\left(\frac{m\pi}{h}r_к\right)I_0\left(\frac{m\pi}{h}r\right) - I_0\left(\frac{m\pi}{h}r_к\right)K_0\left(\frac{m\pi}{h}r\right)}{I_0'\left(\frac{m\pi}{h}r_c\right)K_0\left(\frac{m\pi}{h}r_к\right) - I_0\left(\frac{m\pi}{h}r_к\right)K_0'\left(\frac{m\pi}{h}r_c\right)}\cos\frac{m\pi}{h}z +$$

$$+ \frac{h}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\bar{\eta}^{c}_{n,0}\frac{K_n\left(\frac{r_к}{h}\right)I_n\left(\frac{r}{h}\right) - I_n\left(\frac{r_к}{h}\right)K_n\left(\frac{r}{h}\right)}{I_n'\left(\frac{r_c}{h}\right)K_n\left(\frac{r_к}{h}\right) - I_n\left(\frac{r_к}{h}\right)K_n'\left(\frac{r_c}{h}\right)}\cos n\alpha +$$

$$+ \frac{h}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\bar{\eta}^{c}_{n,m}\frac{1}{m}\frac{K_n\left(\frac{m\pi}{h}r_к\right)I_n\left(\frac{m\pi}{h}r\right) - I_n\left(\frac{m\pi}{h}r_к\right)K_n\left(\frac{m\pi}{h}r\right)}{I_n'\left(\frac{m\pi}{h}r_c\right)K_n\left(\frac{m\pi}{h}r_к\right) - I_n\left(\frac{m\pi}{h}r_к\right)K_n'\left(\frac{m\pi}{h}r_c\right)}\cos\frac{m\pi}{h}z\cos n\alpha, \qquad (1)$$

$$m = 1, 2, \ldots; \quad n = 1, 2, \ldots,$$

где r, z, α — цилиндрические координаты произвольной точки в пласте при условии, что ось z совмещена с осью скважины (начало координат на подошве пласта), а начальная плоскость отсчета угла α совмещена с плоскостью меридиональной симметрии; r_c — радиус скважины; $r_к$ — радиус пласта; h — мощность пласта; I_n и K_n — цилиндрические функции от чисто мнимого аргумента n-го порядка соответственно первого и второго рода. Входящие в (1) коэффициенты $\bar{\eta}^{c}_{n,m}$ и $\eta^{к}_{n,m}$

выражают так называемые преобразованные граничные условия задачи и определяются следующим образом:

$$\overline{\eta}^{\mathrm{c}}_{n,\,m} = \frac{2}{\pi h}\int\limits_0^h\int\limits_0^{2\pi}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right)_{r=r_{\mathrm{c}}}\cos\frac{m\pi}{h}z\cos n\alpha\,dz\,d\alpha; \qquad (2)$$

$$\eta^{\mathrm{к}}_{n,\,m} = \frac{2}{\pi h}\int\limits_0^h\int\limits_0^{2\pi}\Phi_{r=r_{\mathrm{к}}}\cos\frac{m\pi}{h}z\cos n\alpha\,dz\,d\alpha. \qquad (3)$$

Интегрирование в правой части равенства (2) распространяется лишь на ту часть поверхности скважины $r=r_{\mathrm{c}}$, по которой совершается дренирование пласта, ибо вне ее $(\partial\Phi\,/\,\partial r)_{r=r_{\mathrm{c}}}=0$.

Интегрирование в правой части равенства (3) производится по внешней границе пласта.

Выражение (1) используем для решения задачи о притоке жидкости и газа к скважине с двухрядным щелевым фильтром, составленным из прямоугольных щелей и неполностью вскрывающим пласт. К разряду таких скважин можно отнести и несовершенные по степени вскрытия пласта перфорированные скважины, поскольку приток к перфорационным отверстиям можно рассматривать как приток к равновеликим по площади квадратным щелям.

При нахождении коэффициентов $\overline{\eta}^{\mathrm{c}}_{n,m}$ пользуемся вспомогательной расчетной схемой, принимая, что градиент Ф равномерно распределен вдоль дренирующей пласт поверхности скважины и равен при этом средне-интегральному значению от фактического градиента Ф вдоль поверхности реальной скважины. Вносимое таким допущением искажение фактического распределения градиента Ф вызывает искажение и фактического распределения потенциала Ф. Тогда как в реальной скважине потенциал равномерно распределен вдоль дренирующей пласт поверхности скважины, в принятой нами схеме Ф оказывается неравномерно распределенным вдоль этой поверхности. Но так как средне-интегральное значение Ф вдоль этой поверхности в принятой нами схеме, повидимому, мало отличается от фактического значения потенциала на забое скважины, то мы и будем им пользоваться в качестве «эффективного потенциала».

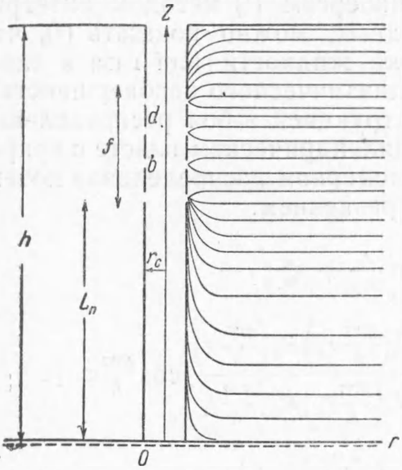

Рис. 1. Условные обозначения: $L_{\mathrm{п}}$ — расстояние от подошвы пласта до интервала вскрытия; f — длина интервала вскрытия; d— расстояние между центрами отверстий; b— высота отверстия (щели); a — ширина отверстия (щели); l — число отверстий в ряду интервала вскрытия

Пусть на границе пласта Ф имеет постоянное значение $\Phi_{\mathrm{к}}$. Учитывая, что интегрирование при нахождении коэффициентов $\overline{\eta}^{\mathrm{c}}_{n,\,m}$ из (2) распространяется только на область щелей, получим следующие выражения для коэффициентов $\overline{\eta}^{\mathrm{c}}_{n,\,m}$ и $\eta^{\mathrm{к}}_{0,\,0}$:

$$\overline{\eta}^{\mathrm{c}}_{n=2k,\,m} = \overline{\left(\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right)}_{r=r_{\mathrm{c}}}\frac{\sin k\frac{a}{r_{\mathrm{c}}}}{\pi^2 mk}\sin\frac{m\pi}{h}\frac{b}{2}\cos\frac{m\pi}{h}\left[L_{\mathrm{п}}+\frac{b}{2}+(l-1)\frac{d}{2}\right]\frac{\sin\frac{m\pi}{h}l\frac{d}{2}}{\sin\frac{m\pi}{h}\frac{d}{2}}; \qquad (4)$$

$$\overline{\gamma}^{\text{c}}_{l_{0,m}} = \overline{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial r}\right)}_{r=r_{\text{c}}} \frac{8a}{\pi^2 r_{\text{c}} m} \cos\frac{m\pi}{h}\left[L_{\text{п}} + \frac{b}{2} + (l-1)\frac{d}{2}\right] \sin\frac{m\pi}{h}\frac{b}{2} \frac{\sin\frac{\pi m}{h} l \frac{d}{2}}{\sin\frac{m\pi}{h}\frac{d}{2}}; \tag{5}$$

$$\overline{\gamma}^{\text{c}}_{l_{n=2k,\,0}} = \overline{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial r}\right)}_{r=r_{\text{c}}} \frac{4}{\pi h} lb \frac{\sin k\frac{a}{r_{\text{c}}}}{k}; \tag{6}$$

$$\overline{\gamma}^{\text{c}}_{l_{0,\,0}} = \overline{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial r}\right)}_{r=r_{c}} \frac{4lab}{\pi h r_{c}}; \tag{7}$$

$$\gamma^{\text{к}}_{l_{0,\,0}} = 4\Phi_{\text{к}}; \tag{8}$$

$$m = 1, 2, \ldots; \quad k = 1, 2, \ldots,$$

где b — высота щели; a — ширина щели; d — расстояние между центрами соседних щелей в ряду; $L_{\text{п}}$ — расстояние от подошвы пласта до нижнего края нижней щели; l — число щелей в ряду; $\overline{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial r}\right)}_{r=r_{\text{c}}}$ — среднеинтегральное значение градиента Φ в области щелей.

На рис. 1 приводится расчетная схема притока.

Подставляя выражения для коэффициентов $\overline{\gamma}^{\text{c}}_{l_{n,\,m}}$ и $\gamma^{\text{к}}_{l_{0,0}}$ из (4), (5) (6), (7), (8) в (1), получим приближенное уравнение для распределения функции Φ в пласте, дренируемом скважиной со щелевидным фильтром.

Полагая в полученном уравнении $r = r_{\text{c}}$ и находя затем среднеинтегральное значение Φ на забое скважины, учитывая, что для случая изотермической фильтрации идеального газа

$$\Phi = \frac{1}{2}\frac{\rho_0}{p_0} p^2, \tag{9}$$

где ρ_0 — плотность газа при давлении p_0, получим при условии, что $r_{\text{к}} \gg h$,

$$p_{\text{к}}^2 - \overline{p}_{\text{c}}^2 = \frac{\mu p_0}{\pi k h} Q_0 \left\{ \ln\frac{r_{\text{к}}}{r_{\text{c}}} + \frac{8h^3 \xi_1}{\pi^3 l^2 b^2 r_{\text{c}}} + \right.$$

$$\left. + \left[-\ln 2 - 2\frac{r_{\text{c}}^2}{a^2} Li\left(\frac{a}{r_{\text{c}}}\right) + 2\frac{r_{\text{c}}}{a} L\left(\frac{\pi}{2}\right)\right]\left[1 + \frac{8h^2\xi_2}{\pi^2 l^2 b^2}\right]\right\}, \tag{10}$$

где $p_{\text{к}}$ — давление на границе пласта; p_{c} — давление на забое скважины; μ — вязкость газа; k — проницаемость;

$$\xi_1 = \sum_{m=1}^{\infty} \cos^2\frac{m\pi}{h}\left[L_{\text{п}} + \frac{b}{2} + (l-1)\frac{d}{2}\right] \sin^2\frac{m\pi}{h}\frac{b}{2} \frac{\sin^2\frac{m\pi}{h} l \frac{d}{2}\, K_0\left(\frac{m\pi}{h} r_{\text{c}}\right)}{\sin^2\frac{m\pi}{h}\frac{d}{2}\, K_1\left(\frac{m\pi}{h} r_{\text{c}}\right)} \frac{1}{m^3}; \tag{11}$$

$$\xi_2 = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} \cos\frac{m\pi}{h}\left[L_{\text{п}} + \frac{b}{2} + (l-1)\frac{d}{2}\right] \sin^2\frac{m\pi}{h}\frac{b}{2} \frac{\sin^2\frac{m\pi}{h} l \frac{d}{2}}{\sin^2\frac{m\pi}{h}\frac{d}{2}}; \tag{12}$$

$$Li\left(\frac{a}{r_{\text{c}}}\right) = \int_0^{a/r_{\text{c}}} L\left(\frac{\pi}{2} - y\right) dy,$$

где $L(x)$ — функция Лобачевского. Функция $Li(x)$ нами протабулирована.

Сумма в фигурных скобках правой части формулы (10) дает величину безразмерного фильтрационного сопротивления системы пласт —

скважина. Выражаемую первым членом суммы величину безразмерного фильтрационного сопротивления пласта, дренируемого скважиной с открытым забоем, обозначим S. Остальная часть суммы выражает вызываемое гидродинамическим несовершенством скважины дополнительное фильтрационное сопротивление системы пласт — скважина, которое обозначим ζ.

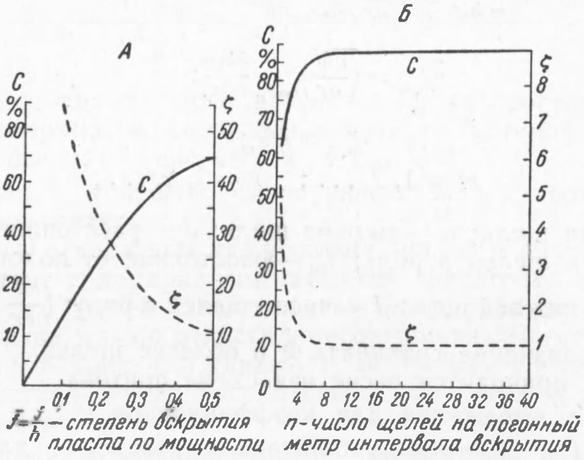

Рис. 2. График зависимости коэффициента C и ζ от степени вскрытия пласта по мощности при $n=4$ и $h=30$ м (A) и от числа щелей на погонный метр интервала вскрытия ($Б$) при $\bar{f}=0{,}9$

Влияние гидродинамического несовершенства скважины на ее продуктивность характеризуется коэффициентом понижения продуктивности, который измеряется отношением продуктивности несовершенной скважины к продуктивности той же скважины при условии ее полного гидродинамического совершенства. Обозначим этот коэффициент C. Легко видеть, что

$$C = \frac{S}{S+\zeta}\cdot 100.$$

На рис. 2 приведены построенные на основе формулы (9) графики зависимости ζ и C от степени вскрытия пласта и плотности отверстий n для несовершенной по степени вскрытия пласта перфорированной скважиной.

Как видно из графиков, степень вскрытия пласта $\bar{f}$ и плотность перфорационных отверстий n имеют оптимальные значения, переступать которые практически нецелесообразно.

Всесоюзный научно-исследовательский
институт природных газов

Поступило
24 III 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Г. А. Гринберг, Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений, изд. АН СССР, 1946. [2] А. Л. Хейн, Сборн. Вопросы рациональной разработки газовых месторождений, Тр. ВНИИГАЗа, 1953.