Доклады Академии Наук СССР
1953. Том LXXXIX, № 5

ФИЗИКА

Л. Б. ОКУНЬ

К ТЕОРИИ ОБРАЗОВАНИЯ ПАР ПРИ СТОЛКНОВЕНИИ ТЯЖЕЛЫХ ЧАСТИЦ

(Представлено академиком М. А. Леонтовичем 16 II 1953)

При столкновении тяжелой частицы (например, протона или α-частицы) с ядром может образоваться электронно-позитронная пара. Рождение пар при столкновениях нерелятивистских ($\beta \ll 1$) тяжелых частиц рассматривалось в четырех работах.

Гайтлер и Нордгейм ([1]) нашли лишь порядок величины сечения этого процесса:

$$\sigma \sim \sigma_0 \equiv \left(Z\zeta \frac{\alpha}{\beta} \frac{m}{\mu}\right)^2 r_0^2. \tag{1}$$

Здесь m — масса электрона; $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c}$; $\beta = \frac{v}{c}$; $r_0 = \frac{e^2}{mc^2}$; $Z = Z_1 Z_2$; $\mu = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}$; $\zeta = \mu\left(\frac{Z_1}{M_1} - \frac{Z_2}{M_2}\right)$, где Z_1, Z_2 и M_1, M_2 — заряды и массы сталкивающихся частиц, а v — их относительная скорость.

Результат Оппенгеймера ([2]), полученный в полуклассическом приближении (с помощью формулы Крамерса), равен

$$\sigma = \frac{16}{9\sqrt{3}} \sigma_0 \ln^2 \frac{T}{mc^2}, \tag{2}$$

где T — кинетическая энергия сталкивающихся частиц.

Как в ([1]), так и в ([2]) сталкивающиеся частицы рассматривались как точечные заряды. Однако, если кинетическая энергия частиц много больше кулоновского барьера ($T\rho \gg Ze^2$, где ρ — радиус ядра), то такое рассмотрение незаконно.

Е. М. Лифшиц ([3]) вычислил ту часть сечения, за которую ответственно в этом случае кулоновское взаимодействие, и получил

$$\sigma = \frac{64}{27\pi} \sigma_0 \ln^3 \frac{\hbar v}{\rho mc^2}. \tag{3}$$

А. Б. Мигдалом ([4]) было показано, что если изменение скорости сталкивающихся частиц происходит за время, много меньшее времени рождения пары, то вероятность рождения пары не зависит от взаимодействия, вызвавшего это изменение. Для этого случая им была найдена вероятность образования пары при данном изменении скорости сталкивающихся частиц. Умножив полученный им результат на резерфордовское сечение и проинтегрировав по углам отклонения налетающей частицы и энергиям пары, как это сделано в ([3]), получим

$$\sigma = \frac{16}{27\pi} \sigma_0 \ln^3 \frac{\hbar v}{\rho mc^2}. \tag{4}$$

Сравнивая формулы (1) — (4), мы видим, что среди них нет двух одинаковых. Поэтому представляет известный интерес установление правильного результата.

Воспользуемся тем, что сечение рождения пары с энергией εmc^2 равно сечению излучения кванта с той же энергией, умноженному на коэффициент конверсии квантов в пары. Легко показать, что размеры «излучающей области» при столкновении медленных тяжелых частиц малы по сравнению с размерами области, в которой происходит образование пары. (Это является следствием того факта, что изменение импульса тяжелых нерелятивистских частиц много больше импульса пары.) Поэтому можно считать, что пары рождаются в основном в волновой области нашего «излучателя». В этой области излучение нерелятивистских частиц дипольно. Коэффициент конверсии дипольного излучения был вычислен в ряде работ (см., например, статью Тиссы ([5]) *) и равен

$$\frac{2\alpha}{3\pi}\left(\ln 2\varepsilon - \frac{5}{3}\right).$$

В результате, ограничиваясь логарифмической точностью, получим

$$\sigma = \int\limits_{2}^{\varepsilon_{max}} \frac{2\alpha}{3\pi} \ln \varepsilon \, d\varkappa_\varepsilon. \tag{5}$$

Сечение тормозного излучения $d\varkappa_\varepsilon$ хорошо известно ([6]). Поэтому (5) дает возможность получить результат, справедливый, в отличие от формул (1) — (4) **, во всей области $\beta \ll 1$.

Рассмотрим предельные случаи, когда интегрирование (5) особенно просто.

а) Пусть применимо борновское приближение ($\beta \gg Z\alpha$) и частица может «задевать» ядро ($T\rho \gg Ze^2$). Следуя ([3]), найдем ту часть сечения, за которую ответственно в этом случае кулоновское взаимодействие. Интегрируя борновское выражение для сечения тормозного излучения по углам отклонения излучающей частицы, получаем

$$d\varkappa_\varepsilon = \frac{16}{3}\frac{\sigma_0}{\alpha} \ln \frac{\hbar v}{\rho \varepsilon mc^2} \frac{d\varepsilon}{\varepsilon}. \tag{6}$$

В (6) под логарифм вошло отношение максимального угла отклонения к минимальному. Подставляя (6) в (5) и выполняя интегрирование, получаем

$$\sigma = \frac{16}{27\pi} \sigma_0 \ln^3 \frac{\hbar v}{\rho mc^2}, \tag{7}$$

что в точности совпадает с (4). Проверка показывает, что в ([3]) допущена ошибка при вычислении «следа»; если ее исправить, то и результат работы ([3]) совпадает с (7).

В случае, когда справедливо квази-классическое приближение ($\beta \ll Z\alpha$) и поле ядра можно рассматривать как поле точечного заряда

---

* В работе ([5]) неправильно вычислен интеграл, что было показано А. Б. Мигдалом ([4]). Однако эта ошибка компенсируется другой, возникшей из-за неверной записи дипольного потенциала, и результат Тиссы правилен.

** Как и формула (5), формула (2) получена Оппенгеймером ([2]) умножением сечения тормозного излучения на дипольный коэффициент конверсии. Однако в ([2]) столкновение тяжелых частиц с самого начала рассматривалось классически, что справедливо лишь для таких значений β, для которых $Z\alpha / \beta \gg 1$.

($T\rho \ll Ze^2$), воспользуемся формулами классической теории ([7]):

$$\text{при } \frac{\varepsilon}{\delta} \ll 1 \qquad d\varkappa_\varepsilon = \frac{16}{3}\frac{\sigma_0}{\alpha} \ln \frac{\delta}{\varepsilon}\frac{d\varepsilon}{\varepsilon}; \tag{8}$$

$$\text{при } \frac{\varepsilon}{\delta} \gg 1 \qquad d\varkappa_\varepsilon = \frac{16\pi}{3\sqrt{3}}\frac{\sigma_0}{\alpha} e^{-2\pi\frac{\varepsilon}{\delta}}\frac{d\varepsilon}{\varepsilon}. \tag{9}$$

Здесь $\delta = \frac{\mu}{m}\frac{\beta^3}{Z\alpha}$ — параметр адиабатичности, равный отношению характерного времени рождения пары $\frac{\hbar}{mc^2}$ к времени столкновения $\frac{Ze^2}{\mu v^3}$.

Если $\delta \gg 1$, то основной вклад в интегральное сечение дают такие ε, для которых рождение пар антиадиабатично ($\varepsilon/\delta \ll 1$). Подставив (8) в (5), получим ($\varepsilon_{\max} \sim \delta$)

$$\sigma = \frac{16}{27\pi}\sigma_0 \ln^3\delta. \tag{10}$$

Если же $\delta \ll 1$, т. е. рождение пар адиабатическое, то в (5) следует подставить (9). Приближенно интегрируя получившееся выражение (мы выносим за знак интеграла медленно меняющуюся часть подинтегрального выражения), получаем

$$\sigma = \frac{8 \ln 2}{9\pi\sqrt{3}}\sigma_0 \delta e^{-4\pi/\delta}. \tag{11}$$

Из сравнения полученных нами результатов с формулой (1) видно, что последняя дает правильный порядок величины сечения лишь в некотором интервале значений β.

Что касается полученной Оппенгеймером формулы (2), то, по утверждению автора, она описывает рождение пар при столкновениях положительно заряженных частиц с ядрами. В действительности же область применимости этой формулы (как это следует из ее вывода) ограничивается столкновениями с ядрами отрицательно заряженных частиц, причем таких, для которых основную роль играет кулоновское взаимодействие (например, μ^--мезонов).

Искренне благодарю проф. А. Б. Мигдала за постановку задачи и руководство при исполнении работы и В. И. Когана за ценные советы.

Поступило
21 XII 1952

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] W. Heitler, L. Nordheim, J. de Phys. et le Rad., 5, 449 (1934). [2] J. R. Oppenheimer, Phys. Rev., 47, 146 (1935). [3] Е. М. Лифшиц, Phys Z. der Sowjetunion, 7, 385 (1935). [4] А. Б. Мигдал, ЖЭТФ, 15, 401 (1945). [5] В. Б. Тисса, ЖЭТФ, 7, 696 (1937). [6] A. Sommerfeld, Atombau und Spektrallinien, 2, 1939. [7] Л. Ландау, Е. Лифшиц, Теория поля, 1948.