

А. АХИЕЗЕР и Р. ПОЛОВИН

**РАДИАЦИОННЫЕ ПОПРАВКИ К РАССЕЯНИЮ ЭЛЕКТРОНА ЭЛЕКТРОНОМ**

(Представлено академиком Л. Д. Ландау 10 III 1953)

Как известно <sup>(1,2)</sup>, взаимодействие электрона с нулевыми колебаниями электромагнитного поля и поляризация электронно-позитронного вакуума приводят к дополнительному рассеянию электрона в заданном внешнем электромагнитном поле. Эти же эффекты обуславливают радиационные поправки к рассеянию электрона электроном.

Рассеяние электрона электроном с учетом радиационных поправок (с точностью до эффектов 4-го порядка включительно, т. е. с точностью до  $\alpha^3$ ) может быть изображено с помощью графиков, представленных на рис. 1.

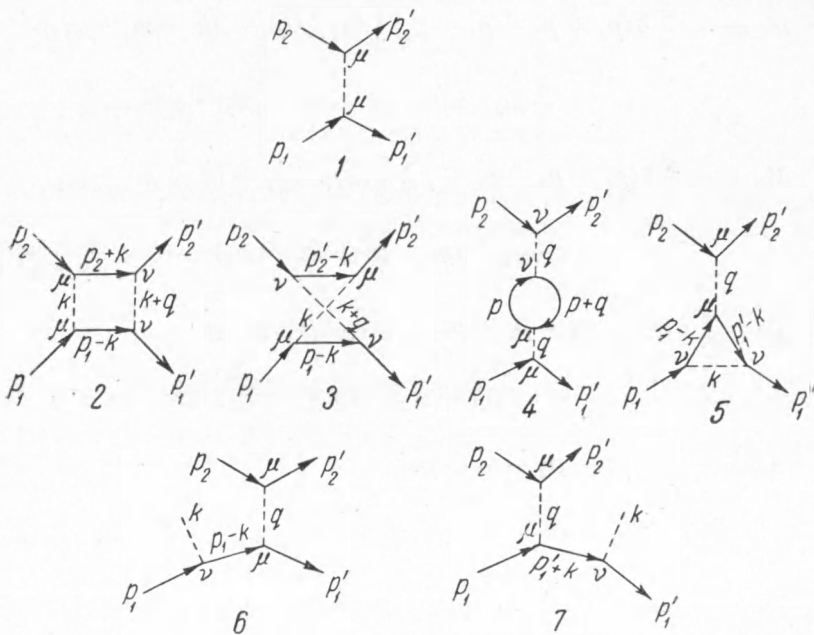


Рис. 1

На этих графиках  $p_1$ ,  $p_2$  и  $p_1'$ ,  $p_2'$  обозначают, соответственно, четырехмерные импульсы электронов до и после рассеяния: 1 — основной эффект (меллеровское взаимодействие), а 2, 3, 4, 5 — радиационные поправки к нему ( $k$  и  $q$  обозначают, соответственно, четырехмерные

импульсы виртуальных фотонов и электрона;  $\mu$  и  $\nu$  — поляризации виртуальных фотонов;  $q = p'_1 - p_1$ ).

Так как матричные элементы, соответствующие графикам 2, 3, 5, расходятся в области малых импульсов виртуальных фотонов («инфракрасная катастрофа»), то мы, как обычно, вводим «массу» фотона  $\lambda$ , которая в дальнейшем исключается учетом, наряду с упругим, неупругого рассеяния электрона на электроне с излучением фотона, энергия которого не превосходит некоторой малой величины  $\Delta\epsilon$ .

Графики, изображающие излучение длинноволновых фотонов, представлены на рис. 1, 6, 7.

Заметим, что наряду с графиками, представленными на рис. 1, необходимо учитывать еще графики, которые получаются из приведенных с помощью замен:

- 1)  $p_1 \rightleftharpoons p_2, p'_1 \rightleftharpoons p'_2$ ;
- 2)  $p_1 \rightarrow p_1, p_2 \rightarrow p_2, p'_1 \rightleftharpoons p'_2$ ;
- 3)  $p'_1 \rightarrow p'_1, p'_2 \rightarrow p'_2, p_1 \rightleftharpoons p_2$

(число этих графиков равно 21).

Графики, которые могут быть получены из графика 1 включением в одну из электронных линий части собственной энергии электрона, мы не рассматриваем, так как после регуляризации соответствующие им матричные элементы равны нулю.

Элементы матрицы рассеяния, соответствующие приведенным графикам, равны:

$$M_1 = 4\pi^2 i \alpha \delta(p_1 + p_2 - p'_1 - p'_2) \frac{1}{q^2} (\bar{u}'_1 \gamma_\mu u_1) (\bar{u}'_2 \gamma_\mu u_2),$$

$$M_2 = -\frac{\alpha^2}{\pi} \delta(p_1 + p_2 - p'_1 - p'_2) \int (\bar{u}'_1 \gamma_\nu (i\hat{p}_1 - i\hat{k} + m)^{-1} \gamma_\mu u_1) \cdot (\bar{u}'_2 \gamma_\nu (i\hat{p} + i\hat{k} + m)^{-1} \gamma_\mu u_2) \frac{d^4 k}{(k^2 + \lambda^2) [(k + q)^2 + \lambda^2]},$$

$$M_3 = -\frac{\alpha^2}{\pi} \delta(p_1 + p_2 - p'_1 - p'_2) \int (\bar{u}'_1 \gamma_\nu (i\hat{p}_1 - i\hat{k} + m)^{-1} \gamma_\mu u_1) \cdot (\bar{u}'_2 \gamma_\mu (i\hat{p}'_2 - i\hat{k} + m)^{-1} \gamma_\nu u_2) \frac{d^4 k}{(k^2 + \lambda^2) [(k + q)^2 + \lambda^2]},$$

$$M_4 = \frac{\alpha^2}{\pi} \delta(p_1 + p_2 - p'_1 - p'_2) \frac{1}{q^4} (\bar{u}'_1 \gamma_\mu u_1) (\bar{u}'_2 \gamma_\nu u_2) \cdot \int \text{spur} \{ \gamma_\nu (i\hat{p} + m)^{-1} \gamma_\mu (i\hat{p} + i\hat{q} + m)^{-1} \} d^4 p,$$

$$M_5 = -\frac{\alpha^2}{\pi} \delta(p_1 + p_2 - p'_1 - p'_2) \cdot \left( \bar{u}'_1 \int \gamma_\nu (i\hat{p}'_1 - i\hat{k} + m)^{-1} \gamma_\mu (i\hat{p}_1 - i\hat{k} + m)^{-1} \gamma_\nu \frac{d^4 k}{k^2 + \lambda^2} u_1 \right) \frac{1}{q^2} (\bar{u}'_2 \gamma_\mu u_2),$$

$$M_6 = - (4\pi)^{1/2} \alpha^{3/2} 2\pi \delta(p_1 + p_2 - p'_1 - p'_2) \frac{1}{q^2} \cdot \left( \bar{u}'_1 \gamma_\mu (i\hat{p}_1 - i\hat{k} + m)^{-1} \frac{\gamma_\nu}{\sqrt{2k_0}} u_1 \right) (\bar{u}'_2 \gamma_\mu u_2),$$

$$M_7 = - (4\pi)^{1/2} \alpha^{3/2} 2\pi \delta(p_1 + p_2 - p'_1 - p'_2) \frac{1}{q^2} \cdot \left( \bar{u}'_1 \frac{\gamma_\nu}{\sqrt{2k_0}} (i\hat{p}'_1 + i\hat{k} + m)^{-1} \gamma_\mu u_1 \right) (\bar{u}'_2 \gamma_\mu u_2),$$

где  $k_0 = \sqrt{k^2 + \lambda^2}$ ,  $\hat{p} = p_\mu \gamma_\mu$ ,  $\bar{u} = u^* \gamma_4$  ( $\gamma_\mu$  — дираковские матрицы,  $u$  — спинорные амплитуды, определяющие состояния электронов).

Из этих матричных элементов расходятся в области больших импульсов виртуальных частиц только элементы  $M_4$  и  $M_5$  (они содержат, соответственно, часть собственной энергии фотона и вершинную часть). Регуляризация матричных элементов  $M_4$  и  $M_5$  может быть произведена с помощью известных методов<sup>(3, 4)</sup>.

Результаты вычислений сечения рассеяния приводят к следующим результатам.

В нерелятивистской области радиационные поправки стремятся к нулю вместе со скоростью электронов.

В релятивистской области при  $p \gg m$  ( $p$  — импульс электронов в системе центра инерции,  $m$  — масса электрона) для углов рассеяния  $\vartheta$ , близких к нулю или к  $\pi$ , удовлетворяющих, соответственно, условию  $p \sin \frac{\vartheta}{2} \sim 1$  или  $p \cos \frac{\vartheta}{2} \sim 1$ , радиационные поправки по порядку величины составляют  $\alpha = \frac{1}{137}$  от основного эффекта. Дифференциальное сечение рассеяния определяется при этом следующей формулой:

$$d\sigma = \frac{\alpha^2 (1 - \beta^2)}{4m^2 \sin^4 \frac{\vartheta}{2}} (1 - \delta_R) d\omega,$$

где

$$\delta_R = \frac{\alpha}{\pi} \left\{ 2 \left( 1 - \frac{1}{3} \text{cth}^2 \Phi \right) \left( 1 - \Phi \text{cth} \Phi \right) - \frac{2}{9} + 4 \left( 1 - 2\Phi \text{cth} 2\Phi \right) \cdot \right. \\ \left. \cdot \left( 1 + \ln \frac{2\Delta\epsilon}{m} \right) + 2 \left( 2\Phi \text{cth} 2\Phi - 1 \right) \ln \frac{2}{1 - \beta} + 2\Phi \text{th} 2\Phi \right\}, \\ \text{sh} \Phi = \begin{cases} p \sin \frac{\vartheta}{2}, & \text{если } p \sin \frac{\vartheta}{2} \sim 1, \\ p \cos \frac{\vartheta}{2}, & \text{если } p \cos \frac{\vartheta}{2} \sim 1, \end{cases}$$

$d\omega$  — элемент телесного угла;  $\beta$  — скорость электронов в системе центра инерции;  $\Delta\epsilon$  — максимальная энергия излучаемого фотона (мы пользуемся системой единиц, в которой  $c = 1$ ,  $\hbar = 1$ ).

Поступило  
2 III 1953

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> J. Schwinger, Phys. Rev., 75, 1912 (1949). <sup>2</sup> L. Elton, H. Robertson, Proc. Phys. Soc., A, 145 (1952). <sup>3</sup> R. Feynman, Phys. Rev., 74, 1439 (1948). <sup>4</sup> F. Dyson, ibid., 75, 1736 (1949).