Доклады Академии Наук СССР
1953. Том LXXXIX, № 4

ГИДРОМЕХАНИКА

Н. Н. ВЕРИГИН

ПРОМАЧИВАНИЕ ПОЧВЫ ПРИ ОРОШЕНИИ ПОСРЕДСТВОМ ДОЖДЕВАНИЯ

(Представлено академиком А. И. Некрасовым 9 II 1953)

В работе [1] были получены уравнения, описывающие движение влаги в почве. Здесь рассматривается частный случай движения влаги при орошении поверхности почвы посредством дождевания. При этом имеются в виду преимущественно песчаные почвы, характеризующиеся объемной молекулярной влагоемкостью $a \ll m$, где m — пористость почвы. В таких почвах при дождевании главную роль играет передвижение свободной (гравитационной) влаги под действием силы тяжести и отчасти капиллярных сил.

Пусть на поверхности почвы производится дождевание интенсивностью $i = \text{const}$, причем $i < k$ (k — коэффициент фильтрации). Допустим также, что начальная (естественная) влажность почвы всюду постоянна и равна $\overline{w}_0 \leqslant a$. Тогда дефицит насыщения почвы связной водой будет равен $d = a - \overline{w}_0$. Поместим начало координат на поверхности почвы, направив ось y вертикально вниз (рис. 1 a). При дож-

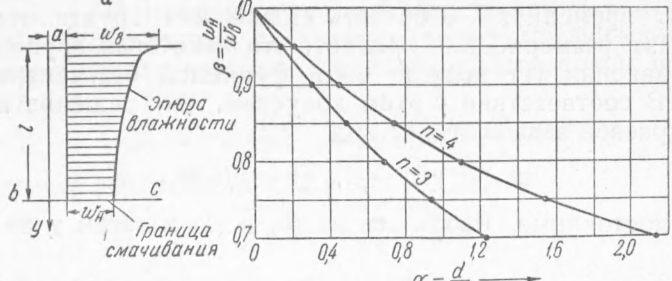

Рис. 1

девании в почве образуется некоторая область неполного водонасыщения (смачивания) грунта высотой l, ограниченная снизу поверхностью (фронтом) смачивания bc (рис. 1 a). Гравитационная влажность грунта в пределах этой области уменьшается от величины $w_в$ на поверхности почвы до величины $w_н$ на поверхности смачивания. С течением времени t влажность грунта в любой точке внутри зоны смачивания $w(y, t)$ и высота этой зоны l увеличиваются.

Явление инфильтрации (впитывания) воды в почве будет описываться следующими уравнениями [1]:

$$v = \frac{kR}{n} w^n, \qquad kRw^{n-1} \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial t}, \tag{1}$$

где

$$R = \frac{n}{P^n}(1+\Delta), \quad w = \overline{w} - a, \quad P = m - a. \tag{2}$$

Здесь $\overline{w}$ — полная влажность почвы; w — содержание свободной влаги (гравитационная влажность); a — молекулярная влагоемкость почвы; m — ее пористость (все эти величины — в долях единицы объема грунта); v — скорость инфильтрации влаги в почве; k — коэффициент фильтрации почвы; $\Delta = |\partial h_к / \partial y|_{ср}$ — осредненный градиент капиллярного вакуума в грунте; t — время; y — ордината; n — показатель степени, равный $3 \div 4$ [1,2].

Граничные условия для инфильтрации воды при дождевании будут следующими:

1) на поверхности почвы (неподвижная граница области движения)

$$v(0, t) = \frac{kR}{n} w^n(0, t) = i = \text{const}; \tag{3}$$

2) на границе смачивания (перемещающаяся внешняя граница области движения)

$$\frac{dl}{dt} = \frac{v(l, t)}{w(l, t)} = \frac{kR}{n}[w(l, t)]^{n-1}; \tag{4}$$

$$it = \int_0^{l(t)} w(y, t)\,dy + l(t)\,d. \tag{5}$$

В (3) и (4) $w(0, t) = w_в$ и $w(l, t) = w_н$, а R определяется по (2).

Условие (3) констатирует, что скорость инфильтрации воды $v(0, t)$ равна постоянной интенсивности дождевания i; условие (4) вытекает из того, что скорость перемещения границы смачивания dl/dt должна быть равна истинной скорости движения гравитационной влаги на этой поверхности. Условие (5) выражает материальный баланс влаги в зоне смачивания. Его специфической особенностью является то, что оно учитывает происходящий при промачивании почвы переход части свободной влаги (в объеме d) в связное состояние.

В момент времени $t = 0$ область смачивания грунта отсутствует.

Из анализа размерностей следует, что некоторая группа частных решений уравнения (1) должна быть функцией безразмерного параметра y/kt. В соответствии с этим допустим, что решение поставленной выше краевой задачи имеет вид

$$w = B\chi(\xi) + C, \quad \xi = y/Rkt, \tag{6}$$

где B, C — постоянные. Вводя w из (6) в (1) и затем χ из (1) в (6), получим:

$$w = b(-\xi)^{\frac{1}{n-1}} + c, \quad b = B^{\frac{1}{n-1}}, \quad c = -\frac{C}{B} + C. \tag{7}$$

Принимая в (7) $y = 0$, $w = w_в$ и вводя в (7) $w_в = w(0, t)$ из (3), найдем:

$$c = w_в = \left(\frac{n}{R}\frac{i}{k}\right)^{1/n} = P\left[\frac{i}{k(1+\Delta)}\right]^{1/n}. \tag{8}$$

Из (8) видно, что при дождевании с постоянной интенсивностью влажность на поверхности почвы $w_в$ в течение всего периода дождевания остается постоянной.

Вводя в (5) значение $w(y, t)$ из (7) и выполняя интегрирование, получим:

$$\frac{i}{kR} = w_в\xi(l, t) - b[-\xi(l, t)]^{\frac{n}{n-1}}\left(1 - \frac{1}{n}\right) + \xi(l, t)d. \tag{9}$$

Так как в (9) все величины, кроме ξ, не зависят от t, то, следовательно, ξ должна быть постоянной, т. е.

$$\xi(l,\ t) = \frac{l}{Rkt} = \gamma = \text{const}, \tag{10}$$

где γ — параметр впитывания, определяющий скорость продвижения фронта смачивания в глубь почвы.

Находя из (10) скорость смачивания почвы dl/dt и подставляя ее значение в (4), определим гравитационную влажность почвы на границе смачивания $w_н$:

$$w_н = w(l,\ t) = (\gamma n)^{\frac{1}{n-1}}. \tag{11}$$

Из (11) следует, что при дождевании с постоянной интенсивностью влажность почвы на границе смачивания $w_н$ также постоянна.

Принимая в (7) $y = l$, $w = w_н$ и вводя в (7) значение c из (8) и ξ из (10), будем иметь:

$$b = -(w_в - w_н)(-\gamma)^{\frac{1}{1-n}}. \tag{12}$$

Подставляя значения b из (12) и c из (8) в уравнение (7), найдем:

$$w = w_в - (w_в - w_н)\left(\frac{y}{R\gamma kt}\right)^{\frac{1}{n-1}}. \tag{13}$$

Вводя значения b из (12) и $\xi(l,\ t)$ из (10) в выражение (9), получим следующее уравнение для определения параметра γ:

$$\gamma = \frac{w_в^n}{w_в + w_н(n-1) + nd}. \tag{14}$$

Для упрощения расчетов обозначим $w_н/w_в = \beta$ и подставим $w_н = \beta w_в$ в (11) и (14); затем значение γ из (11) введем в (14) и решим это последнее уравнение относительно d/w. Тогда, принимая во внимание (8), получим:

$$\alpha = \frac{d}{w_в} = \frac{d}{P}\left[\frac{k(1+\Delta)}{i}\right]^{1/n} = \frac{1}{\beta^{n-1}} - \frac{1}{n}\left[1 + \beta(n-1)\right]. \tag{15}$$

Кривые $\alpha = f(\beta,\ n)$ даны на рис. 1 *б*. Подставляя $w_в = d/\alpha$ и $w_н = \beta w_в$ в (8), (11) и (10), получим следующие расчетные формулы:

1. Гравитационная влажность на поверхности почвы и на границе смачивания

$$w_в = \frac{d}{\alpha}; \quad w_н = \beta w_в = \frac{\beta}{\alpha} d. \tag{16}$$

2. Параметр впитывания влаги

$$\gamma = \frac{1}{n} w_н^{n-1} = \frac{1}{n}\left(\frac{\beta}{\alpha} d\right)^{n-1}. \tag{17}$$

3. Глубина впитывания влаги в почву

$$l = kR\gamma t = \left[\frac{k}{P}\left(\frac{\beta}{\alpha}\frac{d}{P}\right)^{n-1}(1+\Delta)\right]t. \tag{18}$$

4. Влажность зоны смачивания

$$w = w_в - (w_в - w_н)\left(\frac{y}{Rk\gamma t}\right)^{\frac{1}{n-1}}. \tag{19}$$

Из уравнения (15) видно, что при $\beta = 1$ величина $d = 0$, т. е. при начальной влажности грунта, равной его молекулярной влагоемости ($\overline{w}_0 = a$), содержание свободной влаги вверху и внизу области смачивания одинаково ($w_в = w_н$). Для этого характерного случая из (8), (11) и (13) имеем (при $\Delta = 0$)

$$w(y,\ t) = w_в = w_н = P\left(\frac{i}{k}\right)^{\frac{1}{n}}; \quad \gamma = \frac{1}{n} P^{n-1}\left(\frac{i}{k}\right)^{\frac{n-1}{n}}. \tag{20}$$

Следовательно, если $\overline{w}_0 = a$, то влажность в области смачивания не зависит от y, t и является постоянной. Далее из уравнения (15) следует, что при $d > 0$ величина $\beta < 1$. Отсюда вытекает, что при наличии в почве до инфильтрации только связной воды ($\overline{w}_0 \leqslant a$) влажность зоны смачивания уменьшается с глубиной.

Из уравнений (16) — (20) следует, что влажность на границе смачивания $w_н$ и скорость перемещения этой границы dl/dt возрастают с увеличением начальной влажности почвы $\overline{w}_0$. Средняя насыщенность зоны смачивания инфильтрационной водой it/l при увеличении начальной влажности почвы уменьшается.

В случае $i = k$ из (8) получается $w_в = P$ (при $\Delta = 0$), т. е. при интенсивности дождевания $i = k$ все свободные поры грунта заполняются водой и на поверхности почвы появляется слой воды. Этот результат полностью согласуется с так называемым «критерием лужеобразования», известным в мелиорации (капиллярность грунта при этом считается малой).

Из графика на рис. 1 *б* можно заключить, что при обычных в практике орошения значениях i величины $w_в$ и $w_н$ мало различаются друг от друга (до 1,5—2 раз). Лишь при очень малой интенсивности i это различие будет значительным.

При установившемся движении влаги в почве ($\partial w/\partial t = 0$) влажность почвы становится всюду постоянной и равной $w(y, t)$ по (20).

Приводим сравнение величин w, подсчитанных по уравнению (20), с экспериментальными данными С. М. Проскурникова ([3], [4]) для тонкозернистого саблинского песка (при $P = 0{,}32$, $a = 0{,}041$, $k = 3{,}75$ м/сут. и $n = 3$):

i, м/сут.	0,07	0,12	0,36	0,62	1,18	1,70
w по (20)	0,09	0,11	0,15	0,18	0,22	0,25
w по опытам	0,11	0,15	0,17	0,19	0,21	0,24

Для приближенного учета влияния капиллярности грунта на инфильтрацию коэффициент Δ, входящий в окончательные формулы, можно определить на основании экспериментальных данных о зависимости между влажностью и капиллярным давлением при неполном насыщении грунтов водой. Например, согласно опытам Хейнеса ([5]) с различными песками, при увеличении насыщения пор грунта водой (w/P) в пределах от 20 до 80—90% высота капиллярного давления $h_к$ уменьшается на 30—50% от высоты капиллярного поднятия $H_к$.

На основании средних данных опытов с песчаными почвами для диапазона насыщения от 20 до 90% можно принять:

$$\Delta \cong (0{,}5 \div 0{,}7)\,\frac{H_к}{l}\,\frac{w_в - w_н}{P}. \tag{21}$$

Для учета капиллярных сил необходимо вести расчет впитывания по способу последовательных приближений на основе уравнений (16)—(19) и (21). Такого рода приближенные расчеты показывают, что под влиянием капиллярности скорость перемещения границы смачивания dl/dt, хотя и меняется в зависимости от t, но спустя некоторое время становится практически постоянной величиной, как это было замечено при опытах ([6]).

Поступило
29 XII 1952

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Н. Н. Веригин, ДАН, 89, № 2 (1953). [2] С. Ф. Аверьянов, ДАН, 69, № 2 (1949). [3] С. М. Проскурников, Тр. Гос. гидролог. ин-та, в. 8 (62) (1948). [4] Н. Н. Биндеман, Определение динамических запасов грунтовых вод по водоотдаче песков, 1952. [5] Б. А. Кин, Физические свойства почвы, 1933. [6] А. И. Будаговский, Исследование процесса инфильтрации воды в почву, 1952.