

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

А. В. НЕТУШИЛ и К. М. ПОЛИВАНОВ

ВЛИЯНИЕ ВЛАГОПРОВОДНОСТИ ПРИ ЭЛЕКТРООСМОСЕ

(Представлено академиком П. А. Ребиндером 12 II 1953)

При исследовании электроосмотического осушения, а также при толковании лабораторных наблюдений электроосмотических процессов обычно не учитывают влияния влагопроводности и термовлагопроводности (1). В ряде случаев последнее обстоятельство может приводить к ошибочным заключениям, например, к неверной оценке зависимости коэффициента электроосмоса от влажности. В общем случае скорость движения влаги в пористой среде (в грунте) определяется равенством (2-4):

$$v = -k_{\phi} \text{grad } h - k_{\epsilon} \text{grad } \varphi - k_{\omega} \text{grad } \omega - k_{T} \text{grad } \vartheta, \quad (1)$$

где h — пьезометрический напор, φ — электрический потенциал, ω — абсолютная влажность, ϑ — температура, а k_{ϕ} , k_{ϵ} , k_{ω} , k_{T} — коэффициенты фильтрации, электроосмоса, влагопроводности, термовлагопроводности.

Влагопроводность связана с миграцией жидкой фазы воды под действием капиллярного давления, например $2\sigma/r$, где σ — поверхностное натяжение воды на границе с воздухом на модели системы узких капилляров радиуса r при естественном допущении полного смачивания. Термовлагопроводность обусловлена перемещением менисков влаги вследствие зависимости σ , а следовательно и $2\sigma/r$, от температуры и миграцией паров вследствие зависимости давления насыщенных паров от температуры (2).

Рассмотрим простейшую лабораторную установку для наблюдений электроосмоса в условиях переменной влажности (рис. 1). В ней между анодом и катодом, представляющими собой плоские перфорированные пластины, помещен влажный грунт, ограниченный стенками ванны, нормальными к поверхности электродов. Под действием электрического поля влага в грунте устремляется от анода к катоду, где избыточная влага стекает в измерительный сосуд, — по количеству стекающей воды судят о скорости движения влаги вблизи катода. Стеkanie воды возможно только при условии, что влажность грунта у катода не меньше некоторого предельного значения $\omega_{\text{пр}}$.

Если со стороны анода приток влаги отсутствует, влажность грунта изменяется, и наблюдаемое в таком случае уменьшение скорости перемещения влаги в значительной мере (и даже прежде всего) опре-

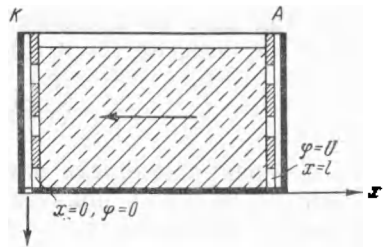


Рис. 1. Схема опыта по определению электроосмотических свойств грунтов. А — анод, К — катод. Стрелками показано направление движения влаги

деляется наличием противодействующих сил влагопроводности. Это обстоятельство обычно не учитывается, а наблюдаемое уменьшение количества вытекающей жидкости относится за счет уменьшения электроосмотического эффекта при уменьшении средней влажности грунта.

Покажем, как должна изменяться скорость движения влаги в предположении неизменности коэффициента электроосмоса, но при учете влагопроводности.

Дифференциальное уравнение поставленной задачи легко составить, добавляя к равенству (1) уравнение, связывающее изменение влажности и расхождение потока:

$$-\gamma_0 \frac{\partial w}{\partial t} = \operatorname{div} \mathbf{v}, \quad (2)$$

где γ_0 — удельный вес абсолютно сухого грунта.

В условиях нашей одномерной задачи (рис. 1) влажность и скорость зависят от одной пространственной координаты x . Полагая дополнительно, что

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0, \quad \operatorname{grad} \varphi = \operatorname{const}, \quad (3)$$

уравнение (2) запишем в виде

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{k_B}{\gamma_0} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}. \quad (4)$$

Его решение $w = w(x, t)$ должно удовлетворять граничным условиям, которые вместе с их обоснованиями и приводятся ниже.

I. В начальный момент влажность полагаем всюду одинаковой и равной w_0 , т. е.

$$w(x, 0) = w_0. \quad (5)$$

II. Так как, по предположению, к аноду нет притока влаги, то $v = 0$ при $x = l$, или, по (1) и (3),

$$\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_{x=l} = -\frac{k_a}{k_B} E = -D, \quad (6)$$

где E — напряженность электрического поля.

III. До тех пор, пока влажность у катода ($x = 0$) не достигнет предельного значения, т. е. до тех пор, пока $w(0, t) < w_{\text{пр}}$, у катода также скорость равна нулю и

$$\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_{x=0} = -D. \quad (7)$$

IV. Если к моменту времени $t = t_1$ влажность грунта около катода достигнет предельного значения, то с этого момента граничное условие для $x = 0$ меняется, и вместо (7) имеем

$$w(0, t) = w_{\text{пр}} \quad \text{при} \quad t \geq t_1. \quad (8)$$

Влажность у катода не превосходит предельного значения из-за стекания влаги.

Если начальная влажность $w_0 < w_{\text{пр}}$, то сначала ищется решение для условий (5), (6) и (7). Легко показать, что уравнению (4) и этим условиям удовлетворяет решение

$$w(x, t) = w_0 + D \left(\frac{l}{2} - x \right) - \frac{4}{\pi^2} D l \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\cos \left[(2\nu - 1) \frac{\pi}{l} x \right]}{(2\nu - 1)^2} \exp [-(2\nu - 1)^2 \theta], \quad (9)$$

где

$$\theta = \frac{k_B}{\gamma_0} \frac{\pi^2}{l^2} t \quad (9a)$$

Определив значение $\theta = \theta_1$ ($t = t_1$), при котором

$$w(0, t_1) = w_0 + D \frac{l}{2} - \frac{4}{\pi^2} Dl \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\exp[-(2\nu-1)^2 \theta_1]}{(2\nu-1)^2} = w_{\text{пр}}, \quad (10)$$

ищем новое решение

$$\bar{w}(x, t) \quad \text{при} \quad \bar{t} = t - t_1 \geq 0. \quad (11)$$

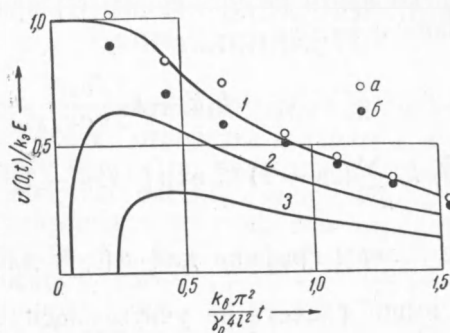


Рис. 2. Графики зависимости скорости стекания воды от времени. 1 — теоретическая зависимость, рассчитанная по формуле (18) при $w_0 = w_{\text{пр}}$; 2 — теоретическая зависимость, рассчитанная по формуле (18) при $w_0 = 0,9w_{\text{пр}}$ и $Dl = 0,6w_{\text{пр}}$; 3 — теоретическая зависимость, рассчитанная по формуле (18) при $w_0 = 0,8w_{\text{пр}}$ и $Dl = 0,6w_{\text{пр}}$. а — экспериментальные точки для $w_0 = w_{\text{пр}}$, $E = 1$ в/см, $\gamma_0 l^2 / k_B = 1100$ мин.; б — экспериментальные точки для $w_0 = w_{\text{пр}}$, $E = 2$ в/см, $\gamma_0 l^2 / k_B = 1100$ мин.

Оно должно удовлетворять тому же основному уравнению

$$\frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{t}} = \frac{k_B}{\gamma_0} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2}, \quad (12)$$

граничным условиям (6) и (8)

$$\left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)_{x=l} = -D, \quad (13)$$

$$\bar{w}(0, \bar{t}) = w_{\text{пр}} \quad (14)$$

и начальному условию

$$\bar{w}(x, 0) = w(x, t_1). \quad (15)$$

Это новое решение имеет вид

$$\bar{w}(x, \bar{t}) = w_{\text{пр}} - Dx + \sum_{\mu=1}^{\infty} R_{\mu} \sin \left[(2\mu-1) \frac{\pi}{2l} x \right] \exp \left[-(2\mu-1)^2 \bar{\theta} \right], \quad (16)$$

где

$$\bar{\theta} = \frac{k_B}{\gamma_0} \frac{\pi^2}{4l^2} (t - t_1). \quad (16a)$$

Коэффициенты R_μ определяются равенством

$$R_\mu = \frac{4(w_0 - w_{\text{пр}}) + 2DI}{\pi(2\mu - 1)} + \frac{16}{\pi^3} DI (2\mu - 1) \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\exp[-(2\nu - 1)^2 \bar{\theta}_1]}{[4(2\nu - 1)^2 - (2\mu - 1)^2](2\nu - 1)^2}. \quad (17)$$

Зная $\bar{w}(x, t)$, легко найти по уравнению (1) при условиях (3) скорость стекания влаги с катода

$$\begin{aligned} v(0, t) &= -v_x = k_B E + k_B \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)_{x=0} = \\ &= \frac{\pi}{2l} k_B \sum_{\mu=1}^{\infty} (2\mu - 1) R_\mu \exp[-(2\mu - 1)^2 \bar{\theta}]. \end{aligned} \quad (18)$$

На рис. 2 представлены графики для $v(0, t)$ для разных значений $w_0/w_{\text{пр}}$.

В приведенном выше расчете не учитывалась термо-влажнопроводность ($-k_T \text{ grad } \vartheta$). Однако при больших плотностях тока это слагаемое может оказывать заметное влияние. Так, например, в некоторых опытах наблюдается наибольшее отнятие влаги в средней области между катодом и анодом — этот эффект легко объясняется тем, что в той же области наблюдается максимум температуры из-за увеличенной теплоотдачи через поверхности электродов.

В других случаях, например (5), нагрев грунта вблизи катода приводит, вопреки действию электроосмоса, к большему осушению грунта вблизи катода, чем в удаленной от электродов части грунта. Казагранде (5) не дает замеченному им явлению правильного объяснения.

Поступило
6 II 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Искусственное закрепление грунтов, Сборн. № 17, 1952. ² А. В. Лыков, Теория сушки, 1950. ³ А. В. Нетушил, Электричество, № 8 (1952). ⁴ К. М. Поливанов, А. В. Нетушил, Н. М. Бурдак, Л. В. Кузьменко, там же, № 8 (1951). ⁵ L. Casagrande, J. Boston Soc. Civil Eng., 39, No. 1, 51 (1952).