

Г. В. СКОРНЯКОВ

ИЗЛУЧЕНИЕ γ -КВАНТОВ ПРИ РАСПАДЕ μ -МЕЗОНА

(Представлено академиком П. И. Лукирским 21 I 1953)

Вылетающие при распаде μ -мезона электроны обладают большой энергией. Поэтому следует ожидать, что вероятность излучения γ -кванта в этом случае относительно велика.

Вычислим вероятность этого процесса в предположении, что масса вылетающих при распаде μ -мезона нейтральных частиц равна нулю

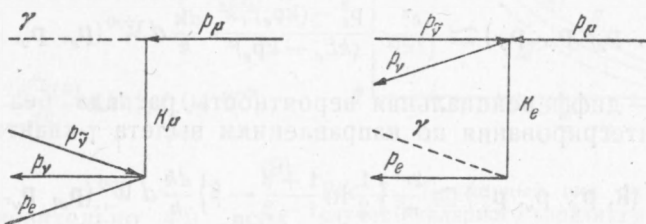


Рис. 1. Диаграммы излучения γ -кванта при распаде μ -мезона

(нейтрино), а гамильтониан взаимодействия μ -мезонов с электронно-нейтринным полем имеет вид:

$$H_I = g (\bar{\varphi}_\nu A \varphi_{\mu^-}) (\bar{\varphi}_e A \varphi_\nu) + \text{к. с.} \quad (1)$$

Здесь A — известные в теории β -распада операторы; для скалярного варианта взаимодействия $A = 1$, для векторного $A = \gamma_\mu$, для тензорного $A = \gamma_i \gamma_k$, для псевдовекторного $A = \gamma_i \gamma_k \gamma_5$, для псевдоскалярного $A = \gamma_5$.

Матричный элемент рассматриваемого процесса

$$\mu^- \rightarrow e + \nu + \bar{\nu} + \gamma,$$

соответствующий двум возможным диаграммам рис. 1, равен:

$$M_1 = eg \sqrt{\frac{2\pi}{k}} \{ (\bar{U}_{p_e} \hat{e} (\hat{p}_e + \hat{k} - m_e)^{-1} A U_{p_{\nu^-}}) (\bar{U}_{p_\nu} A U_{p_{\mu^-}}) + (\bar{U}_{p_e} A U_{p_{\nu^-}}) (\bar{U}_{p_\nu} A (\hat{p}_{\mu^-} - \hat{k} - \mu)^{-1} \hat{e} U_{p_{\mu^-}}) \}. \quad (2)$$

Обозначения в (2) соответствуют употребляемым в работе (1); p_{μ^-} , p_e , p_ν , p_{ν^-} , k — 4-векторы энергии — импульса мезона, электрона, нейтрино, антинейтрино и γ -кванта, соответственно; e — вектор поляризации γ -кванта. В принятой системе единиц $\hbar = c = 1$ через \hat{p}_e , \hat{k} , \hat{e} и т. д. обозначены операторы вида $p_0 \beta - \beta \alpha p$.

В случае скалярного варианта взаимодействия для дифференциальной вероятности распада после суммирования по спинам частиц и поляризации γ -кванта имеем:

$$\begin{aligned}
 dW^\gamma(\mathbf{k}, \mathbf{p}_e, \mathbf{p}_\nu, \mathbf{p}_{\bar{\nu}}) &= \frac{e^2 g^2}{(2\pi)^7} \frac{\delta(p_\mu - p_e - p_\nu - p_{\bar{\nu}} - k)}{2kE_e E_\nu E_{\bar{\nu}}} \times \\
 &\times \left\{ \frac{E_\nu}{(kE_e - \mathbf{kp}_e)^2} \left[\left(\mathbf{p}_e^2 - \frac{(\mathbf{kp}_e)^2}{k^2} \right) (E_{\bar{\nu}}(E_e + k) - \mathbf{p}_{\bar{\nu}} \cdot (\mathbf{p}_e + \mathbf{k})) + \right. \right. \\
 &+ (kE_e - \mathbf{kp}_e)(kE_{\bar{\nu}} - \mathbf{kp}_{\bar{\nu}}) - (kE_e - \mathbf{kp}_e) \left(\mathbf{p}_e \mathbf{p}_{\bar{\nu}} - \frac{\mathbf{kp}_e \cdot \mathbf{kp}_{\bar{\nu}}}{k^2} \right) \left. \right] + \\
 &+ \frac{1}{\mu^2 k} (E_e E_{\bar{\nu}} - \mathbf{p}_e \mathbf{p}_{\bar{\nu}}) (kE_\nu - \mathbf{kp}_\nu) - \\
 &- \frac{1}{\mu (kE_e - \mathbf{kp}_e)} \left[\left(\mathbf{p}_e \mathbf{p}_\nu - \frac{\mathbf{kp}_e \cdot \mathbf{kp}_\nu}{k^2} \right) (E_{\bar{\nu}}(2E_e + k) - \mathbf{p}_{\bar{\nu}} \cdot (2\mathbf{p}_e + \mathbf{k})) - \right. \\
 &\left. \left. - (kE_e - \mathbf{kp}_e) \left(\mathbf{p}_\nu \mathbf{p}_{\bar{\nu}} - \frac{\mathbf{kp}_\nu \cdot \mathbf{kp}_{\bar{\nu}}}{k^2} \right) \right] \right\} d\mathbf{k} d\mathbf{p}_e d\mathbf{p}_\nu d\mathbf{p}_{\bar{\nu}}. \quad (3)
 \end{aligned}$$

При $k \ll p_e$ получаем соотношение, не зависящее от конкретного вида взаимодействия:

$$dW^\gamma(\mathbf{k}, \mathbf{p}_e, \mathbf{p}_\nu, \mathbf{p}_{\bar{\nu}}) \cong \frac{e^2}{(2\pi)^2} \frac{\mathbf{p}_e^2 - (\mathbf{kp}_e)^2/k^2}{(kE_e - \mathbf{kp}_e)^2} \frac{d\mathbf{k}}{k} dW^0(\mathbf{p}_e, \mathbf{p}_\nu, \mathbf{p}_{\bar{\nu}}); \quad (4)$$

здесь dW^0 — дифференциальная вероятность распада без излучения.

После интегрирования по направлениям вылета γ -квантов находим:

$$dW^\gamma(\mathbf{k}, \mathbf{p}_e, \mathbf{p}_\nu, \mathbf{p}_{\bar{\nu}}) \cong \frac{2e^2}{\pi\beta} \left\{ \frac{1}{2} \ln \frac{1+\beta}{1-\beta} - \beta \right\} \frac{dk}{k} dW^0(\mathbf{p}_e, \mathbf{p}_\nu, \mathbf{p}_{\bar{\nu}}), \quad (5)$$

$$\beta = p_e/E_e,$$

что при $p_e \ll m_e$ приводит к результату, совпадающему с полученным в (3):

$$dW^\gamma \cong \frac{2e^2}{3\pi} \beta^2 \frac{dk}{k} dW^0. \quad (5a)$$

При $p_e \gg m_e$

$$dW^\gamma \cong \frac{2e^2}{\pi} \left(\ln \frac{2p_e}{m_e} - 1 \right) \frac{dk}{k} dW^0. \quad (5b)$$

Точное вычисление формы спектра γ -квантов слишком громоздко, поэтому был найден асимптотический вид спектра для предельных энергий γ -квантов: при $k \ll \mu$ и при k , близком к верхней границе, равной $\frac{\mu^2 - m_e^2}{2\mu} \cong \frac{\mu}{2}$.

Производя в (3) интегрирование по всем переменным, кроме k , получаем:

$$\frac{dW^\gamma(k)}{dk} \cong \frac{2e^2}{\pi} \frac{1}{k} \left\{ \left(\ln \frac{\mu}{m_e} - \frac{17}{12} \right) - \frac{k}{\mu} \left(\frac{10}{3} \ln \frac{\mu}{m_e} - \frac{28}{9} \right) \right\} W^0, \quad k \ll \mu; \quad (6a)$$

$$\frac{dW^\gamma(k)}{dk} \cong \frac{2e^2}{\pi} \frac{2}{\mu^2} \left(\frac{\mu}{2} - k \right) \left\{ \ln \frac{2\mu(\mu/2 - k)}{m_e^2} - \frac{17}{6} \right\} W^0, \quad m_e \ll \frac{\mu}{2} - k \ll \mu; \quad (6b)$$

W^0 — полная вероятность распада без излучения.

Кроме рассмотренной выше, возможны еще две схемы распада (2). Соответствующие им гамильтонианы имеют вид:

$$H_{II} = (\bar{\varphi}_\nu A \varphi_\nu) (\bar{\varphi}_e A \varphi_{\mu^-}) + \text{к. с.}; \quad (7)$$

$$H_{III} = g (\bar{\varphi}_\nu A \varphi_e) (\bar{\varphi}_\nu A \varphi_{\mu^+}) + \text{к. с.} \quad (8)$$

На рис. 2 приведен примерный вид функции $R(k) = \frac{\pi k}{2e^2 W^0} \frac{dW^\gamma}{dk}$ для всех трех схем распада в случае скалярного варианта взаимодействия. Как видно, кривые мало отличаются друг от друга.

Рассмотрение других вариантов взаимодействия не вносит в форму спектра существенных изменений*. Таким образом, спектр γ -квантов, в отличие от спектра электронов, не зависит существенным образом ни от схем распада, ни от варианта взаимодействия.

Пользуясь приведенными кривыми, можно определить вероятность распада μ -мезона, сопровождающегося излучением γ -кванта с энергией, большей, например, 1 Мэв:

$$W^\gamma = \int_{k > 2m_e}^{\mu/2} \frac{dW^\gamma(k)}{dk} dk \cong 0,04 W^0, \quad (9)$$

т. е. приблизительно 4% всех случаев распада μ -мезонов должно сопровождаться излучением сравнительно жестких γ -квантов.

Средняя энергия γ -квантов оказывается при этом равной:

$$k_{cp} \sim 15 m_e. \quad (10)$$

Следует отметить, что вероятность излучения γ -кванта (на акт распада) для μ -мезона значительно больше, чем для π -мезона.

Так, при $k \rightarrow 0$ для π -мезона имеем (4)

$$dW_\pi^\gamma \cong \frac{2e^2}{3\pi} \frac{p_{\mu \max}^2}{E_{\mu \max}^2} \frac{dk}{k} W_\pi^0 \sim 10^{-4} \frac{dk}{k} W_\pi^0, \quad (11)$$

в то время как для μ -мезона

$$dW_\mu^\gamma \cong \frac{2e^2}{\pi} \left(\ln \frac{\mu}{m_e} - \frac{3}{2} \right) \frac{dk}{k} W_\mu^0 \sim 0,02 \frac{dk}{k} W_\mu^0. \quad (12)$$

Такое существенное различие (на два порядка!) объясняется тем, что вылетающий при распаде π -мезона μ -мезон — нерелятивистский, а в рассмотренном случае спектр электронов лежит в крайней релятивистской области.

* В частности, скалярный и псевдоскалярный варианты приводят к точно совпадающим выражениям. То же относится к векторному и псевдовекторному вариантам.

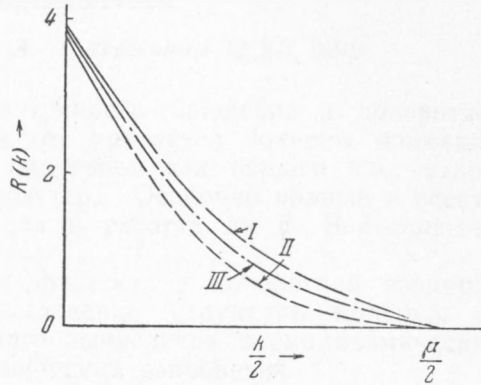


Рис. 2. Примерный вид функции $R(k)$ в случае скалярного варианта взаимодействия для схем распада I, II и III. $\mu/m_e = 210$

В заключение автор приносит благодарность акад. П. И. Лукирскому за постановку вопроса, а также К. А. Гер-Мартirosяну и И. М. Шмушкевичу за многочисленные обсуждения.

Ленинградский физико-технический институт
Академии наук СССР

Поступило
14 XI 1952

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ R. Feynman, Phys. Rev., 76, 749, 769 (1949). ² J. Tompa, J. A. Wheeler, R. Rau, Rev. Mod. Phys., 21, 144 (1949). ³ И. Я. Померанчук, И. М. Шмушкевич, ДАН, 64, 499 (1949). ⁴ Б. Иоффе, А. Рудик, ДАН, 82, 359 (1952).

