

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И ТЕОРИЯ ПОЛЯ

УДК 539.12

И.Л. СОЛОВЦОВ, О.П. СОЛОВЦОВА

О МАССОВОЙ ФУНКЦИИ ЛЕГКИХ КВАРКОВ¹

Рассмотрена основанная на непертурбативных решениях уравнений Дайсона – Швингера модель массовой функции легких кварков. Согласно этой модели, при малых аргументах массовая функция принимает постоянное значение, близкое к конституентной массе кварка, а затем быстро убывает и выходит на пертурбативный режим. Показано, что такое поведение массовой функции позволяет получить хорошее согласие с экспериментальной величиной константы слабого распада пиона f_π и с феноменологическим значением кирального конденсата $\langle 0|\bar{q}q|0\rangle$.

Введение

Функция $R(s)$, пропорциональная мнимой части коррелятора кварковых токов, является одним из основных объектов исследований в квантовой хромодинамике (КХД). В случае векторных токов $R(s)$ определяется отношением полных сечений в процессе e^+e^- -аннигиляции:

$$R_{e^+e^-}(s) = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{адроны})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}. \quad (1)$$

Многие физические величины и функции, такие, как, например, вклады сильных взаимодействий в аномальный магнитный момент мюона и в постоянную тонкой структуры, D -функция Адлера и измеряемая на опыте величина R_τ – характеристика инклюзивного распада τ -лептона в адроны, связаны с функцией $R(s)$.

В работе [1] был предложен непертурбативный метод описания определяемых функцией $R(s)$ физических величин и было показано, что получаемые результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными. Этот метод основан на аналитическом подходе в КХД [2–5], учитывает выполненное релятивистски суммирование пороговых сингулярностей [6,7], а также непертурбативный характер масс легких кварков. Как было показано в [8], в выражениях, полученных в рамках этого метода для мнимых частей корреляторов векторных и аксиально-векторных токов легких кварков, доминирующий вклад определяется «потенциальной» частью, которая соответствует квазипотенциалу хромодинамического типа и учитывает закон эволюции инвариантного заряда КХД. При этом квантово-полевая хромодинамическая поправка остается малой в широком энергетическом интервале вплоть до пороговых значений s .

В предложенном в [1] методе дополнительные параметры непертурбативного характера не вводятся, а используются лишь параметры лагранжиана. Одной из составляющих такого подхода является мотивированная непертурбативными решениями уравнений Дайсона–Швингера массовая функция легких кварков $M(p^2)$. Эта функция при малых аргументах принимает постоянное значение, близкое к конституентной массе кварка, а затем быстро убывает и при $|p| > 1-2$ ГэВ выходит на пертурбативный режим.

В данной работе мы исследуем предложенную в [1] массовую функцию $M(p^2)$ и показываем, что эта функция позволяет получить значения таких непертурбативных величин, как константа слабого распада π -мезона f_π и кварковый конденсат $\langle 0|\bar{q}q|0\rangle$. Здесь важно отметить, что для этих величин будут использованы выражения, позволяющие представить f_π и $\langle 0|\bar{q}q|0\rangle$ непосредственно в терминах эффективной массы $M(p^2)$, т.е. инвариантный заряд в эти выражения не

¹ Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 05-01-00992, программы поддержки научных школ, грант НШ-5362.2006.2 и БелРФФИ, грант Ф06Д-002.

входит. Таким образом, по сравнению с рассмотренными в [1] величинами появляется дополнительная возможность тестирования массовой функции легких кварков.

1. Эффективная масса легких кварков

Обычно различают понятия конституентной и токовой массы кварков. В потенциальных моделях, описывающих, в частности, спектральные свойства систем из легких u - и d -кварков, рассматривается конституентная масса, величина которой составляет примерно треть массы протона, то есть около 300 МэВ. В пертурбативных хромодинамических расчетах используются токовые массы кварков, имеющие на масштабе 1–2 ГэВ значения порядка нескольких мегаэлектронвольт. Приводимые Particle Data Group [9] на масштабе 2 ГэВ значения кварковых масс $m_u = 1,5\text{--}4$ МэВ, $m_d = 4\text{--}8$ МэВ и $m_0 = \bar{m} = (m_u + m_d)/2 = 3,0\text{--}5,5$ МэВ. Таким образом, величины конституентной и токовой масс отличаются на два порядка. Это различие не может быть описано в рамках обычной теории возмущений. Взаимосвязь между конституентной и токовой массами носит непертурбативный характер и в настоящее время изучается в различных подходах.

Один из таких подходов, который интенсивно развивается, основывается на непертурбативном решении уравнений Дайсона – Швингера. Массовая функция кварков была получена этим способом в ряде работ (см., например, [10–12]). Результаты этих работ находятся в качественном согласии с результатами других подходов, например с моделью инстантонного вакуума и нелокальной киральной кварковой моделью [13, 14], а также с решеточными расчетами [15].

На основании этих результатов для поведения массовой функции в [1] была использована модель для эффективной массы легких кварков, объединяющая понятия конституентной и токовой масс. Поведение функции $M(p^2)$ в этой модели изображено на рис. 1. В области III больших значений импульсного аргумента $|p| > p_0 \approx 1\text{--}2$ ГэВ поведение функции $M(p^2)$ определяется теорией возмущений с пертурбативным законом ренорм-групповой эволюции $m(p^2) = m_0 [\bar{\alpha}_s(p^2)/\bar{\alpha}_s(p_0^2)]^{\gamma_m}$, где аномальная размерность $\gamma_m = 4/\beta_0$, $\beta_0 = 11 - 2f/3$ – однопетлевой коэффициент ренорм-групповой β -функции для f активных кварков (в низкоэнергетической области обычно используется $f = 3$). Пертурбативный бегущий заряд в лидирующем порядке записывается в виде $\bar{\alpha}_s(Q^2) = 4\pi/[\beta_0 \ln(Q^2/\Lambda^2)]$, где Λ – масштабный параметр КХД.

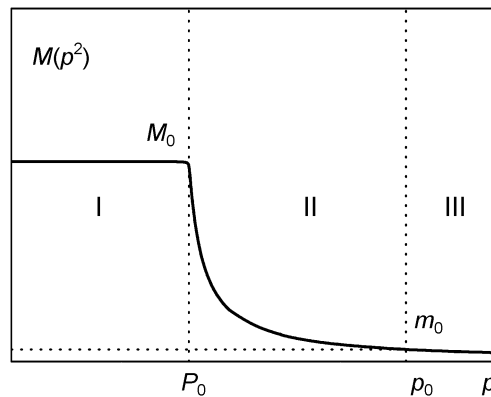


Рис. 1. Поведение массовой функции легких кварков

В инфракрасной области I, где $|p| < P_0$, функция $M(p^2)$ принимает постоянное значение M_0 , которое близко к величине конституентной массы кварка. В промежуточной области II функция $M(p^2)$ быстро убывает от величины M_0 до величины m_0 , имеющей порядок нескольких мегаэлектронвольт, и выходит при больших p^2 на пертурбативный режим. Убывание функции $M(p^2)$ в этой области имеет степенной характер [8].

2. Константа распада пиона

Константа распада пиона на лептонную пару $\pi \rightarrow \mu\nu$ определяется матричным элементом аксиального тока $\langle 0 | A_\mu^a(x) | \pi^b(p) \rangle = i p_\mu \delta^{ab} f_\pi \exp(-ipx)$. Экспериментальное значение этой константы [9]

$$f_\pi = (92,40 \pm 0,26) \text{ МэВ}. \quad (2)$$

Согласно [16], f_π выражается через массовую функцию легких кварков $M(p^2)$ следующим образом:

$$f_\pi^2 = \frac{3}{4\pi^2} \int_0^\infty dp^2 \frac{p^2 M(p^2)}{[p^2 + M^2(p^2)]^2} \left[M(p^2) - \frac{p^2}{2} \frac{dM(p^2)}{dp^2} \right]. \quad (3)$$

При расчете f_π выделим, в соответствии с рис. 1, вклады трех областей, характеризующихся различным поведением массовой функции:

$$f_\pi^2 = f_{\pi,I}^2 + f_{\pi,II}^2 + f_{\pi,III}^2. \quad (4)$$

Величина константы распада в первой области $f_{\pi,I}^2$ соответствует киральному пределу, когда $m_0 \rightarrow 0$ и массовая функция принимает вид простой ступеньки. Именно этот вклад оказывается доминирующим. Пертурбативный вклад в третьей области $f_{\pi,III}^2$ оказывается пренебрежимо малым, а вклад переходной области $f_{\pi,II}^2$ составляет около 20 %.

На рис. 2 изображена зависимость константы распада пиона от величины M_0 при различных значениях параметра смены режима P_0 и фиксированном на масштабе выхода на пертурбативный режим $p_0 = 2$ ГэВ значении $m_0 = 4$ МэВ. Горизонтальная прямая соответствует центральному экспериментальному значению из (2). Как видно из данного рисунка, хорошее согласие с экспериментальным значением f_π наблюдается при $M_0 = 0,26$ ГэВ и $P_0 = m_p \approx 0,77$ ГэВ.

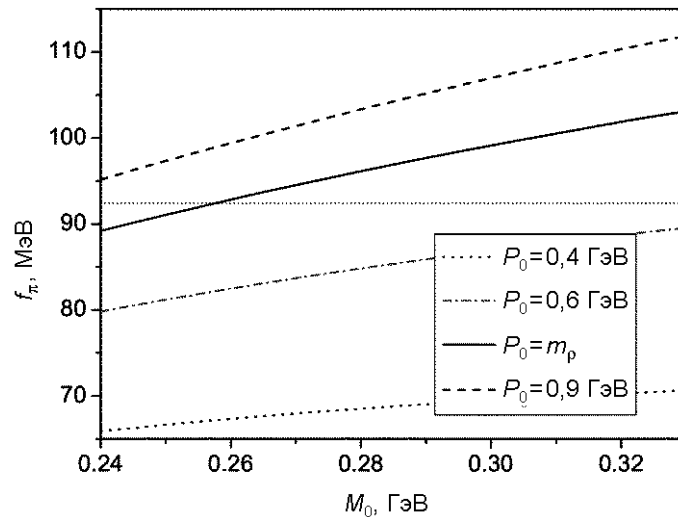


Рис. 2. Зависимость константы распада пиона f_π от величины M_0 при различных значениях параметра смены режима P_0 . Горизонтальная прямая соответствует центральному экспериментальному значению $f_\pi = 92,4$ МэВ

Отметим, что параметр M_0 хорошо фиксировался поведением D -функции Адлера в инфракрасной области [1] и определялся как $M_0 = (0,26 \pm 0,02)$ ГэВ. Что касается значения параметра смены режима P_0 , то оказалось, что D -функция и некоторые другие величины, рассмотренные в работе [1], слабо чувствительны к значению этого параметра. Например, D -функция, начиная с некоторого значения $P_0 \approx 0,5$ ГэВ, оказалась практически не зависящей от этого параметра, и по-

лучающийся результат совпадал со случаем постоянных масс легких кварков, равных 260 МэВ [17]. Таким образом, дополнительная информация о константе распада пиона f_π позволяет получить новые ограничения на параметры массовой функции $M(p^2)$. В дополнение к довольно хорошо определенному параметру $M_0 \approx 260$ МэВ получаем, что значение параметра смены режима P_0 близко к величине массы ρ -мезона.

3. Кварковый конденсат

Локальный кварковый конденсат определяется как непертурбативная часть кваркового пропагатора $S(x)$ при $x \rightarrow 0$ [18]. В рассматриваемом здесь случае границей пертурбативного режима является параметр p_0 . Кварковый конденсат на этом масштабе можно записать в виде

$$\langle 0 | \bar{q}q | 0 \rangle \Big|_{p_0^2} = -\frac{3}{4\pi^2} \int_0^{p_0^2} dp^2 \frac{p^2 M(p^2)}{p^2 + M^2(p^2)}. \quad (5)$$

При тех же параметрах массовой функции $M(p^2)$, что и в предыдущем разделе, т.е. $M_0 = 0,26$ ГэВ, $P_0 = m_\rho$, $m_0 = 4$ МэВ и $p_0 = 2$ ГэВ, получаем значение

$$\langle 0 | \bar{q}q | 0 \rangle \Big|_{p_0^2} = -(235 \text{ МэВ})^3. \quad (6)$$

Для сравнения с обычно используемым значением конденсата на масштабе $\mu = 1$ ГэВ воспользуемся, принимая во внимание величины фигурирующих здесь масштабов, пертурбативным законом эволюции

$$\langle 0 | \bar{q}q | 0 \rangle \Big|_{\mu^2} = \langle 0 | \bar{q}q | 0 \rangle \Big|_{\mu_0^2} \left[\frac{\bar{\alpha}_s(\mu^2)}{\bar{\alpha}_s(\mu_0^2)} \right]^{-\gamma_m}, \quad (7)$$

где аномальная размерность γ_m та же, что и в законе эволюции бегущей массы.

Используя значение масштабного параметра $\Lambda = 300$ МэВ, получаем величину кваркового конденсата при $\mu = 1$ ГэВ:

$$\langle 0 | \bar{q}q | 0 \rangle \Big|_{\mu^2=1} = -(220 \text{ МэВ})^3. \quad (8)$$

Полученная величина согласуется с феноменологическим значением, в качестве которого обычно используют $\langle 0 | \bar{q}q | 0 \rangle = -(240 \text{ МэВ})^3$ [19], и со значением, вычисленным на основе соотношения Гелл-Манна – Оакса – Реннера:

$$\langle 0 | \bar{q}q | 0 \rangle = -\frac{m_\pi^2 f_\pi^2}{2m_0}, \quad (9)$$

которое в рассматриваемом случае дает $\langle 0 | \bar{q}q | 0 \rangle = -(210 \text{ МэВ})^3$. Учитывая известную неопределенность используемых для сравнения значений конденсата, можно считать, что приведенные числовые значения кирального конденсата $\langle 0 | \bar{q}q | 0 \rangle$ в целом хорошо согласуются друг с другом.

4. Заключительные замечания

Данная статья посвящена дальнейшему применению непертурбативного подхода в квантовой хромодинамике. Этот подход основывается на аналитической теории возмущений, определяющей регулярное поведение инвариантного заряда, включая инфракрасную область, и учитывает характерное поведение эффективной массы кварка, которое согласуется с решением уравнений Дайсона – Швингера. Развиваемый подход оперирует лишь с параметрами лагранжиана, новые параметры непертурбативного характера специально не вводятся.

В настоящей работе вычислены такие непертурбативные величины, как константа слабого распада пиона f_π и кварковый конденсат $\langle 0 | \bar{q}q | 0 \rangle$. Таким образом, по сравнению с физическими величинами, рассмотренными ранее, в данной работе выполнено дополнительное тестирование массовой функции легких кварков. Хорошее согласие с экспериментальными данными для кон-

станты распада пиона f_π и с обычно используемым феноменологическим значением кваркового конденсата наблюдается для следующих основных параметров модели: $P_0 = m_\rho \approx 770$ МэВ, $M_0 \approx 260$ МэВ.

Авторы признательны А.Н. Сисакяну и Д.В. Ширкову за полезные обсуждения полученных результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Milton K.A., Solovtsov I.L., and Solovtsova O.P. // Mod. Phys. Lett. A.– 2006. – V. 21. – P. 1355–1368.
2. Shirkov D.V. and Solovtsov I.L. // JINR Rapid Comm. – 1996. – V. 2[76]. – P. 1–5; hep-ph/9604363.
3. Shirkov D.V. and Solovtsov I.L. // Phys. Rev. Lett. – 1997. – V. 79. – P. 1209–1212.; hep-ph/9704333.
4. Соловцов И.Л., Ширков Д.В. // ТМФ. – 1999. – Т. 120. – С. 482–510.
5. Shirkov D.V. and Solovtsov I.L. // Theor. Math. Phys. – 2007. – V. 150. – No. 1. – P. 132–152.
6. Milton K.A. and Solovtsov I.L. // Mod. Phys. Lett. A. – 2001. – V. 16. – P. 2213–2219.
7. Solovtsov I.L., Solovtsova O.P., and Chernichenko Yu.D. // Phys. Part. Nucl. Lett. – 2005. – V. 2. – P. 199–202.
8. Соловцов И.Л., Соловцова О.П. // Изв. вузов. Физика. – 2007. – № 6. – С. 57–65.
9. Particle Data Group, Yao W.-M., et al. // J. Phys. G. – 2006. – V. 33. – P. 1.
10. Fisher C.S. and Alkofer R. // Phys. Lett. B. – 2002. – V. 536. – No. 1/2. – P. 177–1; Phys. Rev. D. – 2003. – V. 67. – Art.094020.
11. Fisher C.S. // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. – 2006. – V. 32. – P. R253–R291.
12. Roberts C.D. // ЭЧАЯ. – 1999. – Т. 30. – С. 537–584.
13. Dorokhov A.E. // Phys. Rev. D. – 2004. – V. 70. – Art.094011.
14. Dorokhov A.E., Radzhabov A.E., and Volkov M.K. // ЯФ. – 2004. – Т. 67. – С. 1042–1049.
15. Bowman P.O., Heller U.M., and Williams A.G. // Phys. Rev. D. – 2002. – V. 66. – Art.014505.
16. Pagels H. and Stokar S. // Phys. Rev. D. – 1979. – V. 20. – P. 2947–2952.
17. Milton K.A., Solovtsov I.L., and Solovtsova O.P. // Phys. Rev. D. – 2001. – V. 64. – Art.016005.
18. Арбузов Б.А. // ЭЧАЯ. – 1998. – Т. 19. – Вып. 1. – С. 5–50.
19. Иоффе Б.Л. // УФН. – 2001. – Т. 171. – № 12. – С. 1273–1290.

Гомельский государственный технический
университет им. П.О. Сухого
E-mail: solovtsov@gstu.gomel.by

Поступила в редакцию 23.07.07.