Доклады Академии Наук СССР
1953. Том XC, № 3

ФИЗИКА

И. М. ЛИФШИЦ

КИНЕТИКА РАЗРУШЕНИЯ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ ПЕРЕМЕННЫМ ПОЛЕМ ($\omega \leqslant 10^6$ сек$^{-1}$)

(Представлено академиком Л. Д. Ландау 19 III 1953)

1. Исследования сверхпроводников в высокочастотных полях можно разделить на две группы. Во-первых, опыты с полями малой амплитуды, которые выясняют частотный и температурный ход диэлектрической постоянной ε и нормальной проводимости σ; в этой области существенно новых результатов можно добиться только работая с частотами, бо́льшими 10^{10} сек$^{-1}$ [1-4]. Эксперименты второй группы используют поля больше критического и посвящены исследованию кинетики сверхпроводящего перехода [5,6]. Здесь интерес представляют результаты во всех областях спектра.

В работе [7] был изучен вопрос о разрушении сверхпроводимости в постоянном или медленно меняющемся магнитном поле. В настоящем сообщении рассматривается вопрос о разрушении сверхпроводимости полем высокой частоты.

Магнитное поле, приложенное к образцу, направлено вдоль поверхности последнего. Для простоты предполагается, что сверхпроводник занимает полупространство, ограниченное плоскостью $z = 0$ (ось z направлена в глубь сверхпроводника). Это заведомо допустимо, начиная с частот, бо́льших $\omega_R = \frac{c^2}{4\pi\sigma R^2} \sim \frac{1}{R^2(\text{см})}$ (сек$^{-1}$) (R — радиус цилиндрического образца).

Если среднее значение приложенного поля меньше критического значения $H_к$, а амплитуда больше $H_к$, то в некоторые части периода сверхпроводящее состояние будет разрушаться. Мы будем, как и прежде [7], полагать, что максимальная глубина слоя разрушения сверхпроводимости велика по сравнению с глубиной проникновения поля в сверхпроводник δ_0, и считать поэтому границу между нормальной и сверхпроводящей фазами геометрической поверхностью. Это законно вплоть до частот $\sim 10^{10}$ сек$^{-1}$.

В настоящей работе мы ограничиваемся частотами $\omega \leqslant 10^6$ сек$^{-1}$, что дает возможность использовать в прослойке нормальной фазы обычное соотношение между электрическим полем и током:

$$j = \sigma E. \tag{1}$$

В области частот $10^6 < \omega \ll 10^{10}$ необходимо рассмотрение с помощью кинетического уравнения [8].

В нормальном слое $(0 < z < \zeta)$ удовлетворяются уравнения Максвелла

$$\frac{\partial H}{\partial z} = -\frac{4\pi\sigma}{c} E, \quad \frac{\partial E}{\partial z} = -\frac{1}{c}\frac{qH}{dt}, \tag{2}$$

которые дополняются граничными условиями [7]

$$H\big|_{z=0}=H_0(\omega t),\qquad E\big|_{z=\zeta(t)}=H\big|_{z=\zeta(t)}\frac{\zeta'(t)}{c}, \tag{3}$$

$$H\big|_{z=\zeta(t)}=H_{\text{к}}. \tag{4}$$

Последнее требование справедливо, если считать, что восстановление сверхпроводимости возможно только путем возвратного движения границы. Оно соответствует максимально допустимой с точки зрения электродинамики скорости границы (безинерционное движение). Учет релаксационных явлений возможен заменой условия (4) его обобщением

$$\frac{d\zeta}{dt}=\frac{H(\zeta)-H_{\text{к}}}{H_{\text{к}}}v_0. \tag{5}$$

Здесь v_0 — некоторый характерный параметр размерности скорости. При $v_0\to\infty$ условие (5) переходит в (4).

В той части периода, в которой $H<H_{\text{к}}$, восстановление сверхпроводимости принципиально могло бы реализоваться путем возникновения новых зародышей в толще нормального слоя. Такой механизм, однако, требует конечного времени и в области достаточно малых надкритичностей или достаточно больших частот не имеет места.

$H_{\text{к}}$, входящее в граничное условие (4) (или (5)), — функция температуры в точке $z=\zeta(t)$ и должна была бы быть определена в каждый момент решением соответствующих тепловых уравнений. Однако, благодаря малости отношения $c/\sqrt{2\pi\sigma D}$ (D — коэффициент температуропроводности), изменение температуры в течение одного периода столь незначительно, что температуру, а с нею и $H_{\text{к}}$ можно считать постоянными и разделить электродинамическую и тепловую задачи (сначала изучить осцилляцию границы при данной температуре, а затем, найдя необратимый тепловой эффект этого движения, исследовать с помощью уравнения теплового баланса изменение температуры со временем).

2. Вводя безразмерные координаты

$$\tau=\omega t,\qquad x=\sqrt{\frac{4\pi\sigma\omega}{c^2}}\,z,\qquad \xi=\sqrt{\frac{4\pi\sigma\omega}{c^2}}\,\zeta \tag{6}$$

и относительное превышение критического поля

$$u=\frac{H-H_{\text{к}}}{H_{\text{к}}}, \tag{7}$$

перепишем сформулированную выше задачу

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\frac{\partial u}{\partial\tau},\qquad u\big|_{x=0}=u_0(\tau),\qquad \frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{x=\xi}=-\xi',\qquad u\big|_{x=\xi}=0. \tag{8}$$

Так как полученные уравнения, а следовательно, и $\xi(\tau)$ не содержат частоты ω, то зависимость глубины слоя разрушения от частоты, очевидно, определяется соотношением [6]:

$$\zeta\sim\frac{1}{\sqrt{\omega}}.$$

Приведенная глубина разрушения зависит от величины и формы импульсов приложенного поля (см. [8]).

3. В случае малого превышения критического поля ($u_0\ll 1$) можно воспользоваться методом последовательных приближений. Выберем в качестве новых независимых переменных x, ξ. Тогда из (8) имеем

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{x=\xi}\frac{\partial u}{\partial\xi}=0,\quad u\big|_{x=0}=u_0(\xi),\qquad u\big|_{x=\xi}=0; \tag{9}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{x=\xi}=-\xi'(\tau). \tag{10}$$

Таким образом, полученные уравнения и граничные условия расщепились: уравнения и граничные условия (9) определяют распределение поля $u(x,\xi)$ через неизвестную функцию $u_0(\xi)$, а условие (10) — искомую зависимость $\xi(\tau)$.

Раскладывая решение по степеням $u_{0\,\max} = \varepsilon$ $(u_0(\tau) = \varepsilon\psi(\tau))$,

$$u(x,\xi) = \varepsilon\varphi_1 + \varepsilon^2\varphi_2 + \ldots,$$

получим из (9):

$$\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial x^2} = 0, \quad \varphi_1\big|_{x=0} = \psi, \quad \varphi_1\big|_{x=\xi} = 0,$$

$$\frac{\partial^2\varphi_2}{\partial x^2} = -\frac{\partial\varphi_1}{\partial x}\Big|_{x=\xi}\frac{\partial\varphi_1}{\partial\xi}, \quad \varphi_2\big|_{x=0} = 0, \quad \varphi_2\big|_{x=\xi} = 0$$

. . . .

Отсюда с точностью до членов первого порядка по ε имеем

$$u(x,\xi) = u_0\left(1 - \frac{x}{\xi}\right), \quad \xi = \sqrt{2\int_2^\tau u_0(\tau)\,d\tau}. \tag{11}$$

Максимальная глубина проникновения ξ_m отсюда равна $\sqrt{2\int_0^{\tau_m} u_0(\tau)\,d\tau}$, где τ_m — первый отличный от нуля корень уравнения $u_0(\tau) = 0$.

Для того чтобы рассмотреть зависимость ξ_m от величины ε при $\varepsilon \gg 1$, мы ограничимся случаем прямоугольного импульса ($u_0 = \mathrm{const}$ при $\tau < \varphi$), для которого существует точное решение задачи о поступательном движении границы [7]: $\xi_m = 2k\sqrt{\varphi}$, где k определяется из уравнения $2ke^{k^2}\int_0^k e^{-z^2}dz = u_0$; при $u_0 \ll 1$ $k \approx \sqrt{u_0/2}$; при $u_0 \gg 1$ $k \approx \sqrt{\ln u_0}$.

4. Учет релаксационных эффектов на границе фаз, как уже говорилось, приводит к замене граничного условия (4) условием (5), которое после введения безразмерных величин запишется следующим образом:

$$u\big|_{x=\xi} = \lambda\xi', \quad \lambda = \frac{c\sqrt{\omega}}{\sqrt{4\pi\sigma}}\frac{1}{v_0}. \tag{12}$$

Остальные уравнения и граничные условия при $u_0 \ll 1$ остаются прежними. Используя прежний метод, получим уравнение движения границы:

$$\xi(\tau) = \sqrt{\lambda^2 + 2\int_0^\tau u_0(\tau)\,d\tau} - \lambda. \tag{13}$$

При малых λ $\left(\lambda \ll \sqrt{2\int_0^{\tau_m} u_0(\tau)\,d\tau}\right)$ релаксационный эффект практически отсутствует. При больших λ, т. е. при малых v_0, он существенно изменяет частотную зависимость глубины разрушения:

$$\xi = \frac{\int_0^\tau u_0(\tau)\,d\tau}{\lambda} = \sqrt{\frac{4\pi\sigma}{\omega}}\frac{v_0}{c}\int_0^\tau u_0(\tau)\,d\tau,$$

или, переходя к размерным величинам:

$$\zeta_{max} \sim \frac{1}{\sqrt{\omega}} \quad (\lambda \ll 1); \qquad \zeta_{max} \sim \frac{1}{\omega} \quad (\lambda \gg 1). \tag{14}$$

5. При кратковременных импульсах может оказаться существенным другой релаксационный процесс — запаздывание образования зародыша нормальной фазы в поле выше критического. Это приведет к тому, что движение границы начнется через время t_0 после того, как внешнее поле достигнет критического значения. Для малых надкритичностей $\xi^2 = 2\int\limits_{\tau_0}^{\tau} u_0(\tau)\,d\tau, \quad \tau_0 = \omega t_0.$

Для того чтобы учесть средний эффект, вызываемый запаздыванием, следует вычислить вероятность $p(\tau_0)$ того, что поверхностный слой нормальной фазы образуется впервые к моменту τ_0. Можно показать, что $p(\tau_0)\,d\tau_0 = \exp\left[\int\limits_0^{\tau_0} w\,d\tau\right] w\,d\tau_0$, где w — плотность вероятности образования зародыша нормальной фазы, $w(\tau) = w[u_0(\tau)]$. Для прямоугольного импульса ($u_0 = \text{const}$ при $\tau < \varphi$) $w = 1/\omega\bar{t}$, где $\bar{t} \equiv \bar{t}(u_0)$ — среднее время образования зародыша. Таким образом,

$$p(\tau_0) = \frac{e^{-\tau_0/\omega\bar{t}}}{\omega\bar{t}}. \tag{15}$$

Усреднение выражения для глубины разрушения показывает, что и в этом случае при $\omega\bar{t} \gg 1$ существенно изменяется частотная зависимость ($\zeta_{max} \sim 1/\omega$). Комбинация двух релаксационных эффектов ($\lambda \gg 1$, $\omega\bar{t} \gg 1$) приводит к дополнительному изменению частотной зависимости ($\zeta_{max} \sim 1/\omega^2$).

С помощью полученных выражений для ξ и $u(x, t)$ можно построить выражения для величин, непосредственно измеряемых в эксперименте (электродвижущая сила, количество генерируемого тепла и пр.). При этом, однако, надо помнить, что $\overline{F(\xi)} \neq F(\bar{\xi})$ (черта означает усреднение по τ_0).

Пользуюсь случаем выразить благодарность А. А. Галкину и Б. Г. Лазареву за ценные дискуссии при обсуждении результатов работы.

Поступило
5 I 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] А. А. Галкин, Б. Г. Лазарев, ЖЭТФ, **18**, 1145 (1948). [2] А. А. Галкин, Докл. АН УССР, № 6, 19 (1951). [3] А. А. Галкин, П. А. Безуглый, Докл. АН УССР, № 6, 414 (1951). [4] М. С. Хайкин, ДАН, **86**, 517 (1952). [5] А. А. Галкин, Б. Г. Лазарев, П. А. Безуглый, ЖЭТФ, **20**, 987 (1950). [6] T. E. Faber, Nature, **164**, 277 (1949). [7] И. М. Лифшиц, ЖЭТФ, **20**, 834 (1950). [8] G. E. Reuter, E. H. Sondheimer, Proc. Roy. Soc., **195**, 336 (1948).