Доклады Академии Наук СССР
1953. Том LXXXIX, № 4

ГИДРОМЕХАНИКА

А. А. ДМИТРИЕВ

О ПОЛЕЗНОЙ РАБОТЕ ВОЛНОГОНА

(Представлено академиком В. В. Шулейкиным 27 I 1953)

Волногоны, периодически изменяющие объем своей погруженной части, совершают даже в идеальной жидкости работу против внешних сил напора и работу, затрачиваемую на приобретение жидкими частицами кинетической энергии. Часть работы, совершенной за половину периода, возвращается к волногону в течение второй половины периода, а другая часть уносится в виде энергии убегающих волн. Это своего рода безваттная и ваттная работы.

Рассмотрим сначала отношение между обеими составляющими работы в случае подводного пульсирующего источника, имеющего обильность

$$Q\cos(\sigma t). \tag{1}$$

Задача предполагается плоской, т. е. все переменные от горизонтальной координаты y не зависят. Поэтому размерность Q будет $[Q] =$ см^2/сек. Это есть количество жидкости, поступающее из единицы длины горизонтального цилиндрического источника, находящегося на глубине h. Такой источник, как известно, создает волну с возвышением (([1]), стр. 50):

$$\eta = \frac{Q\sigma}{g} e^{-\frac{\sigma^2}{g}h} \cos\frac{\sigma^2}{g}\left(x - \frac{g}{\sigma}t\right). \tag{2}$$

Энергия, уносимая в среднем с волнами в одну сторону за половину периода, будет

$$\widetilde{E} = \frac{1}{4}\rho g \eta^2 \frac{cT}{2} = \frac{\pi}{4}\rho\left(\frac{g\eta}{\sigma}\right)^2. \tag{3}$$

Работа против сил давления за то же время равна

$$E = \rho g h Q \int\limits_{-T/4}^{+T/4} \cos\sigma t\, dt = 2\frac{\rho g h Q}{\sigma}. \tag{4}$$

Отношение ваттной работы к безваттной будет

$$\varkappa = \frac{\widetilde{E}}{E} = \frac{\pi g \eta^2}{8Q\sigma h}, \tag{5}$$

или, если учесть (2),

$$\varkappa = \frac{\pi}{8}\frac{Q\sigma}{gh} e^{-2\frac{\sigma^2}{g}h}. \tag{6}$$

На основании выражения (6) можно сделать вывод, что относительный коэффициент (отношение мощностей) растет прямо пропорционально обильности источника и при малых h обратно пропорционально глубине его погружения. При заданной обильности и глубине погружения отношение мощностей меняется с частотой таким образом, что при

$$\sigma = \sqrt{\frac{g}{2h}} \tag{7}$$

оно достигает максимума, стремясь к нулю при $T = 0$ и при $T = \infty$.

Физически это объясняется тем, что с уменьшением периода уменьшается длина волн, что должно приводить к уменьшению их амплитуды при сохранении глубины погружения источника, так как определяющей величиной является не глубина, а отношение ее к длине волны: $\sigma^2 h / g = 2\pi h / \lambda$. В результате поток энергии, уносимой волнами, убывает, в то время как работа против внешних сил напора сохраняется прежней.

Когда же период возрастает, стремясь к бесконечности, то вытесняемая масса воды успевает растечься без видимого возвышения поверхности.

В случае волногона в виде качающейся доски с закрепленной осью качания на глубине L, ниже которой идет перегородка, можно получить выражение для амплитуды возвышения:
при малых значениях $\sigma^2 L / g$:

$$\eta_{\text{макс}} \approx \frac{\sigma^2}{2g} S \tag{8}$$

и при больших значениях $\sigma^2 L / g$:

$$\eta_{\text{макс}} \approx \frac{S}{L}, \tag{9}$$

где $S = aL / 2$ — площадь, описываемая следом качающейся доски за период, или масса, вытесняемая на единицу длины волногона, если длина его измеряется вдоль оси y, а волны распространяются в направлении оси x. Амплитуда качаний доски наверху равна $a / 2$.

Работа против сил давления у такого волногона будет

$$E_{\nabla} = \rho g a \int_0^L \left(1 - \frac{z}{L}\right) z \, dz = \frac{\rho g S L}{3}. \tag{10}$$

Отношение мощностей в случае мало заглубленных волногонов на основании (3), (8) и (10) оказывается равным

$$\varkappa = \frac{3\pi}{16} \frac{S}{L^2} \left(\frac{\sigma^2 L}{g}\right). \tag{11}$$

При больших заглублениях по (3), (9), (10) находим

$$\varkappa = \frac{3\pi}{4} \frac{S}{L^2} \frac{1}{(\sigma^2 L / g)}. \tag{12}$$

Если считать порядок величины $S / L^2 = a / 2L = 1/2$, то, на основании выражений (11) и (12), можно сделать вывод о том, что у качающихся волногонов тратится мощности в несколько раз больше на совершение безваттной работы, чем на создание волн. Практически эта безваттная работа не используется.

На всем протяжении оси $\sigma^2 L / g$ зависимость отношения мощностей имеет вид

$$\varkappa = \frac{3\pi S}{4L^2} \frac{1}{\delta} \left(1 - \frac{1 - e^{-\delta}}{\delta}\right)^2, \tag{13}$$

где

$$\delta = \frac{\sigma^2 L}{g}. \tag{14}$$

В безразмерной форме эта зависимость представлена на рис. 1.

Вследствие уменьшения скорости волн с уменьшением периода убывает поток энергии, уносимой с волнами, но сохраняется безваттная работа за половину периода. С другой стороны, с увеличением

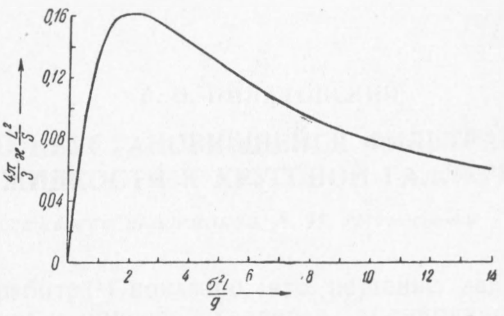

Рис. 1

периода резко уменьшаются амплитуды. Поэтому кривая отношения мощностей имеет максимум, убывая в обе стороны от него — согласно формулам (11) и (12). Положение максимума $\delta \approx 2$ характеризует наиболее выгодные условия работы. При этом

$$\varkappa \approx 0,12\pi \frac{S}{L^2}. \tag{15}$$

Грубо говоря, заглубление на $^1/_3$ длины волны является оптимальным. Тогда, например, при размахе колебаний 10 см и заглублении 10 см волнение будет уносить приблизительно в 5 раз меньше энергии, чем тратится ее на преодоление внешних сил напора.

Поступило
24 I 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Л. Н. Сретенский, Теория волновых движений жидкости, М.— Л., 1936.