

Н. С. ШИШКИН

О РАЗМЕРЕ КАПЕЛЬ ДОЖДЯ

(Представлено академиком В. В. Шулейкиным 16 III 1953)

Как известно, капли дождя могут очень сильно отличаться по размерам. В морозящем дожде капли имеют радиус 100—200 μ , в умеренном дожде радиус капель достигает 500—700 μ , в сильном ливневом дожде встречаются капли радиусом в 1000 μ и более. Особенно велик размер капель в грозовых дождях. Капли радиусом более 1000 μ , повидимому, встречаются во всех грозовых дождях, в отдельных грозовых ливнях могут встречаться капли с радиусом до 2000—3000 μ .

Столь большую разницу в размерах дождевых капель естественно связывать с различием восходящих потоков, развивающихся в облаках. Роль восходящих потоков подчеркивалась рядом ученых. Так, А. И. Воейков писал о причинах осадков: «Главная причина — восхождение воздуха. Особенно важно значение восхождения для обильных осадков, дающих много воды в короткое время» (1).

Основы количественной теории летних осадков изложены нами в ряде работ (3-5). Здесь мы остановимся только на одном вопросе: о связи между размерами капель дождя и скоростью восходящих потоков в облаках капельного строения.

Мы произвели детальный расчет роста капель в облаках с равномерным восходящим потоком, считая, что рост капель происходит за счет конденсации и гравитационной коагуляции. Скорость роста радиуса капли при одновременном действии обоих механизмов можно представить в виде суммы:

$$\frac{dr}{dt} = \left(\frac{dr}{dt}\right)_{\text{конд}} + \left(\frac{dr}{dt}\right)_{\text{коаг}} \quad (1)$$

Конденсационная скорость роста равна

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)_{\text{конд}} = \frac{(\varepsilon - \varepsilon_0) D}{r} c, \quad (2)$$

где $\varepsilon = \frac{q_v - q_0}{\rho}$ — абсолютное пересыщение в безразмерных единицах для крупной капли; q_v — плотность водяного пара в окружающем пространстве; q_0 — плотность насыщающего водяного пара под плоской водяной поверхностью; D — коэффициент диффузии водяного пара в воздухе; величина $\varepsilon_0 = \frac{q_0}{\rho} \left[\frac{\alpha}{r} + \frac{\alpha^2}{2r^2} + \left(\frac{\alpha^3}{6} - \beta^3 \right) \frac{1}{r^3} + \dots \right]$ учитывает зависимость упругости насыщающего водяного пара над поверхностью капли от ее радиуса и концентрации примесей; $\alpha = 2\sigma/\rho R_w T$ — величина, входящая в формулу Томсона; $\beta^3 = \frac{3m}{4\pi\rho} \frac{\mu_v}{\mu_n}$ — величина, входящая в формулу Рауля для сферической капли слабого раствора; σ — поверхностное натяжение; R_w — газовая постоянная для водяного пара;

T — абсолютная температура; m — масса примеси в капле, ρ — плотность воды; μ_v и μ_n — молекулярные веса воды и примеси.

Для крупных капель $\epsilon_0 \approx 0$, и формула (2) преобразуется в известную формулу

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)_{\text{конд}} = \frac{\epsilon D}{r}. \quad (2')$$

Величина пересыщения ϵ определялась нами из экспериментальных данных для роста капель с высотой в конвективных облаках. Она оказалась порядка $10^{-9} - 10^{-10}$, в зависимости от скорости восходящего потока (3).

Коагуляционная скорость роста капли в полидисперсном облаке равна:

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)_{\text{коаг}} = \int ES n \Delta v \Delta r dr, \quad (3)$$

где E — коэффициент коагуляции; $S = \pi(r + r_1)^2$ — эффективное сечение столкновения капель радиусов r и r_1 ; Δv — разность скоростей падения этих капель; Δr — увеличение радиуса r крупной капли при ее слиянии с каплей радиуса r .

Функцию распределения капель по размерам мы принимали в форме Смолуховского

$$n_1 = \frac{25q_w}{4\pi r_m^3} r_1^2 e^{-\frac{5}{3} \frac{r_1^3}{r_m^3}}, \quad (4)$$

где q_w — водность облака; r_m — радиус капель, дающих наибольший вклад в водность.

Пределы интегрирования в (3) определяются неравенством

$$\frac{r}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \sqrt{1 - \frac{r_0^3}{r^3}}} \leq r_1 \leq \frac{r}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \sqrt{1 - \frac{r_0^3}{r^3}}}, \quad (5)$$

где r_0 — минимальный радиус капель, участвующих в гравитационной коагуляции с более мелкими каплями.

Величина r_0 оказывается равной $r_0 \approx 15 \mu$. Пока в облаке не появились капли такого размера, гравитационная коагуляция отсутствует, и капли растут в облаке в основном за счет конденсации.

В облаке с равномерным восходящим потоком изменение высоты растущей капли над основанием облака определяется дифференциальным уравнением

$$\frac{dz}{dt} = u - \frac{2}{9} \frac{\rho g}{\eta} r^2, \quad (6)$$

где u — скорость восходящего потока; g — ускорение силы тяжести; η — вязкость воздуха.

Формула (6) справедлива для капель, падающих со стоксовой скоростью. Для более крупных капель второй член справа нужно делить на величину $\frac{C_D \text{Re}}{24}$, где C_D — коэффициент сопротивления, Re — число Рейнольдса.

Переходя в (6) к дифференцированию по r и пользуясь формулами (1), (2), (3), мы получаем после интегрирования зависимость $z(r)$.

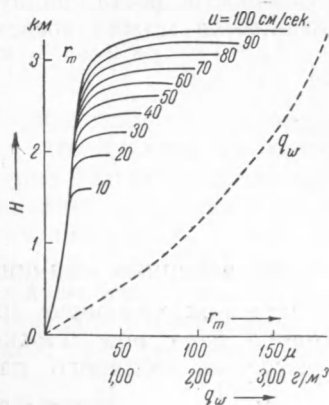


Рис. 1. Водность и радиус капель, дающих наибольший вклад в водность, для облака с температурой основания $+6^\circ$

Интегрирование выполнялось численно при постоянных значениях u , q_w и r_m , а затем строились кривые роста капель с высотой для облаков с разными скоростями восходящих потоков при учете изменения с высотой водности облака q_w и спектра облачных капель, характеризуемого величиной r_m (³, ⁵). Температура на уровне основания облака предполагалась равной $+6^\circ$. Графики изменения с высотой r_m (при скоростях восходящего потока от 10 до 100 см/сек) и водности даны на рис. 1.

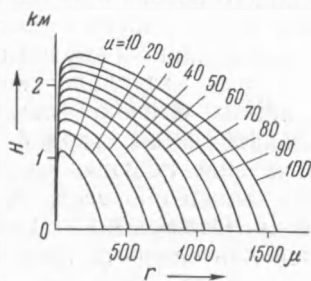


Рис. 2. Рост первых капель дождя в облаке с равномерным восходящим потоком

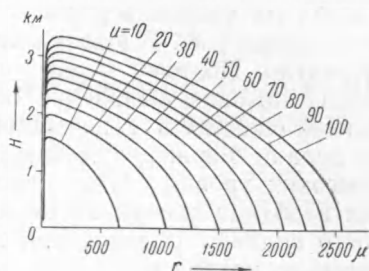


Рис. 3. Рост капель дождя максимальной интенсивности в облаке с равномерным восходящим потоком

По данным В. А. Зайцева (²), в начальный период существования облака максимальный радиус капель на высоте 100 м от основания облака равен 10 μ , а среднее значение r_m составляет 5,5 μ .

Наиболее крупные облачные капли при развитии облака с равномерным восходящим потоком дадут первые дождевые капли, а капли, имевшие близ основания облака радиус r_m , выпадут из облака при достижении практически максимальной интенсивности дождя.

На рис. 2 приведены «траектории» $n(r)$ для начальных капель дождя, а на рис. 3 — «траектории» наиболее крупных капель, выпадающих в дожде практически максимальной интенсивности, при сохранении восходящего потока.

На рис. 4 дана зависимость радиуса дождевых капель, выпадающих из облака, от скорости восходящего потока для начального периода дождя (кривая 1) и для момента достижения практически максимальной интенсивности дождя (кривая 2). Расстояние между кривыми по вертикали дает интервал размеров в спектре капель дождя максимальной интенсивности для облака с равномерным восходящим потоком.

Мы видим, что радиус капель дождя возрастает с увеличением скорости вертикального развития облачности, причем возрастание r для облаков с $u \geq 30$ см/сек происходит практически линейно. При продолжении вертикальных восходящих потоков в процессе выпадения дождя спектр капель расширяется в сторону крупных капель. Отклонение от такой закономерности в реальных дождях связано либо с неравномерностью восходящих потоков, либо с прекращением восходящих потоков или даже развитием нисходящих потоков на некоторой стадии существования облака. Расчет размеров капель и в этих случаях произвести несложно,

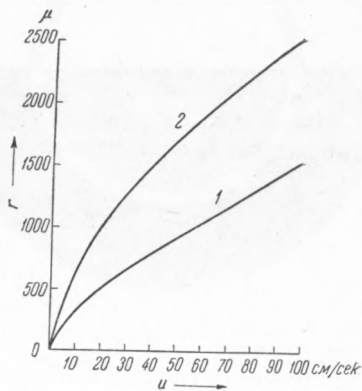


Рис. 4. Зависимость радиуса выпадающих из облака дождевых капель от скорости восходящего потока

если известна закономерность изменения вертикальных движений в облаке.

Вопросы испарения капель и закономерности роста ледяных частиц в настоящей статье не рассматриваются. Заметим, однако, что при скорости восходящего потока $u \leq 10$ см/сек первые капли дождя за время своего пребывания в облаке не поднимаются выше уровня 1,1 км над основанием облака, где при температуре основания облака $+6^\circ$ и влажно-адиабатическом градиенте температуры внутри облака температура равна лишь $-0,6^\circ$. Даже при скорости восходящего потока $u = 100$ см/сек температура на уровне вершины траектории первых капель дождя не опускается ниже -8° . В этих условиях замерзание капель внутри облака мало вероятно. Поэтому в рассматриваемом нами интервале скоростей восходящих потоков выпадение осадков в летних условиях совсем не обязательно связывать с появлением в облаках частиц твердой фазы, как это делают Бержерон и Финдайзен. Появление ледяных частиц на более высоких уровнях будет способствовать выпадению осадков, но не является необходимым условием их выпадения. Осадки могут выпадать и из чисто водяных облаков при достаточной длительности процесса их вертикального развития.

Главная геофизическая обсерватория
им. А. И. Воейкова
Ленинград

Поступило
4 VII 1952

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ А. И. Воейков, Метеорология, 1904. ² В. А. Зайцев, Тр. ГГО, в. 13 (1948). ³ Н. С. Шишкин, там же, в. 7, 13 (1948); в. 24 (1950); в. 31 (1951).
⁴ Н. С. Шишкин, Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз., 12, № 3 (1948). ⁵ Н. С. Шишкин, Усп. физ. наук, 45, в. 3 (1951).