

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И ТЕОРИЯ ПОЛЯ

УДК 539.12

И.Л. СОЛОВЦОВ, О.П. СОЛОВЦОВА

СУММИРОВАНИЕ ПОРОГОВЫХ СИНГУЛЯРНОСТЕЙ В КОРРЕЛЯТОРАХ
КВАРКОВЫХ ТОКОВ¹

Построены выражения для мнимых частей векторного и аксиально-векторного корреляторов кварковых токов, в которых выполнено суммирование бесконечного числа пороговых сингулярностей. Для описания эволюции инвариантного заряда применяется аналитический подход в квантовой хромодинамике. Показано, что в предложенных выражениях для мнимых частей корреляторов доминирующий вклад определяется «потенциальным» слагаемым, а хромодинамическая поправка остается малой в широком энергетическом интервале.

Введение

Многие адронные процессы, например такие, как процесс электрон-позитронной аннигиляции в адроны и инклюзивный распад τ -лептона, в квантовой хромодинамике описываются мнимой частью коррелятора кварковых токов $\text{Im}\Pi(s + i\epsilon) \propto R(s)$. Пертурбативное выражение для функции $R(s)$ имеет ограниченную область применимости, которая определяется большими аргументами s . Кроме того, значения s должны быть далеки от порога рождения кварковых пар. Дело в том, что при малых относительных скоростях v реальным параметром пертурбативного разложения является не константа связи α_s , а имеющий сингулярность при $s = 4m^2$ параметр α_s/v , где m – масса кварка. Такого типа пороговые сингулярности являются артефактом пертурбативного разложения по константе связи. Полная функция $R(s)$ таких сингулярностей не содержит. Вместе с тем теоретическое описание ряда важных физических величин требует включения в рассмотрение пороговой области. Так, например, инклюзивное сечение τ -распада в адроны, вклад сильных взаимодействий в аномальные моменты лептонов и в постоянную тонкой структуры представляется в виде интеграла от функции $R(s)$ по области, содержащей кварковые пороги. В этом случае требуется модификация выражения для $R(s)$ такая, чтобы пороговые сингулярности были просуммированы. В нерелятивистском случае такое суммирование для s -волны осуществляет известный фактор Зоммерфельда – Сахарова [1, 2].

Релятивистское обобщение такого фактора было получено в [3]. Для этой цели удобным оказался квазипотенциальный подход, сформулированный в работе [4] в форме, предложенной в [5]. В работе [3] был использован переход от импульсной формулировки двухчастичного квазипотенциального уравнения, записанного в пространстве Лобачевского, к трехмерному релятивистскому конфигурационному представлению, введенному в [6]. При этом был использован рассмотренный в [7] квазипотенциал, учитывающий существенную сторону КХД – свойство асимптотической свободы. Решение с i -периодическим фактором с таким квазипотенциалом было получено в [8]. Использование такого решения оказалось адекватным для спектральных задач. Для определения пороговых ресуммирующих факторов потребовалась разработка иного подхода [3, 9, 10].

В данной работе релятивистские ресуммирующие факторы применяются для построения модельных выражений функции $R(s)$ для векторных и аксиально-векторных кварковых токов. Появление ресуммирующего фактора в функции $R(s)$ связано с тем обстоятельством, что в двухчастичном приближении $R(s)$ выражается через волновую функцию Бете – Солпитера при $x = 0$ [11]. Следовательно, в этом случае относительное время также равно нулю и волновая функция Бете – Солпитера может быть выражена через квазипотенциальную волновую функцию. Показывается, что пороговые сингулярности просуммированы в основной «потенциальный» вклад, а хромодинамическая поправка остается малой величиной для всего энергетического интервала.

¹ Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант 05-01-00992, программы поддержки научных школ, грант НШ-5362.2006.2, БелРФФИ, договор Ф06Д-002, и ГПФИ «Поля и частицы».

1. Релятивистские пороговые факторы

Квазипотенциальное уравнение в релятивистском конфигурационном представлении записывается в виде [6]

$$(2E - 2\hat{H}_0)\psi(\mathbf{r}) = V(r)\psi(\mathbf{r}), \quad (1)$$

где в качестве свободного гамильтониана фигурирует конечно-разностный оператор

$$\hat{H}_0 = \text{ch}\left(i\frac{d}{dr}\right) + \frac{i}{r}\text{sh}\left(i\frac{d}{dr}\right) - \frac{\Delta_{\theta,\varphi}}{2r^2}\exp\left(i\frac{d}{dr}\right), \quad (2)$$

содержащий операторы сдвига в комплексную плоскость переменной r . Через $\Delta_{\theta,\varphi}$ в (2) обозначена угловая часть оператора Лапласа.

Переход от импульсного пространства, которое в данном случае представляет собой пространство Лобачевского, реализованное на верхнем поле массового гиперboloида $E_p^2 - \mathbf{p}^2 = 1^2$, осуществляется с помощью релятивистских «плоских волн»

$$\xi(\mathbf{p}, \mathbf{r}) = (E_p - \mathbf{p} \cdot \mathbf{n})^{-1-ir}, \quad \mathbf{r} = n\mathbf{r}, \quad n^2 = 1, \quad (3)$$

которые в нерелятивистском пределе переходят в нерелятивистские плоские волны: $\xi(\mathbf{p}, \mathbf{r}) \rightarrow \exp(i\mathbf{p} \cdot \mathbf{r})$. Функции (3) соответствуют основной серии унитарных представлений группы Лоренца и обладают необходимыми для взаимосвязи p - и r -представлений условиями полноты и ортогональности.

Конечно-разностная природа уравнения (1) приводит к тому, что его решение содержит произвольную мультипликативную i -периодическую функцию. Для спектральных задач i -периодическая неопределенность волновой функции несущественна. Однако для рассматриваемой здесь задачи следует решить проблему i -периодического фактора.

Рассмотрим кулоновский потенциал, заданный в релятивистском конфигурационном представлении:

$$V(r) = -\frac{\alpha}{r}. \quad (4)$$

В импульсном пространстве, переход к которому осуществляется путем ξ -преобразования, получаем

$$V(\Delta) \sim \frac{1}{\chi_\Delta \text{sh} \chi_\Delta}, \quad (5)$$

где относительная быстрота χ_Δ соответствует $\Delta = \mathbf{p}(-)\mathbf{k}$ и определяется квадратом переданного импульса $Q^2 = -(p-k)^2 = 2(\text{ch} \chi_\Delta - 1)$. Здесь через $\mathbf{p}(-)\mathbf{k}$ обозначен сдвиг в импульсном пространстве Лобачевского, который определяется преобразованием Лоренца $\Lambda_k: \mathbf{p}(-)\mathbf{k} = \Lambda_k \mathbf{p}$. Для больших Q^2 потенциал $V(\Delta)$ ведет себя как $(Q^2 \ln Q^2)^{-1}$, что воспроизводит поведение потенциала в квантовой хромодинамике [7], где потенциал в лидирующем порядке пропорционален $\bar{\alpha}_s(Q^2)/Q^2$ с инвариантным зарядом $\bar{\alpha}_s(Q^2) \propto 1/\ln(Q^2/\Lambda^2)$.

Отношение адронного и лептонного полных сечений $R(s)$ в процессе e^+e^- -аннигиляции в двухчастичном приближении может быть выражено через функцию Бете – Солпитера $\chi_{\text{BS}}(x=0)$ [11], которая в нерелятивистском пределе переходит в шредингеровскую волновую функцию для кулоновского взаимодействия. В результате $R(s)$ выразится через $|\psi(0)|^2$ или нерелятивистский S -фактор [1, 2].

Для релятивистского обобщения порогового S -фактора воспользуемся квазипотенциальным методом, используя его формулировку в релятивистском конфигурационном представлении. Связь функции Бете – Солпитера $\chi_{\text{BS}}(x=0)$ и квазипотенциальной волновой функцией $\psi_{\text{QP}}(\mathbf{p})$ определяется следующим выражением:

² Здесь удобно использовать систему единиц, в которой $c = \hbar = m = 1$.

$$\chi_{\text{BS}}(x=0) = \int d\Omega_p \Psi_{\text{QP}}(\mathbf{p}), \quad (6)$$

что дает

$$\chi_{\text{BS}}(x=0) = \Psi_{\text{QP}}(r=i). \quad (7)$$

При $r=i$ все обобщенные степени в парциальном разложении волновой функции при $\ell \neq 0$ обращаются в ноль. Таким образом, как и следовало ожидать, необходимо рассмотреть только s -волны, когда $\ell=0$ [3].

В результате релятивистский S -фактор имеет вид

$$S(\chi) = \frac{X(\chi)}{1 - \exp[-X(\chi)]}, \quad X(\chi) = \frac{\pi\alpha}{\text{sh}\chi}, \quad (8)$$

где χ – быстрота, связанная с s соотношением $2 \text{ch}\chi = \sqrt{s}$. Функция $X(\chi)$ в (8) выражается через v следующим образом:

$$X(\chi) = \pi\alpha \frac{\sqrt{1-v^2}}{v}. \quad (9)$$

S -фактор (8) параметризует мнимую часть коррелятора векторных кварковых токов:

$$\Pi_{\mu\nu}(q) = \int d^4x \exp(iqx) \langle 0 | T j_\mu(x/2) j_\nu(-x/2) | 0 \rangle. \quad (10)$$

Здесь $j_\mu = \bar{q}\gamma_\mu q$.

Для параметризации мнимой части коррелятора аксиально-векторных токов $\bar{q}\gamma_\mu\gamma_5 q$ необходим редуцирующий фактор, соответствующий p -волне, то есть парциальной функции с $\ell=1$. Этот фактор имеет вид [10]

$$P(\chi) = \left(1 + \frac{\alpha^2}{4 \text{sh}^2 \chi} \right) \frac{X(\chi)}{1 - \exp[-X(\chi)]}, \quad X(\chi) = \frac{\pi\alpha}{\text{sh}\chi}. \quad (11)$$

Отметим два важных обстоятельства, связанных с релятивистскими пороговыми факторами. Во-первых, в нерелятивистском пределе S -фактор (8) и P -фактор (11) воспроизводят известные нерелятивистские функции. Во-вторых, в ультрарелятивистском пределе, как было показано в [15], спектр кулоновской задачи исчезает, поскольку масса частицы, которой в этом пределе можно пренебречь, является единственным размерным параметром. Этот факт отражает существенное различие между потенциальными моделями и квантовой теорией поля, в которой появляется дополнительный размерный параметр. Следовательно, можно ожидать, что в потенциальной модели S - и P -факторы должны обращаться в единицу в ультрарелятивистском пределе³. Таким образом, релятивистские пороговые факторы (8) и (11) воспроизводят известное нерелятивистское поведение при малых скоростях и ожидаемый предел в ультрарелятивистском случае.

Для применения (8) и (11) к задачам квантовой хромодинамики следует заменить $\alpha \rightarrow 4/3\alpha_s$, где $\alpha_s = g^2/4\pi$ – константа связи сильного взаимодействия.

2. Инвариантный заряд и эффективная масса кварка

Метод ренормализационной группы (см. соответствующую главу книги [21] и цитируемую там литературу) является неотъемлемой частью анализа адронных процессов в квантовой хромодинамике. В рамках этого подхода возникают понятия бегущего или инвариантного заряда, а также бегущей массы кварков. В теории возмущений соответствующие функции $\bar{\alpha}_s(Q^2)$ и $\bar{m}(p^2)$ обладают сингулярностями в инфракрасной области. Так, например, бегущий заряд в однопетлевом приближении имеет полюс при $Q^2 = \Lambda^2$, где Λ – масштабный параметр квантовой хромодинамики. Учет высших поправок не меняет сути дела, а лишь добавляет новые нефизические особенности. Наличие таких особенностей противоречит общим принципам локальной квантовой теории поля.

³ Отметим, что при некоторых выполненных в упомянутых работах «релятивизациях» фактора Зоммерфельда – Сахарова это свойство не выполняется.

В работе [22] был предложен способ разрешения проблемы нефизических сингулярностей инвариантного заряда, состоящий в синтезе метода ренормализационной группы и определенных свойств аналитичности по переменной Q^2 , которые вытекают из отражающего основные принципы локальной квантовой теории поля спектрального представления Челлена – Лемана для поперечной лоренц-инвариантной амплитуды полного фотонного или бозонного пропагатора. В работах [23, 24] эта идея была использована в квантовой хромодинамике. Развитый затем метод (см. [25] и недавний обзор [26]) получил название аналитической теории возмущений (АТВ). Объединение ренормализационной инвариантности и Q^2 -аналитичности в случае квантовой хромодинамики привело к выявлению ряда важных свойств аналитического заряда. К их числу относится наличие универсальной инфракрасной стабильной точки у инвариантного заряда в евклидовой области $\alpha_E(Q^2)$. Значение $\alpha_E(Q^2 = 0) = 1/\beta_0$ определяется первым коэффициентом ренорм-групповой β -функции ⁴, не изменяется при учете многопетлевых поправок и, поэтому, является схемно независимым. Инфракрасное предельное значение инвариантного заряда не зависит от экспериментально определяемого масштабного параметра Λ , и набор кривых $\alpha_E(Q^2)$, отвечающих различным значениям Λ , представляет собой пучок с общей точкой $\alpha_E(Q^2 = 0)$. Таким образом, оказалось, что наложение условия аналитичности существенным образом модифицирует поведение аналитического инвариантного заряда в инфракрасной области.

Другой важной чертой аналитического подхода является возможность непротиворечивого определения инвариантного заряда $\alpha_M(s)$ во времениподобной области [27]. Функция $\alpha_M(s)$, определенная в минковской области, как и евклидова функция $\alpha_E(Q^2)$, имеет инфракрасную стабильную точку, значение которой совпадает с евклидовым, и одинаковое с $\alpha_E(Q^2)$ асимптотическое поведение. Однако функции $\alpha_E(Q^2)$ и $\alpha_M(s)$ не могут совпадать по причинам общего характера [28].

Для описания эволюции инвариантного заряда во времениподобной области будем использовать возникающую в АТВ функцию $\alpha_M(s)$, которая в лидирующем порядке имеет вид [27]

$$\alpha_M(s) = \frac{1}{\beta_0} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \arctg \frac{L}{\pi} \right], \quad L = \ln \frac{s}{\Lambda^2}. \quad (12)$$

Разложение функции (12) по сингулярному пертурбативному заряду

$$\bar{\alpha}_s(s) = \frac{1}{\beta_0} \frac{1}{\ln(s/\Lambda^2)} \quad (13)$$

демонстрирует появление в высших порядках так называемых π^2 -членов. Эти слагаемые являются логарифмическими и возникают в результате специального «аналитического продолжения» пертурбативного заряда в минковскую область [29,30,31]. Отметим, что регулярность поведения заряда в евклидовой области обусловлена иной причиной. Здесь восстановление корректных аналитических свойств осуществляется не путем суммирования высших логарифмических вкладов, а за счет появления, благодаря спектральному представлению, невидимых в пертурбативном разложении степенных вкладов.

На рис. 1 представлены графики функций (12) и (13), нормированных в масштабе массы τ -лептона ($M_\tau = 1777$ МэВ) на значение $\bar{\alpha}_s(M_\tau^2) = 0,35$ для трех активных кварков. При этом для масштабных параметров получились следующие значения: в аналитическом подходе $\Lambda_{\text{APT}}^{(3)} = 372$ МэВ, в теории возмущений $\Lambda_{\text{PT}}^{(3)} = 242$ МэВ ⁵ (индекс АРТ означает Analytic Perturbation Theory, а РТ – Perturbation Theory).

Исследование поведения массовой функции кварков, выполненное на основе решений уравнений Швингера – Дайсона, показало, что массовая функция легких кварков, подобно аналитиче-

⁴ Используемый здесь однопетлевой коэффициент равен $\beta_0 = (11 - 2/3f)/4\pi$, где f – число активных фермионов.

⁵ Применению АТВ для описания инклюзивного распада τ -лептона посвящены работы [32–35], в которых было показано, что поддержка применяемым методом правильных аналитических свойств коррелятора важна не только для непротиворечивого теоретического описания процесса, но и в количественном плане для определения параметров квантовой хромодинамики из экспериментальных данных.

скому инвариантному заряду, имеет конечное инфракрасное предельное значение [36–38]. Аналогичное поведение массовой функции наблюдается и в других подходах, основанных, например, на модели инстантонного вакуума и нелокальной киральной кварковой модели [39, 40], а также в решеточных расчетах [41].

Качественно поведение массовой функции легких кварков $m(p^2)$, полученное на основе уравнений Швингера – Дайсона, можно описать следующим образом. В области больших значений импульсного аргумента $|p| > 1-2$ ГэВ функция $m(p^2)$ определяется в основном теорией возмущений, а в киральном пределе значения $m(p^2)$ для u и d кварков совместимы с нулем. В инфракрасной области функция $m(p^2)$ имеет почти постоянное значение M_0 , которое близко к конstituентной массе легкого кварка $M_0 \simeq 300$ МэВ. В промежуточной области функция $m(p^2)$ быстро убывает от величины M_0 до нескольких мегаэлектронвольт и выходит при больших p^2 на пертурбативный режим.

Такое поведение можно понять, воспользовавшись концепцией динамической массы кварка. Конституентная масса кварка, фигурирующая в потенциальных кварковых моделях, имеет существенно непertурбативную природу и связана с поведением массовой функции в инфракрасной области. В работе [42] была введена непertурбативная масса кварка, определяемая через кварковый конденсат следующим образом:

$$m^3 = -\frac{4}{3}\pi\alpha_s \langle 0 | \bar{q}q | 0 \rangle. \quad (14)$$

Аналогичная связь, полученная на основе анализа уравнений Дайсона – Швингера, была найдена в работе [43]. Более детальный анализ, выполненный в [44], привел к результату

$$M(p^2) = m\Theta(m^2 - p^2) + \frac{m^3}{p^2}\Theta(p^2 - m^2), \quad (15)$$

где m выражается через кварковый конденсат согласно (14).

Основываясь на этих результатах, будем использовать зависимость эффективной массы кварка от импульса, т.е. $m(p^2)$, изображенную на рис. 2. Для сравнения на рис. 3 приведен результат численного решения уравнений Дайсона – Швингера, полученный тьюбингской группой [36, 37].

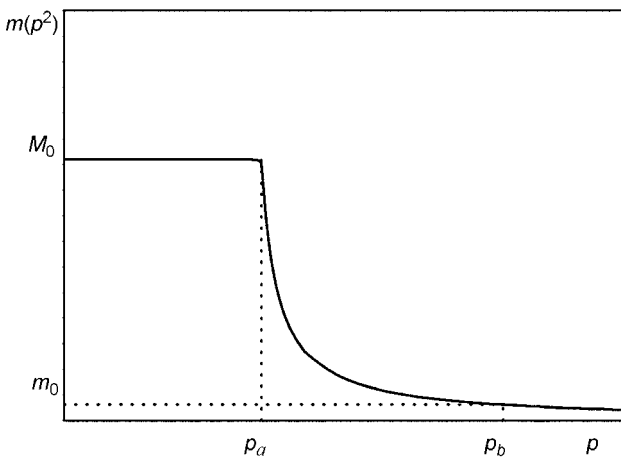


Рис. 2. Модель для бегущей массы кварка

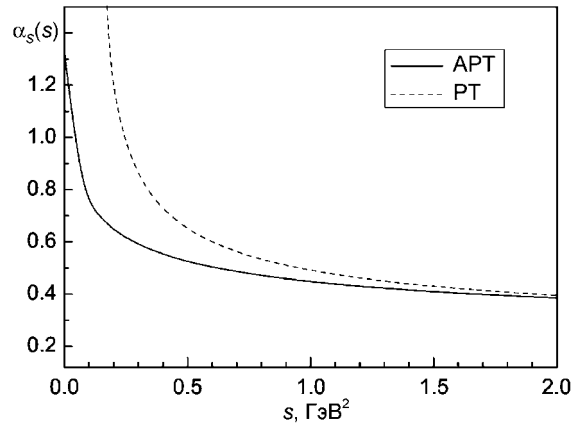


Рис. 1. Поведение инвариантных зарядов в АТВ (12) и в теории возмущений (13)

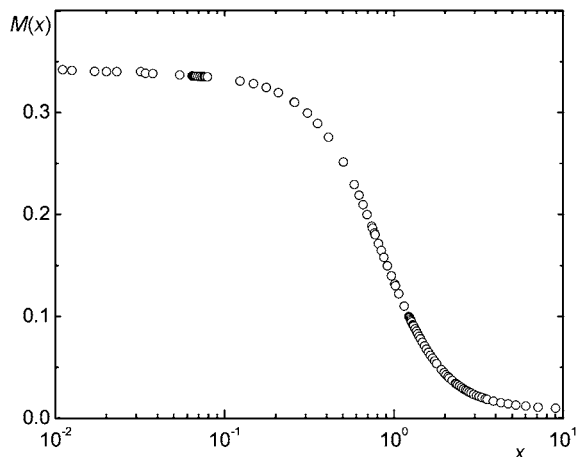


Рис. 3. Массовая функция, полученная на основе численного решения уравнений Дайсона – Швингера

Изображенная на рис. 2 функция $m(p^2)$ в инфракрасной области принимает постоянное значение M_0 , которое, как можно ожидать, должно быть близко к величине конституентной массы кварка, а в ультрафиолетовой области, начиная с некоторого $p^2 = p_b^2$, выходит на чисто пертурбативный режим. В переходной области функцию $m(p^2)$ возьмем в виде

$$m(p^2) = \frac{A^3}{p^2 - B^2},$$

где

$$A^3 = M_0(a^2 - B^2), \quad B^2 = \frac{M_0 p_a^2 / m_0 - p_b^2}{M_0 / m_0 - 1}.$$

Для величины p_b , которая является начальной точкой чисто пертурбативного режима, примем $p_b = 2$ ГэВ. Для приведенных ниже оценок будем использовать следующие параметры для сектора легких кварков: $M_0^{u,d} = 260$ МэВ, $M_0^s = 400$ МэВ, $p_a = 0,8$ ГэВ [45,45], $m_0^u = 5$ МэВ, $m_0^d = 7$ МэВ, $m_0^s = 7$ МэВ, $m_0^s = 100$ МэВ.

3. Функция $R(s)$

Учет пороговых сингулярностей приводит к следующей модификации лидирующего пертурбативного вклада функции $R(s)$ в векторном канале [3]:

$$R_V^{(0)}(s) = \frac{v(3-v^2)}{2} S(\chi), \quad v = \sqrt{1 - 4m^2/s}. \quad (16)$$

Это выражение при разложении по инвариантному заряду α_s содержит все степени константы связи, которые при малых скоростях v будут сопровождаться степенями сингулярного выражения $1/v$.

Вдали от порога рождения кварковой пары в следующем порядке функции $R_{V/A}(s)$ записываются в виде [16, 17]

$$R_{V/A}^{\text{PT}}(s) = T_{V/A}(v) \left[1 + \frac{\alpha_s}{\pi} g_{V/A}(v) \right], \quad (17)$$

где

$$T_V(v) = v \frac{3-v^2}{2}, \quad T_A(v) = v^3; \quad (18)$$

$$g_V(v) = \frac{4\pi}{3} \left[\frac{\pi}{2v} - \frac{3+v}{4} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{3}{4\pi} \right) \right]; \quad (19)$$

$$g_A(v) = \frac{4\pi}{3} \left[\frac{\pi}{2v} - \left(\frac{19}{10} - \frac{22}{5}v + \frac{7}{2}v^2 \right) \left(\frac{\pi}{2} - \frac{3}{4\pi} \right) \right]. \quad (20)$$

Функции $g_V(v)$ [18] и $g_A(v)$ [19] являются достаточно точными аппроксимациями более сложных двухпетлевых выражений [20] и соответствуют случаю равных масс кварков $m_1 = m_2 = m$.

Поскольку пертурбативное представление (17) неприменимо вблизи порога, то требуется его модификация такая, чтобы учесть пороговые сингулярности. Используя выражения для релятивистских обобщений S -и P -факторов, заданных соответственно (8) и (11), легко построить функции $R_{V/A}(s)$, которые можно использовать и в области малых значений v :

$$R_{V/A}(s) = R_{V/A}^{(0)}(s) + R_{V/A}^{(1)}(s) = R_{V/A}^{(0)}(s) [1 + \delta_{V/A}(s)], \quad (21)$$

где

$$R_V^{(0)}(s) = T_V(v) S(\chi), \quad R_A^{(0)}(s) = T_A(v) P(\chi); \quad (22)$$

$$R_{V/A}^{(1)}(s) = T_{V/A}(v) \left[\frac{\alpha_s}{\pi} g_{V/A}(v) - \frac{1}{2} X(\chi) \right]. \quad (23)$$

Отметим, что хромодинамические поправки $R_{V/A}^{(1)}(s)$ строились таким образом, чтобы избежать двойного учета и не дублировать «потенциальные вклады», определяемые выражением (16). В пределе $m \rightarrow 0$ редуцирующие факторы S и P стремятся к единице, а выражения для R -функций в векторном и аксиально-векторном случаях совпадают и воспроизводят известный безмассовый результат: $R_{V/A} \rightarrow 1 + \alpha_s/\pi$.

При построении функции $R(s)$ во всей области изменения переменной s , а также при анализе адронных процессов в различных энергетических областях следует учесть зависимость теоретических результатов от числа активных кварков f . В работах [47, 48] Д.В. Ширковым был разработан алгоритм гладкой сшивки, основанный на восходящем к Н.Н. Боголюбову массовозависимом ренорм-групповом формализме. При использовании безмассовых схем на практике часто применяется процедура сшивки бегущего заряда на «евклидовых порогах» [49]. Такой способ, очевидно, нарушает гладкость функции инвариантного заряда, а следовательно, не поддерживает и его аналитичность. Метод АТВ открывает новую возможность описания областей, отвечающих различному числу активных кварков [50–52]. В результате новой «сшивки», которая использует естественную для этих целей физическую область времениподобных импульсов, так же, как и в ТВ, устанавливаются соотношения между масштабными параметрами Λ_f и Λ_{f+1} . При этом, однако, свойство аналитичности инвариантного заряда не нарушается. В результате такой сшивки возникает глобальный аналитический инвариантный заряд, который «знает» обо всех кварковых порогах в минковской области.

Выражения для функций $R_{V/A}(s)$ в (21) имеют следующую структуру: потенциальный вклад $R_{V/A}^{(0)}(s)$ и хромодинамическая поправка $R_{V/A}^{(1)}(s)$. На рис. 4 для $f = 3$ изображены относительные поправки $\delta_{V/A}(s) = R_{V/A}^{(1)}(s)/R_{V/A}^{(0)}(s)$ для случая, когда в выражениях (22) и (23) используется эффективная масса $m(p^2)$ и АТВ-инвариантный заряд во времениподобной области, т.е. $\alpha_s \rightarrow \alpha_M(s)$. Этот рисунок демонстрирует, что для всего энергетического интервала относительная поправка для векторного тока $|\delta_V(s)| < 15\%$, а для аксиально-векторного тока $|\delta_A(s)| < 8\%$. Аналогичная картина имеет место и для других значений f . Таким образом, представление мнимой части коррелятора в виде «основного потенциального вклада» и «хромодинамической поправки» является оправданным для широкого энергетического интервала.

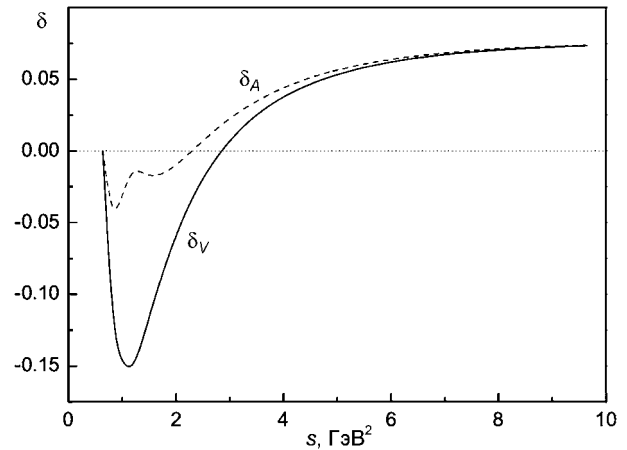


Рис. 4. Относительная поправка

Заключение

В области вблизи порога рождения кварковой пары нельзя ограничиться конечным порядком теории возмущений. Причина состоит в том, что в пертурбативном разложении не просто участвует параметр α_s , а присутствуют также степени сингулярного фактора $1/v$. Такие пороговые сингулярности должны быть просуммированы. В нерелятивистском случае для s -волны это суммирование осуществляет известный фактор Зоммерфельда – Сахарова. Для релятивистского обобщения этого фактора удобным оказался квазипотенциальный подход, сформулированный в релятивистском конфигурационном представлении. Естественность использования квазипотенциального подхода обусловлена тем обстоятельством, что в двухчастичном приближении функция $R(s)$ выражается через волновую функцию Бете – Солпитера при нулевом значении четырехмерной координаты, а следовательно, и при нулевом относительном времени. Волновая функция Бете – Солпитера при нулевом относительном времени соответствует квазипотенциальной волновой функ-

ции. Модельный кулоновский потенциал, заданный в релятивистском конфигурационном представлении, обладает важной особенностью: в импульсном представлении он ведет себя при больших значениях аргумента как $(Q^2 \ln Q^2)^{-1}$, то есть имеет характерную для квантовой хромодинамики дополнительную логарифмическую зависимость от Q^2 , обусловленную законом эволюции инвариантного заряда. Полученные путем решения кулоновской задачи в релятивистском конфигурационном представлении ресуммирующие пороговые факторы для s - и p -волн имеют корректные нерелятивистский и ультрарелятивистский пределы.

В работе был выполнен анализ новых модельных выражений для функций $R_V(s)$ и $R_A(s)$, соответствующих корреляторам векторных и аксиально-векторных токов. Эти выражения содержат «потенциальный» вклад и хромодинамическую поправку. При этом в «потенциальном» слагаемом выполнено суммирование бесконечного числа пороговых сингулярностей. После модификации лидирующий «потенциальный» вклад становится доминирующим, а относительный вклад поправки достаточно мал на широком энергетическом интервале, в то время как при использовании ТВ вклад поправки растет при уменьшении энергетического масштаба и ТВ теряет свою применимость в низкоэнергетической области.

Для описания закона эволюции инвариантного заряда использован аналитический подход в квантовой хромодинамике. Этот подход дает способ решения проблемы призрачного полюса и приводит к самосогласованному способу описания пространственно- и времениподобной областей. Поведение инвариантного заряда в евклидовой области описывается аналитической функцией $\alpha_E(Q^2)$ в плоскости с разрезом вдоль отрицательной части действительной оси. Восстановление аналитических свойств осуществляется за счет невидимых в пертурбативном разложении степенных по Q^2 вкладов. Во времениподобной области регулярность инвариантного заряда $\alpha_M(s)$ имеет иную причину. Здесь сингулярные логарифмические члены пертурбативного разложения просуммированы в регулярную при всех положительных s функцию.

Для массы кварков $m(p^2)$ использована простая модель, мотивированная, в частности, численными решениями уравнений Дайсона–Швингера. В области малых p^2 функция $m(p^2) = M_0$. При этом значение M_0 близко к величине конституентной массы кварка. Затем, начиная с некоторого p_a , функция $m(p^2)$ быстро убывает и при больших p^2 ее поведение становится чисто пертурбативным. В работе [46] было показано, что использование такой функции $m(p^2)$ позволяет получить хорошее описание ряда физических величин, отвечающих векторному каналу. В данной работе показано, что в предложенных выражениях для мнимых частей корреляторов доминирующий вклад определяется «потенциальным» слагаемым, а хромодинамическая поправка остается малой в широком энергетическом интервале.

Авторы признательны Д.В. Ширкову за многочисленные полезные обсуждения полученных результатов и поддержку и благодарят А.Е. Дорохова, С.Б. Герасимова, Ю.А. Курочкина, К. Милтона, С.В. Михайлова и О.В. Теряева за интерес к работе и стимулирующую дискуссию, а также К. Фишера за любезно предоставленные результаты приведенного на рис. 3 численного решения уравнений Дайсона – Швингера.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sommerfeld A. *Atombau und Spektrallinien*. – Vieweg, 1939. – V. II.
2. Сахаров А.Д. // *ЖЭТФ*. – 1948. – Т. 18. – С. 631–635.
3. Milton K.A. and Solovtsov I.L. // *Mod. Phys. Lett. A*. – 2001. – V. 16. – P. 2213–2219.
4. Logunov A.A. and Tavkhelidze A.N. // *Nuovo Cim.* – 1963. – V. 29. – P. 380–399.
5. Kadyshevsky V.G. // *Nucl. Phys. B*. – 1968. – V. 6. – P. 125–148.
6. Kadyshevsky V.G., Mir-Kasimov R.M., and Skachkov N.B. // *Nuovo Cim. A*. – 1968. – V. 55. – P. 233–257; *Sov. J. Part. Nucl.* – 1972. – V. 2. – P. 69.
7. Savrin V.I. and Skachkov N.B. // *Lett. Nuovo Cim.* – 1980. – V. 29. – P. 363–366.
8. Freeman M., Mateev M.D., and Mir-Kasimov R.M. // *Nucl. Phys. B*. – 1969. – V. 12. – P. 197–215.
9. Solovtsov I.L. and Solovtsova O.P. // *Nonlin. Phenom. Complex Syst.* – 2002. – V. 5. – P. 51–58.
10. Solovtsov I.L., Solovtsova O.P., and Chernichenko Yu.D. // *Phys. Part. Nucl. Lett.* – 2005. – V. 2. – P. 199–202.
11. Barbieri R., Christillin P., and Remiddi E. // *Phys. Rev. D*. – 1973. – V. 8. – P. 2266–2278.
12. Milton K.A., Solovtsov I.L., and Solovtsova O.P. // *Phys. Rev. D*. – 2002. – V. 65. – P. 076009.

13. Voloshin M.B. // *Int. J. Mod. Phys. A.* – 1995. – V. 10. – P. 2865–2880; Jamin M. and Pich A. // *Nucl. Phys. B.* – 1997. – V. 507. – P. 334–352; Chetyrkin K.G. et al. // *Eur. Phys. J. C.* – 1998. – V. 2. – P. 137–150; Kuhn J.H., Penin A.A., and Pivovarov A.A. // *Nucl. Phys. B.* – 1998. – V. 534. – P. 356–370; Penin A.A. and Pivovarov A.A. // *Nucl. Phys. B.* – 1998. – V. 549. – P. 217–241; Pivovarov A.A. // *Phys. Lett. B.* – 2000. – V. 475. – P. 135–40; Hoang A.H. et al. // *Eur. Phys. J.* – 2000. – C 2. – P. 1; hep-ph/0001286.
14. Arbuzov A.B. // *Nuovo Cim.* – 1994. – V. 107A. – P. 1263–1274.
15. Lucha W. and Schoberl F.F. // *Phys. Rev. Lett.* – 1990. – V. 64. – P. 733–2735; *Phys. Lett. B.* – 1996. – V. 387. – P. 573–576.
16. Appelquist T. and Politzer H.D. // *Phys. Rev. Lett.* – 1975. – V. 34. – P. 43–45.
17. Jersak J., Laermann E., and Zerwas P.M. // *Phys. Lett. B.* – 1981. – V. 98. – P. 363–366.
18. Schwinger J. *Particles, Sources and Fields*, Addison-Wesley. – 1973. – V. II.
19. Gusken S., Kuhn J.H., and Zerwas P.M. // *Phys. Lett. B.* – 1985. – V. 155. – P. 185–191.
20. Reinders L.J., Rubinstein H.R., and Yazaki S. // *Phys. Rep.* – 1985. – V. 127. – P. 1–97.
21. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. *Введение в теорию квантованных полей.* – М.: Наука, 1957, 1973, 1976, 1986 (English transl.: Wiley, New York, 1959, 1980).
22. Боголюбов Н.Н., Логунов А.А., Ширков Д.В. // *ЖЭТФ.* – 1959. – Т. 37. – С. 805–815.
23. Shirkov D.V. and Solovtsov I.L. // *JINR Rapid Comm.* – 1996. – Т. 2[76]. – С. 1–5; hep-ph/9604363.
24. Shirkov D.V. and Solovtsov I.L. // *Phys. Rev. Lett.* – 1997. – V. 79. – P. 1209–1212.; hep-ph/9704333.
25. Соловцов И.Л., Ширков Д.В. // *ТМФ.* – 1999. – Т. 120. – С. 482–510.
26. Shirkov D.V. and Solovtsov I.L. // *Bogoliubov Laboratory 50 years / Ed. D.V. Shirkov.* – Dubna: JINR, 2006. – P. 52–72.
27. Milton K.A. and Solovtsov I.L. // *Phys. Rev. D.* – 1997. – V. 55. – P. 5295–5298.
28. Milton K.A. and Solovtsov I.L. // *Phys. Rev. D.* – 1999. – V. 59. – P. 107701.
29. Radyushkin A.V. Preprint JINR E2-82-159, Dubna, 1982, 6p.; *JINR Rapid Comm.* – 1996. – V. 4[78]. – P. 9–14.
30. Krasnikov N.B. and Pivovarov A.A. // *Phys. Lett. B.* – 1982. – V. 116B. – P. 168–170.
31. Bjorken J.D. Preprint SLAC-PUB-5103, 1989; *Proc. Cargese Summer Inst. / Ed. M. Levy et al.* – Nato Adv. Inst. B. 223. – N.Y.: Plenum, 1990.
32. Соловцова О.П. // *Письма в ЖЭТФ.* – 1996. – Т. 64. – С. 664–667.
33. Milton K.A., Solovtsov I.L., and Solovtsova O.P. // *Phys. Lett. B.* – 1997. – V. 415. – P. 104–110.
34. Milton K.A., Solovtsov I.L., Solovtsova O.P., and Yasnov V.I. // *Eur. Phys. J. C.* – 2000. – V. 14. – P. 495–501.
35. Solovtsova O.P. // *Theor. Math. Phys.* – 2003. – Т. 134. – С. 365–376.
36. Fisher C.S. and Alkofer R. // *Phys. Rev. D.* – 2003. – V. 67. – P. 094020.
37. Fisher C.S. // *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* – 2006. – V. 32. – P. R253–R291.
38. Roberts C.D. // *ЭЧАЯ.* – 1999. – Т. 30. – С. 537–584.
39. Dorokhov A.E. // *Phys. Rev. D.* – 2004. – V. 70. – P. 094011.
40. Dorokhov A.E., Radzhabov A.E., and Volkov M.K. // *ЯФ.* – 2004. – Т. 67. – С. 1042–1049.
41. Bowman P.O., Heller U.M., and Williams A.G. // *Phys. Rev. D.* – 2002. – V. 66. – P. 014505.
42. Politzer H.D. // *Nucl. Phys. B.* – 1976. – V. 117. – P. 397–406.
43. Красников Н.В., Пивоваров А.А. // *ЯФ.* – 1982. – Т. 25. – С. 55–62.
44. Reinders L.J. and Stam K. // *Phys. Lett. B.* – 1987. – V. 195. – P. 465–468.
45. Milton K.A., Solovtsov I.L., and Solovtsova O.P. // *Phys. Rev. D.* – 2001. – V. 64. – P. 016005.
46. Milton K.A., Solovtsov I.L., and Solovtsova O.P. // *Mod. Phys. Lett. A.* – 2006. – V. 21. – P. 1355–1368.
47. Shirkov D.V. // *Nucl. Phys. B.* – 1992. – V. 371. – P. 467–481.
48. Shirkov D.V. // *Theor. Math. Phys.* – 1992. – V. 93. – P. 1403–1408.
49. Marciano W.J. // *Phys. Rev. D.* – 1984. – V. 29. – P. 580.
50. Shirkov D.V. // *Theor. Math. Phys.* – 2001. – V. 127. – P. 4093–423.
51. Shirkov D.V. // *Eur. Phys. J. C.* – 2001. – V. 22. – P. 331–340.
52. Milton K.A., Solovtsov I.L., and Solovtsova O.P. // *Phys. Rev. D.* – 1998. – V. 57. – P. 5402–5409.