Доклады Академии Наук СССР
1953. Том LXXXIX, № 5

ФИЗИКА

М. Ф. ШИРОКОВ

К ТЕОРИИ СТРАТ В ГАЗОВОМ РАЗРЯДЕ

(Представлено академиком М. А. Леонтовичем 17 II 1953)

В положительном столбе электрического разряда в газах наблюдается интересное явление светящихся полос, называемых «стратами», сопровождающееся периодическим распределением плотности заряженных частиц, потенциала и других величин.

Все теории [1–6] этого явления, а также других процессов в газовом разряде, в сущности, опираются на приближенные решения кинетического уравнения Больцмана в виде разложения функции распределения f по какому-либо малому параметру:

$$f = f_0 + \varphi_1 + \varphi_2 + \ldots = f_0(1 + \psi_1 + \psi_2 + \ldots), \quad 1 > \psi_1 > \psi_2 \ldots, \tag{1}$$

где f_0 — известная функция распределения Максвелла:

$$f_0 = \nu \left(\frac{m}{3kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{\left(u_\alpha - u_\alpha^0\right)\left(u_\alpha - u_\alpha^0\right)}{2kT}}. \tag{2}$$

Применение этого метода, разработанного Чепменом и Энскогом [7] и Н. Н. Боголюбовым [8], приводит к установлению наличия двух процессов: а) «быстрого», совершающегося за время, примерно равное времени релаксации, приводящего к «синхронизации» функции распределения с «гидродинамическими» величинами, и б) «медленного», соответствующего изменению «гидродинамических» величин.

Разложение (1) может учитывать как процессы (а), так и процессы (б). В последнем случае функция распределения будет максвелловской, причем параметры ее будут функциями координат и времени. Поэтому, если положить $d\tau = du_1\, du_2\, du_3$ и $c^2 = u_1^2 + u_2^2 + u_3^2$,

$$\int \varphi_1\, d\tau = \int \varphi_2\, d\tau = \ldots = 0, \quad \int c^2 \varphi_1\, d\tau = \int c^2 \varphi_2\, d\tau = \ldots = 0. \tag{3}$$

«Стоячие», а также «бегущие» страты перемещаются со скоростью, примерно равной скорости звука, и, несомненно, относятся к типу процессов (б). Поэтому следует признать принципиально неприемлемой трактовку страт на основе решений кинетического уравнения с функциями $\varphi_1, \varphi_2, \ldots$, соответствующими «быстрым» процессам типа (а) не гидродинамического характера, что как раз и делается в большинстве работ по стратам. Страты при такой трактовке должны быть малыми отклонениями от гидродинамического значения плотности, длительность существования которых будет порядка времени релаксации, которое в плазмах при давлениях $p \geqslant 10^{-1} - 10^{-2}$ мм рт. ст. имеет значения $\leqslant 10^{-8} - 10^{-9}$ сек. Хотя при этом для $\varphi_1, \varphi_2, \ldots$ получали не затухающие решения, однако это достигалось искусственным путем, например, необоснованным выбрасыванием из кинетического уравнения членов, учитывающих влияние соударений на функцию распределения ([2], [3], [5]).

Неудивительно, что подобного рода теории не приводили к соответствию с опытом. В частности, по теории А. Власова и И. Базарова ([2,3]) условием существования страт является соотношение между скоростью дрейфа электронов и средней квадратической скоростью их теплового движения:

$$\frac{u^0}{c} > 0{,}75, \tag{4}$$

что явно противоречит опыту, так как в газовых разрядах со стратами во всех случаях

$$\frac{u^0}{c} \cong 10^{-1} - 10^{-3}.$$

Итак, страты должны описываться решениями (1) с функциями $\varphi_1, \varphi_2, \ldots$, соответствующими гидродинамическому приближению, с учетом, однако, неупругих столкновений. Функция φ_1 для электронной или ионной компоненты плазмы будет удовлетворять соотношению ([13]):

$$c\varphi_1 \sigma \nu_a = c\varphi_1 (\sigma_e + \sigma_i + \sigma_r) =$$

$$= \frac{f_0 m}{2kT} \left\{ 2u_\alpha \frac{e}{m} E_\alpha - \frac{2kTu_\alpha}{m\nu} \frac{\partial \nu}{\partial x_\alpha} + \left(3\frac{k}{m} - \frac{c^2}{T}\right) u_\alpha \frac{\partial T}{\partial x_\alpha} + \ldots \right\}, \tag{5}$$

где σ_e, σ_r и σ_i — соответственно, поперечные сечения упругих столкновений, столкновений с испусканием фотонов и ионизацией атомов: k — постоянная Больцмана; $E_\alpha = E_{\alpha e} + E_{\alpha i}$ — сумма электрических полей внешнего и самих заряженных частиц; ν_a — число нейтральных атомов в единице объема.

В случае страт в (5) можно считать малыми члены, пропорциональные градиентам температур и скоростей. Тогда подстановка $f = f_0 + \varphi_1$ в исходное кинетическое уравнение и интеграция в пространстве скоростей приводит к известному диффузионному уравнению

$$\frac{\partial \nu}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_\alpha}\left(\nu \overline{u}_\alpha - D \frac{\partial \nu}{\partial x_\alpha}\right) = \beta \nu, \tag{6}$$

в котором величины $\overline{u}_\alpha$, D и β могут быть вычислены, если известна зависимость σ от скорости и других параметров. Приближенно, полагая $\sigma \simeq \sigma_e = \mathrm{const}$ и вводя средний пробег $\lambda = 1/\sigma_e \nu_a$, легко найти, что

$$\overline{u}_\alpha = \frac{eE_\alpha}{kT} D, \quad D = \frac{1}{3} \lambda \overline{c}. \tag{7}$$

В случае стоячих страт $\partial \nu / \partial t = 0$. Кроме того, считая, что они образуются в цилиндрических трубках, преобразуем уравнение (6) к цилиндрической системе координат, в которой оно, если направить ось $x_1 = x$ по оси трубки и положить не равной нулю только $E_l = E$, примет вид:

$$\frac{u}{D} \frac{d\nu}{dx} - \frac{d^2 \nu}{dx^2} - \frac{1}{r} \frac{d}{dr}\left(r \frac{d\nu}{dr}\right) + \frac{\beta}{D} \nu = 0. \tag{8}$$

Решением (8) будет

$$\nu = \nu_0 J_0 (k_r r)\, e^{ik_x x}, \tag{9}$$

где $J_0(k_r r)$ — функция Бесселя 1-го рода нулевого порядка.

Если положить концентрацию электронов на стенке трубки радиуса R равной нулю и, следовательно, $J_0(k_r R) = 0$, то

$$k_r R = 2{,}4. \tag{10}$$

Подставляя (10) в (8), найдем:

$$k_x^2 + k_r^2 + \frac{i\bar{u}}{D} k_x = \frac{\beta}{D} = 0. \tag{11}$$

Отождествляя периодичность в направлении оси x со стратами, для пространственного периода их будем иметь

$$l = \frac{2\pi}{k_x}. \tag{12}$$

Полагая

$$k_r = \alpha k_x, \tag{13}$$

из (11) получим

$$k_x = -\frac{i\bar{u}}{2(1+\alpha^2)D} \pm \sqrt{\frac{\beta}{(1+\alpha^2)D} - \frac{\bar{u}^2}{4(1+\alpha^2)^2 D^2}}. \tag{14}$$

Отсюда

$$l = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{\beta}{(1+\alpha^2)D} - \frac{\bar{u}^2}{4(1+\alpha^2)^2 D^2}}}. \tag{15}$$

Условием существования страт будет малость 2-го члена под знаком корня по сравнению с 1-м; если принять во внимание (7), это запишется в виде

$$\frac{\bar{u}}{\bar{c}} < \frac{2\lambda}{3}\sqrt{(1+\alpha^2)\frac{\beta}{D}}. \tag{16}$$

С другой стороны, из (10), (12) и (13)

$$l = 2{,}6\alpha R. \tag{17}$$

Поэтому, принимая во внимание (15) и (17), формулу (16) приближенно можно записать так:

$$\frac{\bar{u}}{\bar{c}} < \frac{1{,}6(1+\alpha^2)}{\alpha}\frac{\lambda}{R}. \tag{16a}$$

Вычисление α, как нетрудно убедиться, фактически сводится к вычислению β/D. Действительно, согласно (15) и (17), учитывая (16),

$$\frac{\beta}{D} = \frac{2{,}4}{R}\sqrt{\frac{1+\alpha^2}{\alpha^2}}. \tag{18}$$

Теоретическое вычисление β/D затруднительно и связано с принятием ряда допущений. Экспериментально β/D обычно определяют, исходя из предположения диффузии электронов только на стенки сосуда, что соответствует принятию $\alpha = \infty$. Тогда

$$\frac{\beta}{D} = \frac{2{,}4}{R}. \tag{18a}$$

По сути дела соотношение (18) дает новую более точную формулу вычисления β/D по экспериментальным данным, в которую нужно подставлять α, найденные при помощи (17) по экспериментальным величинам периодов страт. Результаты подобного рода вычислений для α приведены в табл. 1.

Взятые из таблицы α приводят по формуле (18) к значениям β/D приблизительно того же порядка, что и по (18a). Так как последние соответствуют теоретическим значениям β/D, то отсюда вытекает, что наши теоретические формулы для периода страт (15) и (17) будут с удовлетворительной степенью точности воспроизводить экспериментальные данные, если при вычислении пользоваться значениями β / D, даваемыми теми или иными теориями, что можно рассматривать как доказательство соответствия действительности как этих теорий, так и наших соотношений для страт. Условия существования страт (16) и (16а) также оказываются выполненными, причем еще раз обнаруживается несостоятельность аналогичного соотношения (4), полученного в других работах [2,3]. Страты, согласно (16а), могут существовать и тогда, когда скорости дрейфа электронов $\overline{u} = 0$, что будет иметь место при высокочастотном разряде. В этом случае уравнения (6) и (8) можно усреднить по времени, вследствие чего из них выпадут члены $\frac{\partial \nu}{\partial t}$ и $\overline{u} \frac{d\nu}{dx}$. Все предыдущие формулы для страт останутся в силе, если в них везде положить $\overline{u} = 0$. Теория и в данном случае будет соответствовать эксперименту, что показывает табл. 1, в которой помещены данные Х. Джерпетова и А. Зайцева [12] по стратам в высокочастотном разряде.

Таблица 1

Газ	Давление в мм рт. ст.	Радиус трубки в см	Расстояние между головками страт в см	α	Лит. источник
H_2	0,68	1,1	0,9	0,32	(9)
N_2	0,16	3,9	6,0	0,6	(10)
Ne	—	1	3	1,2	(11)
Ar	—	1	3,5	1,3	(11)
Ne	1,18	0,55	1,3	0,91	(12)
„	1,18	0,85	1,9	0,87	(12)
„	1,18	1,05	2,5	0,96	(12)
„	1,18	1,5	3,6	0,92	(12)

В заключение отметим возможность существования страт (еще давно указанную Морзе [1]) при отсутствии ионизации ($\beta = 0$) за счет изменения в концентрации электронов ν и ионов ν_i и образования вследствие этого внутреннего поля частиц, подчиняющегося уравнению

$$\frac{\partial E_{\alpha i}}{\partial x_\alpha} = -4\pi (\nu - \nu_i)\, e.$$

В этом случае в задаче одного измерения уравнение (6) приводит также к периодическим решениям вида $\nu = \nu_0 e^{ikx}$, в которых

$$k = -\frac{i\overline{u}}{2D} \pm \sqrt{-\frac{\overline{u}^2}{4D^2} + \frac{1}{d^2}},$$

где d — дебаевское расстояние.

Повидимому, именно такие страты вытекают из теории А. Логунова [6]. Они, вероятно, по величине амплитуды представляют эффект 2-го порядка малости по отношению к стратам, вызванным ионизацией. Кроме того пространственные периоды их малы по сравнению с периодами наблюдаемых страт.

В заключение выражаю благодарность В. Л. Грановскому, С. В. Гвоздоверу и А. А. Зайцеву за ценные дискуссии.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
31 I 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] P. Morse, Phys. Rev., 31, 1003 (1928). [2] А. Власов, И. Базаров, ЖЭТФ, 20, 1098 (1950). [3] А. Власов, Теория многих частиц, 1950. [4] Ю. Климонтович, 21, 1284, 1292 (1951). [5] Г. Гордеев, ЖЭТФ, 22, 231 (1952). [6] А. Логунов, ЖЭТФ, 20, 458 (1950). [7] S. Chapman, F. Cowling, The Mathematical Theory of Non-Uniform Gases, Cambridge, 1939. [8] Н. Боголюбов, Проблемы динамической теории в статистической физике, 1946. [9] H. Pauli, Z. f. Phys., 97, 335 (1935). [10] D. Oettingen, Ann. d. Phys., 19, 519 (1934). [11] А. Зайцев, Вестн. МГУ, № 10 (1950). [12] Х. Джерпетов, А. Зайцев, ДАН, 89, № 5 (1953). [13] J. Jeans, Dinamische Theorie der Gase, Braunschweig, 1926.