Доклады Академии Наук СССР

1953. Том XC, № 4

ФИЗИКА

И. М. ЛИФШИЦ и М. И. КАГАНОВ

КИНЕТИКА РАЗРУШЕНИЯ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ ПОЛЕМ ВЫСОКОЙ ЧАСТОТЫ

(Представлено академиком Л. Д. Ландау 19 III 1953)

В работе [1] изучена кинетика разрушения сверхпроводимости переменным полем, частота которого $\omega \leqslant 10^6$ сек$^{-1}$. Как было указано, при бо́льших частотах необходимо рассмотрение с помощью кинетического уравнения. Это связано с тем, что при $\omega \geqslant 10^6$ сек$^{-1}$ скиновая глубина проникновения $\delta_{\text{ск}}$ становится меньше длины свободного пробега l электронов в металле [2]. Именно этот случай является предметом настоящей заметки.

Граница между фазами попрежнему считается геометрической поверхностью, что законно вплоть до $\omega \sim 10^{10}$ сек$^{-1}$ [1].

Мы будем исходить из уравнений Максвелла, справедливых в слое нормального металла ($0 < z < \zeta(t)$) и граничных условий, обсужденных в [1]:

$$\frac{\partial H}{\partial z} = -\frac{4\pi}{c} J; \quad \frac{\partial E}{\partial z} = -\frac{1}{c}\frac{\partial H}{\partial t};$$

$$H|_{z=0} = H_0(\omega t); \quad E|_{z=\zeta(t)} = H_{\text{к}} \frac{\zeta'(t)}{c}; \tag{1}$$

$$\frac{d\zeta}{dt} = \frac{H(\zeta) - H_{\text{к}}}{H_{\text{к}}} v_0.$$

Ранее [1] эти уравнения дополнялись законом Ома, который теперь не имеет места. Новая связь между полем и током будет рассмотрена ниже.

Вводя безразмерные переменные и функции

$$x = \frac{z}{l}; \quad \tau = \omega t; \quad u = \frac{H - H_{\text{к}}}{H_{\text{к}}}; \quad v = \frac{c}{\omega l}\frac{E}{H_{\text{к}}};$$

$$j = \frac{4\pi l}{c}\frac{J}{H_{\text{к}}}; \quad \xi(\tau) = \frac{\zeta(t)}{l} \tag{2}$$

и исключая из (1) магнитное поле, получим:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{\partial j}{\partial \tau}; \quad \frac{\partial v}{\partial x}\Big|_{x=0} = -\frac{du_0}{d\tau}; \quad v|_{x=\xi(\tau)} = \xi'(\tau). \tag{3}$$

Последнее граничное условие удобно записать в интегральной форме, проинтегрировав уравнение (1), содержащее ток:

$$u_0(\tau) - \alpha\xi' = \int_0^{\xi(\tau)} j(x, \tau)\, dx; \tag{4}$$

$\alpha = \omega l / v_0$ — безразмерный параметр, характеризующий явления на границе фаз.

Таким образом, если к (3) добавить уравнение, связывающее поле v и плотность тока j, то поле будет определено полностью. Уравнение (4) при этом описывает движение границы, задавая функцию $\xi = \xi(\tau)$.

В случае малого превышения поля над его критическим значением ($u_0 \ll 1$) легко убедиться, что $v \cong \xi'(\tau)$, т. е. поле практически однородно в нормальном слое.

Следовательно, наша задача свелась к отысканию тока проводимости в пленке переменной толщины $\xi(\tau)$, созданного электрическим полем $\xi'(\tau)$.

Пусть $f(z, \mathbf{w}, t)$ — функция распределения электронов в металле ($\mathbf{w}$ — скорость электрона). Тогда ([2])

$$J = -2e\left(\frac{m}{h}\right)^3 \int w_x f(z, \mathbf{w}, t)\, d\mathbf{w}. \tag{5}$$

f удовлетворяет кинетическому уравнению

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (\mathbf{w}\nabla_r) f - \frac{e}{m}\left(\mathbf{E} + \frac{1}{c}[\mathbf{w}, \mathbf{H}]\right)\nabla_{\mathbf{w}} f = -\frac{f - f_0}{\tau_1}. \tag{6}$$

Здесь f_0 — функция распределения Ферми, нормированная следующим образом:

$$\int_0^\infty g(w)\frac{\partial f_0}{\partial w}\, dw = -g(\overline{w}).$$

τ_1 связано с длиной свободного пробега электронов: $\tau_1 = l / \overline{w}$; $\overline{w}$ — средняя скорость электронов (при гелиевых температурах $l \sim 10^{-3}$, $\overline{w} \sim 10^8$ см / сек, $\tau_1 \sim 10^{-11}$ сек.). Линеаризуя уравнение (6), получим уравнение для отклонения функции распределения от равновесной ($f_1 = f - f_0$):

$$\frac{\partial f_1}{\partial z} + \frac{1}{\tau_1 w_z} f_1 = \frac{e}{m w_z}\frac{\partial f_0}{\partial w_x} E. \tag{7}$$

Кроме квадратичных членов, мы опустили: во-первых, слагаемое, содержащее производную по времени, а во-вторых, — постоянное магнитное поле. Первое справедливо при $\omega \lesssim 10^{10}$ сек$^{-1}$, а второе для «мягких» сверхпроводников, у которых $H_к \sim 10^2$ эрст.

Уравнение (7) дополняется граничными условиями ([2, 3])

$$\begin{aligned} f_1(w_z, 0) &= p_1 f_1(-w_z, 0), \quad w_z > 0; \\ f_1(-w_z, \zeta) &= p_2 f_1(w_z, \zeta), \quad w_z > 0; \end{aligned} \tag{8}$$

p_1 в общем случае не равно p_2, так как нет оснований ожидать, что на границе металл — вакуум и на границе фаз условия тождественны.

Опуская несколько громоздкие вычисления, напишем сразу уравнение движения границы:

$$\varkappa \xi' \xi \chi(\xi; p_1 p_2) = u_0(\tau) - \alpha\xi'. \tag{9}$$

Здесь $\varkappa = \frac{4\pi\sigma\omega l^2}{c^2}$; $\sigma = \frac{ne^2 l}{m\overline{w}}$; $n = \frac{8\pi}{3}\left(\frac{m\overline{w}}{h}\right)^3$; $\chi(\xi;\ p_1,\ p_2)$ — сложная функция своих аргументов. При $p_1 = p_2$, $\chi(\xi, p) \equiv \chi(\xi; p, p)$ совпадает с выражением для отношения эффективной проводимости пленки толщины ξ к проводимости массивного металла ([3]).

Асимптотические выражения для $\chi(\xi, p_1, p_2)$ следующие:

$$\chi \approx \begin{cases} 1 & (\text{при } p_1 = p_2 = 1); \\ 1 & (\text{при } \xi \gg 1); \\ q\xi \ln \frac{1}{\xi} & \left(\text{при } \xi \ll 1\right); \quad q = \frac{3}{4}\frac{1+p_1+p_2+p_1p_2}{1-p_1p_2}. \end{cases} \tag{10}$$

Из (9) и (10) следует: при зеркальном отражении на обеих сторонах нормальной прослойки ($p_1 = p_2 = 1$) мы имеем прежнее уравнение движения границы ([1]).

Если $p_1 \neq 1$; $p_2 \neq 1$, то при $\xi \ll 1$, т. е. при больших частотах, уравнение движения значительно усложняется:

$$\alpha\xi + \frac{\varkappa q}{3}\xi^3 \ln\frac{1}{\xi} = \int\limits_0^\tau u_0(\tau)\, d\tau. \tag{11}$$

Полученное выражение показывает, что характер движения границы определяется величиной $\frac{v_0}{\omega l}\left(\frac{v_0}{v_1}\right)^{1/2}\int\limits_0^\tau u_0(\tau)\,d\tau$; $v_1 = \frac{c^2}{4\pi\sigma l}$. При не слишком малых надкритичностях и не слишком больших частотах $\left(\text{при } v_0 \sim 10^8 \frac{\text{см}}{\text{сек}},\ \frac{v_0}{l}\left(\frac{v_0}{v_1}\right)^{1/2} \sim 10^{13}\ \text{сек}^{-1}\right)$ основную роль в уравнении (11) играет второй член, и мы имеем:

$$\zeta = \frac{A}{\left(\omega \ln \frac{\omega}{\omega_1}\right)^{1/3}}.$$

Здесь

$$\frac{A}{l} = 2\left\{2q\frac{v_1}{l}\int\limits_0^\tau u_0(\tau)\,d\tau\right\}^{1/3}; \quad \omega_1 = 16q\frac{v_1}{l}\int\limits_0^\tau u_0(\tau)\,d\tau.$$

Учет рассмотренного в ([1]) эффекта запаздывания образования границы приводит к изменению частотной зависимости:

$$\zeta \sim \frac{1}{\omega^{4/3}\ln^{1/3}\frac{\omega}{\omega_1}}.$$

Полученные выражения для $\zeta = \zeta(\tau)$ позволяют построить зависимости экспериментально наблюдаемых величин (количество генерируемого тепла, электродвижущей силы и пр.) от основных параметров задачи во всей области частот.

Поступило
5 I 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] И. М. Лифшиц, ДАН, **90**, № 3 (1952). [2] G. E. Reuter, E. H. Sondheimer, Proc. Roy. Soc., **195**, 336 (1948). [3] K. Fuchs, Proc. Cambr. Phil. Soc., **34**, 100 (1948).