

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КЛАССИЧЕСКИХ МЕТОДОВ МЕХАНИКИ
В РЕШЕНИИ СТАТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ВЫСТУПАЮЩЕГО
В РОЛИ ИСПОЛНИТЕЛЬНОГО ЭЛЕМЕНТА ЭЛЕКТРО-
МАГНИТНОГО ПРИВОДА ФЕРРОМАГНИТНОГО КРИСТАЛЛА
С ЭФФЕКТОМ ПАМЯТИ ФОРМЫ *Ni-Mn-Ga* С ЕДИНИЧНОЙ
МАРТЕНСИТНОЙ ПРОСЛОЙКОЙ, ВОЗВРАЩАЕМОГО
В ИСХОДНОЕ СОСТОЯНИЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПРУЖИНЫ**

Василевич Ю. В.¹, Остриков В. О.², Остриков О. М.³

¹*Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь*

²*УО «Гомельский государственный технический университет
имени П. О. Сухого», Гомель, Беларусь*

³*УО «Белорусский государственный университет транспорта»,
Гомель, Беларусь*

Введение. Ферромагнитные кристаллы с магнитной памятью формы обладают редкими свойствами, такими как быстрое время срабатывания и большая величина изменения линейных размеров, благодаря чему данные сплавы нашли применение в качестве элементов линейных и вращательных приводов. Использование сплавов с магнитной памятью формы привлекательно для использования их в приводах нового типа благодаря их способности изменения линейных размеров, равного 6 % [1] и 9,5 % [2], возникающей вследствие действия магнитного поля до 400 кА/м.

Применение принципа возвратно-поступательного движения стало основой для создания линейных приводов, таких как пневматические [3] и гидравлические клапаны [4], а также автоматических выключателей [5]. Главной трудностью в создании приводов возвратно-поступательного действия является сила, создаваемая пружиной в процессе растяжения сплава с магнитной памятью формы, что ведет к необходимости исследования приводов с различной жесткостью пружин [6].

Цель работы: применить известные экспериментально полученные данные для решения статической задачи, в случае возвращаемого в исходное состояние силой, создаваемой пружиной ферромагнитного кристалла с памятью формы, входящего в состав электромагнитного привода в роли рабочего элемента.

Постановка задачи.

Электромагнитный привод на основе соленоида (рисунок 1) является измененным датчиком магнитного поля, предложенным *A. Malla* [7] для тестирования *terfenol-D*. Данный электромагнитный привод использует в качестве исполнительного элемента ферромагнитный кристалл с памятью формы, находящийся под действием комбинированного действия сил со

стороны магнитного поля, приводящего к увеличению линейных размеров и пружины, действие которой возвращает кристалл в исходное состояние. Данный режим работы описан в работе [8].

Электромагнитные приводы на основе сплава с магнитной памятью формы, аналогичные показанному на рисунке 1, обладают рядом преимуществ по сравнению с электромагнитными преобразователями. К ним относятся меньший вес и объем привода [9].

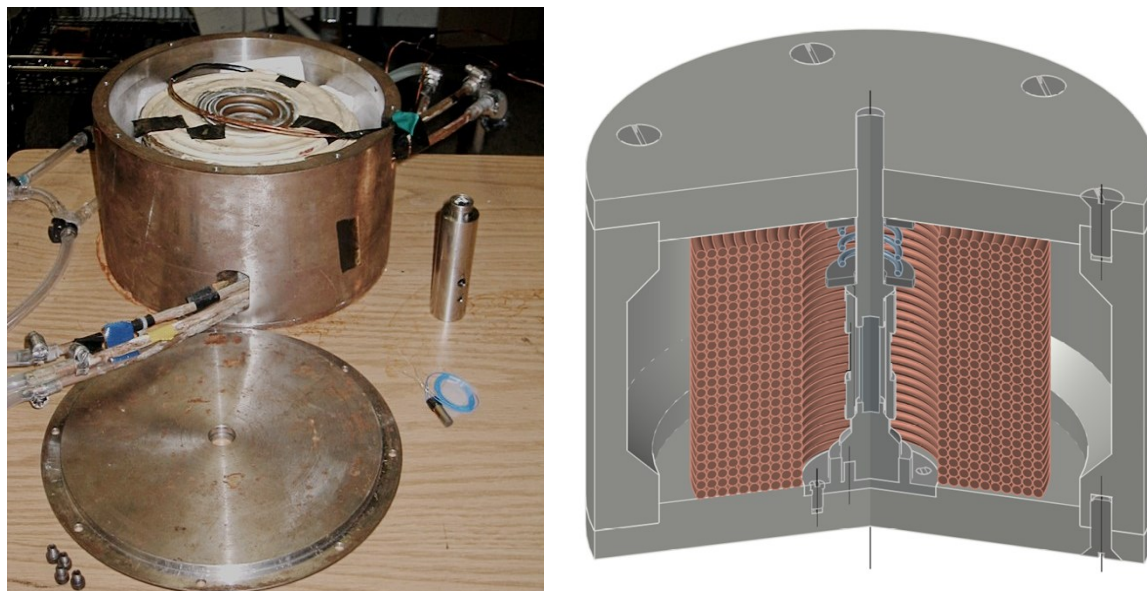


Рис. 1. Электромагнитный измерительный преобразователь на основе кристалла $NiMnGa$, совершающего возвратно-поступательные движения в результате воздействия магнитного поля и пружины [9]

Принцип работы электромагнитного привода (рисунок 2) заключается в возвратно-поступательном перемещении штока 5 в результате прохождения магнитного поля через ферромагнитный кристалл с памятью формы 8. Использование магнитных и немагнитных деталей привода позволяет добиться сконцентрированного прохождения через кристалл магнитного поля максимальной величины. Таким образом, внешний корпус, состоящий из цилиндрического основания 3, верхней 1 и нижней 2 крышки, изготовлен из ферромагнитной стали, что обеспечивает прохождение по ним магнитного поля. Фиксация ферромагнитного кристалла с памятью формы 8 осуществляется при помощи основания 6 и штока 5, также изготовленных из магнитной стали. Наилучшее прохождение магнитного поля к кристаллу осуществляется благодаря центральной секции 7, являющейся корпусом держателя кристалла, изготовленного из немагнитной стали.

Создаваемое соленоидом 4 магнитное поле приводит к изменению линейных размеров призматического кристалла из сплава $Ni-Mn-Ga$ в результате образования больших деформаций, обусловленных квазиупругостью, связанной с переориентацией мартенситных двойников [10], а также

к сжатию пружины 9. После прекращения действия магнитного поля возвращение образца в исходное состояние осуществляется пружиной 9.

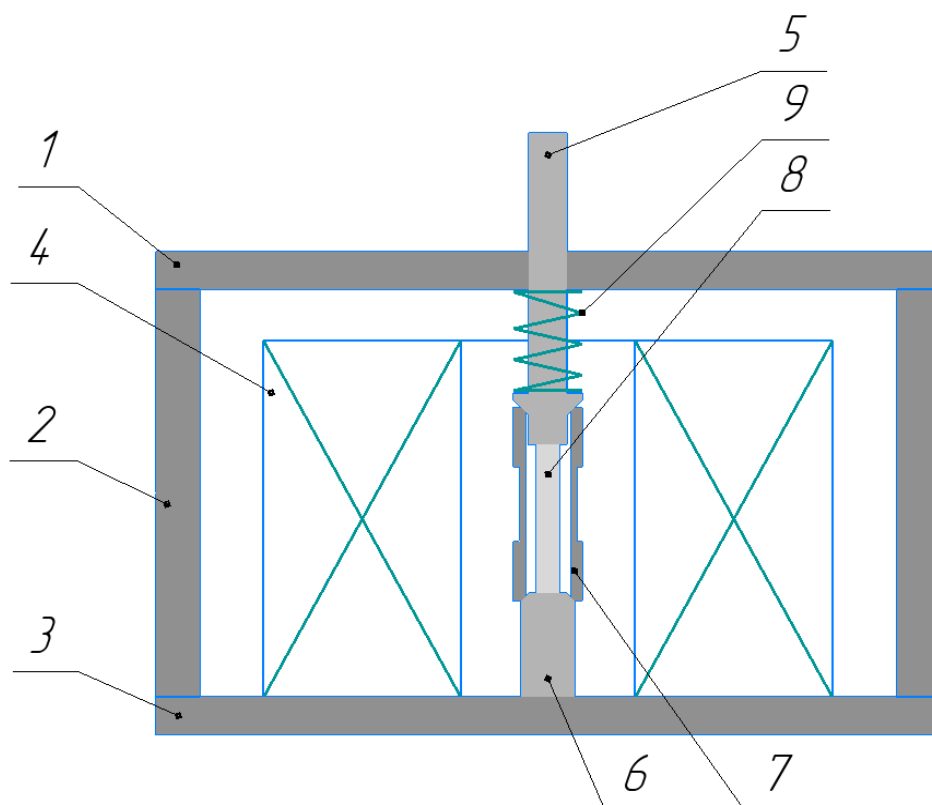


Рис. 2. Схематическое изображение составных частей электромагнитного привода на основе соленоида и ферромагнитного кристалла с памятью формы в роли рабочего элемента

Из данных, полученных в [7] максимальное обратимое удлинение образца достигается при величине магнитного поля, создающего на границах раздела аустенит/мартенсит силы $F_{C(mag)}$ и $F_{B(mag)}$ (рисунок 3) равные 1,85 Н.

Для работы системы сила действия пружины \vec{F}_S , направленная под углом γ (рисунок 3), должна быть подобрана таким образом, чтобы образец под действием магнитного поля обладал возможностью изменения линейных размеров для толкания штока и для возвращения ферромагнитного кристалла в исходное состояние после прекращения действия магнитного поля. В работе [7] показано, что после прекращения действия магнитного поля возвращение образца достигается напряжением, создаваемым пружиной, равным 1,5 МПа.

Используя известные параметры кристаллической решетки a и c ($c/a = 0,94$), в [7] определен угол поворота границ раздела аустенит/мартенсит к поверхности кристалла $\psi = 43,23^\circ$ и угол поворота мартенситной прослойки относительно поверхности кристалла $\phi = 3,54^\circ$, а заданное направление действия пружины $\gamma = 10^\circ$ позволяет определить углы, под

которыми действуют сдвиговые силы $\vec{F}_{\tau(1)}$ и $\vec{F}_{\tau(2)}$ – $\varepsilon = \chi = 40,08^\circ$, $\mu = \eta = 50,08^\circ$ и силы нормальной реакции $\vec{N}_{(1)}$ и $\vec{N}_{(2)}$ – $\delta = \beta = 50,32^\circ$, $\lambda = \vartheta = 41,08^\circ$ относительно осей XU , $X'Y'$. Длины аустенитных частей и мартенситной прослойки примем равными: $l_a = 1,56$ мм и $l_m = 0,47$ мм.

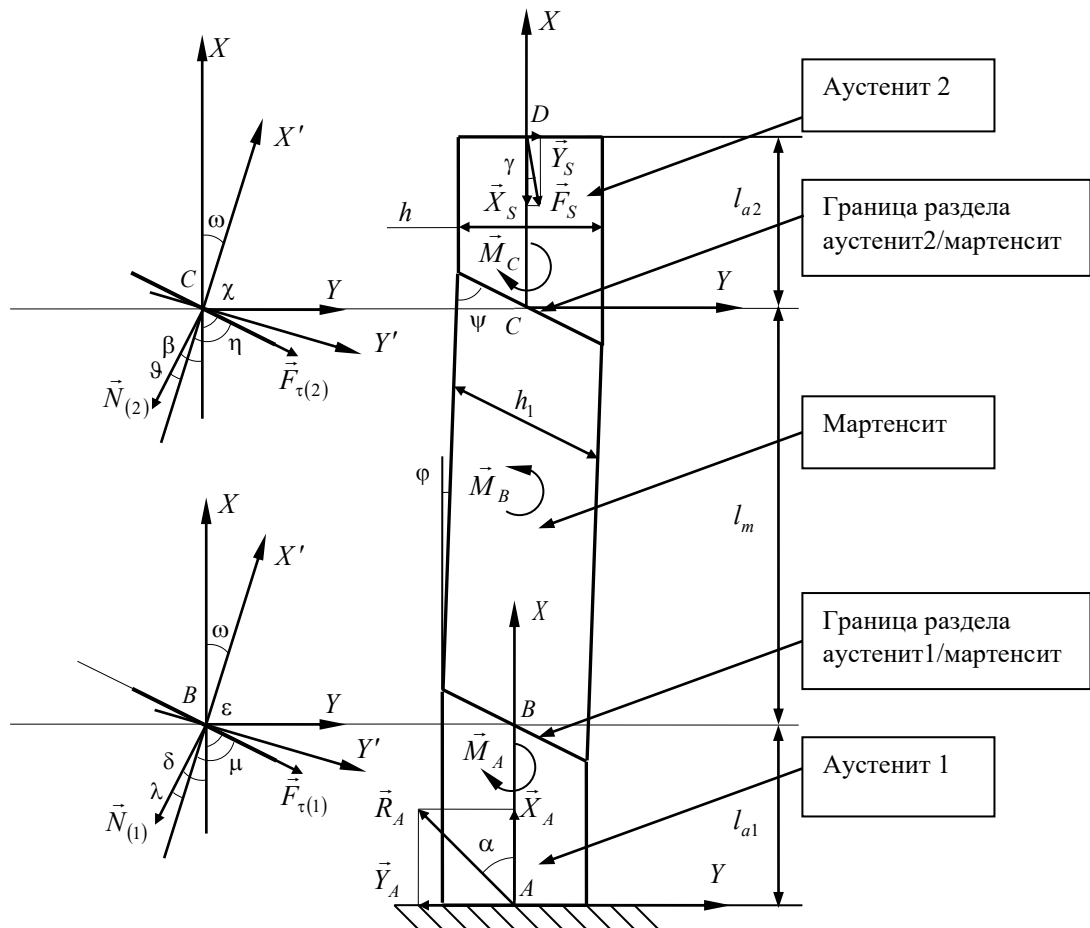


Рис. 3. Схематическое изображение выступающего в роли исполнительного элемента ферромагнитного кристалла с памятью формы, совершающего возвратно-поступательные перемещения под действием магнитного поля и пружины

Рассмотрим случай возвращения в исходное состояние, нагруженного в результате действия пружины ферромагнитного кристалла с памятью формы, входящего в состав электромагнитного привода и выступающего в роли исполнительного элемента.

Из рисунка 3 видно, что пружина создает на незакрепленном торце силу \vec{F}_S , действие которой приводит к возникновению на границах раздела аустенит/мартенсит сил нормальной реакции $\vec{N}_{(1)}$ и $\vec{N}_{(2)}$, а также сдвиговые силы $\vec{F}_{\tau(1)}$ и $\vec{F}_{\tau(2)}$, требующие их определения.

Решение статической задачи производится с использованием классических методов механики (метод узлов, метод сил, метод моментов).

В работах [11–16] заложена основа применения классических методов механики для решения такого типа задач.

Решение задачи.

1. Составим систему уравнений для второго аустенитного объема, на незакрепленный торец которого действует сила \vec{F}_S (рисунок 3):

$$\sum F_{iX} = -F_S \cos \gamma - N_{(2)} \cdot \cos \beta - F_{\tau(2)} \cdot \cos \chi = 0, \quad (1)$$

$$\sum F_{iY} = F_S \sin \gamma - N_{(2)} \cdot \sin \beta + F_{\tau(2)} \cdot \sin \chi = 0, \quad (2)$$

$$\sum_i M_C(F_i) = -F_S l_{a2} \sin \gamma + M_C = 0, \quad (3)$$

где M_C – момент силы второго аустенитного объема.

Из (1)–(3) получим

$$N_{(2)} \cdot \cos \beta = -F_{\tau(2)} \cdot \cos \chi - F_S \cos \gamma, \quad (4)$$

$$F_{\tau(2)} \cdot \sin \chi = N_{(2)} \cdot \sin \beta - F_S \sin \gamma, \quad (5)$$

$$M_C = F_S l_{a2} \sin \gamma. \quad (6)$$

2. Система уравнений для мартенситной прослойки (рисунок 3) будет иметь вид:

$$\sum F_{iX'} = -N_{(2)} \cdot \cos \vartheta - F_{\tau(2)} \cdot \cos \eta - N_{(1)} \cdot \cos \lambda - F_{\tau(1)} \cdot \cos \mu = 0, \quad (7)$$

$$\sum F_{iY'} = -N_{(2)} \cdot \sin \vartheta + F_{\tau(2)} \cdot \sin \eta - N_{(1)} \cdot \sin \lambda + F_{\tau(1)} \cdot \sin \mu = 0, \quad (8)$$

$$\sum_i M_B(F_i) = M_C - F_{\tau(2)} l_m \sin \eta - M_B = 0, \quad (9)$$

где M_B – момент силы мартенситной прослойки.

Из (7)–(9) получим

$$N_{(1)} \cdot \cos \lambda = -N_{(2)} \cdot \cos \vartheta - F_{\tau(2)} \cdot \cos \eta - F_{\tau(1)} \cdot \cos \mu, \quad (10)$$

$$F_{\tau(1)} \cdot \sin \mu = N_{(2)} \cdot \sin \vartheta - F_{\tau(2)} \cdot \sin \eta + N_{(1)} \cdot \sin \lambda, \quad (11)$$

$$M_B = -F_{\tau(2)} l_m \sin \eta + F_S l_{a2} \sin \gamma. \quad (12)$$

3. Составим систему уравнений для первого аустенитного объема, находящегося в жестком закреплении (рисунок 3):

$$\sum F_{iX} = -N_{(1)} \cdot \cos \delta - F_{\tau(1)} \cdot \cos \varepsilon + X_A = 0, \quad (13)$$

$$\sum F_{iY} = -N_{(1)} \cdot \sin \delta + F_{\tau(1)} \cdot \sin \varepsilon - Y_A = 0, \quad (14)$$

$$\sum_i M_A(F_i) = F_{\tau(1)} l_{a1} \sin \varepsilon + M_C - M_B + M_A = 0, \quad (15)$$

где M_C – момент силы первого аустенитного объема.

Из (13)–(15) следует

$$X_A = N_{(1)} \cdot \cos \delta + F_{\tau(1)} \cdot \cos \varepsilon, \quad (16)$$

$$Y_A = -N_{(1)} \cdot \sin \delta + F_{\tau(1)} \cdot \sin \varepsilon, \quad (17)$$

$$M_A = -F_{\tau(1)} l_{a1} \sin \varepsilon - F_S l_{a2} \sin \gamma + F_{\tau(2)} l_m \sin \eta - F_S l_{a2} \sin \gamma. \quad (18)$$

Для силы R_A , действующей в точке A , справедливо:

$$\vec{R}_A = X_A \vec{i} + Y_A \vec{j}; R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}; \operatorname{tg} \alpha = \frac{Y_A}{X_A}, \quad (19)$$

где \vec{i} и \vec{j} – единичные векторы ортонормированного базиса, направленные вдоль осей AX и AY , соответственно;

\vec{X}_A и \vec{Y}_A – составляющие силы \vec{R}_A ;

α – неизвестный угол наклона вектора \vec{R}_A к оси AX .

Окончательно расчеты показали, что при создаваемом пружиной возвратном напряжении 1,5 МПа величина сдвиговых сил $\vec{F}_{\tau(1)}$ и $\vec{F}_{\tau(2)}$, сил нормальной реакции $\vec{N}_{(1)}$ и $\vec{N}_{(2)}$ и реакции на закрепленном торце образца \vec{R}_A действующей под углом α , с учетом величины сечения образца 1 мм², равны: $N_{(2)} = -0,572$ Н; $F_{\tau(2)} = -1,097$ Н; $N_{(1)} = 10,573$ Н; $F_{\tau(1)} = -8,431$ Н; $\alpha = -88,18^\circ$; $X_A = 0,262$ Н; $Y_A = -13,52$ Н; $R_A = 13,523$ Н.

Заключение. Используя классические методы механики, решена статическая задача для возвращаемого в первоначальное состояние под действием напряжения, создаваемого пружиной, закрепленного ферромагнитного кристалла с памятью формы, выступающего в роли исполнительного

элемента электромагнитного привода. Рассчитаны величины сил, действующих на границах раздела аустенит мартенсит и реакции в месте жесткого закрепления образца.

ЛИТЕРАТУРА

1. 6% magnetic-field-induced strain by twin-boundary motion in ferromagnetic Ni-Mn-Ga / S. J. Murrey, M. Marioni, S. M. Allen, R. C. O'Handley // *Appl. Phys. Lett.* – 2000. – V. 77. – P. 886–888.
2. Temperature dependence of twinning stress of Type I and Type II twins in 10M modulated Ni-Mn-Ga martensite / L. Straka, A. Soroka, H. Seiner [et al.] // *Scripta Materialia.* – 2012. – V. 67. – P. 25–28.
3. Energy efficient multistable valve driven by magnetic shape memory alloys / T. Schiepp, R. Schnetzler, L. Riccardi, M. Laufenberg // *Proc. 10th Int. Fluid Power Conf.* – 2016. – V. 3. – P. 491–502.
4. Design and performance analysis of hydraulic switching valve driven by magnetic shape memory alloy / H. Shi, Z. Liu, H. Wang, X. Mei // *Adv. Mech. Eng.* – 2021. – V. 13, n. 5. – P. 115.
5. Combined thermal and magnetic tripping of MSM / S. Breisch, A. Tueysuez, M. Schautzgy, M. Laufenberg // *Proc. ACTUATOR 16th Int. Conf. New Actuat.* – 2018. – V. 4, n. 1. – P. 123.
6. Lindquist, P. L. Working Ni-Mn-Ga single crystals in a magnetic field against a spring / P. L. Lindquist, P. Müllner // *Shape Memory and Superelasticity.* – 2015. – V. 1. – P. 69–77.
7. Effect of composition on the magnetic and elastic properties shape-memory Ni-Mn-Ga / A. Malla, M. Dapino, T. Lograsso, D. Schlagel // *Proceedings of SPIE Smart Structures and Materials.* – 2003. – P. 5053-29.
8. MSM actuators: Design rules and control strategies / B. Holz, L. Riccardi, H. Janocha, D. Naso // *Adv. Eng. Mater.* – 2012. – V. 14, n. 8. – P. 668–681.
9. Ullakko, K. Stabilizing a fine twin structure in Ni-Mn-Ga sample by coatings and ion implantation / K. Ullakko, M. Chmielus, P. Müllner // *Scripta Materialia.* – 2015. – V. 94. – P. 44–43.
10. Giant magnetic-field-induced strain in Ni-Mn-Ga micropillars / D. Musiienko, L. Straka, L. Klima [et al.] // *ACTUATOR 2018; 16th International Conference on New Actuators.* – 2018. – V. 150. – P. 173–176.
11. Остриков, В. О. Статика и динамика границы раздела аустенит/мартенсит в нагруженном призматическом монокристалле с эффектом памяти формы, находящемся в жесткой заделке / В. О. Остриков, О. М. Остриков // *Машиностроение: республиканский межведомственный сборник научных трудов / Белорусский национальный технический университет; гл. ред. В. К. Шелег. – Мн. : БНТУ, 2021. – Вып. 33. – С. 139–147.*
12. Остриков, В. О. Статическая и динамическая задача для единичной мартенситной прослойки в ферромагнитном монокристалле с эффектом памяти формы, находящемся в магнитном поле в жесткой заделке /

В. О. Остриков, О. М. Остриков // Проблемы физики, математики и техники. – 2023. – № 1(54). – С. 43–46.

13. Василевич, Ю. В. Статика и динамика границы раздела аустенит / мартенсит в призматическом ферромагнитном монокристалле с эффектом памяти формы, находящемся в жесткой заделке и магнитном поле / Ю. В. Василевич, В. О. Остриков, О. М. Остриков // Машиностроение : республиканский межведомственный сборник научных трудов / Белорусский национальный технический университет ; редкол.: В. К. Шелег (гл. ред.) [и др.]. – Мн. : БНТУ, 2023. – Вып. 34. – С. 131–139.

14. Василевич, Ю. В. Статика и динамика границ раздела аустенит / мартенсит мартенситной прослойки в нагруженном призматическом ферромагнитном монокристалле с эффектом памяти формы, находящемся в жесткой заделке / Ю. В. Василевич, В. О. Остриков, О. М. Остриков // Машиностроение : республиканский межведомственный сборник научных трудов / Белорусский национальный технический университет; редкол.: В. К. Шелег (гл. ред.) [и др.]. – Мн. : БНТУ, 2023. – Вып. 34. – С. 139–146.

15. Остриков, В. О. Расчет сил, действующих на непараллельных границах раздела аустенит / мартенсит в ферромагнитном монокристалле с памятью формы, находящемся в жесткой заделке / В. О. Остриков, О. М. Остриков // Известия Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. Естественные науки. – 2024. – № 3 (144). – С. 116–121.

16. Василевич, Ю. В. Статическая задача механики для границ раздела мартенситной прослойки в случае одноосного растяжения/сжатия ферромагнитного кристалла с эффектом памяти формы / Ю. В. Василевич, В. О. Остриков, О. М. Остриков // Машиностроение : республиканский межведомственный сборник научных трудов / Белорусский национальный технический университет ; редкол.: В. К. Шелег (гл. ред.), Л. М. Акулович, В. Л. Басинюк [и др.]. – Мн. : БНТУ, 2025. – Вып. 36. – С. 173–183.

Поступила: 04.08.2025