ОСОБЫЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ РЕШЕНИЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ТЕПЛОПЕРЕНОСА

О.Н. Шабловский

Гомельский государственный технический университет им. П.О. Сухого, машиностроительный факультет, Октября 48, 246746 Гомель, Беларусь
shabl@gstu.gomel.by

Релаксационная модель Максвелла переноса тепла в неподвижной среде состоит из уравнения баланса энергии и уравнения для теплового потока:

$$c\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = q_v, \quad q + \gamma\frac{\partial q}{\partial t} = -\lambda\frac{\partial T}{\partial x}. \tag{1}$$

Современные методы нелинейного анализа системы уравнений (1) изложены в [1]. Здесь приняты обозначения: T — температура; q — удельный тепловой поток; λ – коэффициент теплопроводности; c — объемная теплоемкость; γ — время релаксации теплового потока; q_v — мощность внутренних источников энергии; t — время; x — декартова координата. Изучаем нелинейные реономные среды, теплофизические свойства которых зависят явным образом от времени: $\lambda = \lambda(T,t),\ c = c(T,t),\ \gamma = \gamma(T,t),\ q_v = q_v(T,t)$.

Для локально-неравновесной теплофизической системы "среда – объемный источник энергии" получены новые классы точных аналитических решений. Представленные решения являются особыми: при стремлении к нулю параметра нелинейности среды они обладают вырожденными свойствами, не соответствующими линейной задаче. Укажем примеры нелинейных сред.

I. $\lambda = \lambda_0 T^{n_1} l(t),\ c = c_0 T^{n_2} h(t), \gamma = \gamma_0 T^{n_3} g(t),$
$q_v = k_1(t)T^{m_2-n_3}d_1 + k_2(t)T^{m_2}d_2;$
$m_1 = 1+n_1,\ b_1 = 1+b_0,\ Q_1 = Q_0/b_1, \lambda_1 = \lambda_0/m_1;$
$k_1 = -h/g,\ k_2 = -h\dot{l}/l;\ d_1 = c_0 b_1/(\gamma_0 m_1),\ d_2 = c_0/m_1;\ \dot{l}(t) = dl/dt;$
$b_1(m_1 + m_2 - n_3) = 2m_1,\ m_2 = 1 + n_2.$

II. $\lambda = \lambda_0 \exp(n_1 T) l(t),\ c = c_0\exp(n_2 T)h(t),\ \gamma = \gamma_0\exp(n_3 T)g(t),$
$q_v = k_1(t)\exp[(n_2 - n_3)T]d_1 + k_2(t)\exp(n_2 T)d_2;$
$k_1 = -h/g,\ k_2 = -h\dot{l}/l,\ d_1 = c_0 b_1/(\gamma_0 n_1),\ d_2 = c_0/n_1,$
$b_1(n_1 + n_2 - n_3) = 2n_1.$

III. $\lambda = \lambda_0 T\exp(n_1 T)l(t),\ c = c_0 T\exp(n_1 T)E^{n_2}h(t),\ \gamma = \gamma_0 E^{n_3} g(t),$
$E(T) = (n_1 T - 1)\exp(n_1 T),\ q_v = k_1(t)E^{m_2-n_3}d_1 + k_2(t)E^{m_2}d_2;$
$k_1 = -h/g,\ k_2 = -h\dot{l}/l,\ d_1 = c_0 b_1/(\gamma_0 n_1^2),\ d_2 = c_0/n_1^2,$
$b_1(2 + n_2 - n_3) = 2.$

В этих случаях λ_0, c_0, γ_0 – const; n_1, n_2, n_3 – const. Три функции $l(t), g(t), h(t)$ связаны одним конечным соотношением. Полученное решение содержит одну произвольную функцию одного аргумента и является особым по отношению к параметру n_3: при $n_3 \to 0$ оно не вырождается в линейное, а обращается в бесконечность. В качестве примеров физического истолкования решений указаны: 1) нелинейный волновой процесс; 2) градиентная катастрофа; 3) переключение — параметрический переход свойств среды с одного режима на другой, что ассоциируется с фазовым переходом.

Литература

1. *Шабловский О.Н.* Релаксационный теплоперенос в нелинейных средах. Гомель: ГГТУ им. П.О. Сухого, 2003. 382 с.