УДК 539.12

Д.В. Синегрибов[1,2], В.В. Андреев[1], И.А. Серенкова[2]
[1]*Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины*
[2]*Гомельский государственный технический университет имени П.О. Сухого*

ОПТИМАЛЬНЫЕ НАБЛЮДАЕМЫЕ ДЛЯ ФЕНОМЕНОЛОГИИ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО Z'-БОЗОНА НА КОМПАКТНОМ ЛИНЕЙНОМ КОЛЛАЙДЕРЕ

Изучена перспектива методики оптимальных наблюдаемых для извлечения ограничений на эффективные параметры дополнительного Z'-бозона. Проведено сравнение традиционного критерия χ^2 и методики оптимальных наблюдаемых на основе планируемого эксперимента на CLIC для процесса $e^+e^- \to \bar{b}b$.

Ключевые слова: оптимальные наблюдаемые, весовые функции, дополнительный Z'-бозон, косвенные эффекты, Компактный линейный коллайдер.

Введение. Оптимальные наблюдаемые являются достаточно известной методикой извлечения ограничений. Первоначально методика была применена для анализа магнитного и электрического дипольного момента t кварка [1]. Недавно оптимальные наблюдаемые использовались для исследования CP-инвариантности бозона Хиггса на LHC (Большой адронный коллайдер, ЦЕРН) [2]. Однако, методике не уделяется должное внимание при установлении ограничений на характеристики дополнительного Z'-бозона [3]. Задача поиска Z'-бозона содержится в программе исследований CLIC (Компактный линейный коллайдер, ЦЕРН) [4]. Прямое резонансное рождение Z'-бозона недоступно на CLIC, поскольку ожидаемые масштабы теории великого объединения и массы Z'-бозона значительно больше планируемой максимальной энергии коллайдера. Поэтому, в настоящей работе оптимальные наблюдаемые применяются для получения ограничений на параметры, характеризующие отклонение дифференциального сечения от предсказания Стандартной модели (СМ). То есть, в качестве сигнала «новой» физики рассматривается отклонение от СМ, другими словами, СМ рассматривается в качестве фона. Особенностью методики являются оптимальные весовые функции, позволяющие заменить стандартную процедуру бинирования исследуемой наблюдаемой. С помощью описанной методики можно без особого труда получить стандартные отклонения и коэффициент корреляции. В работе проведено сравнение традиционного критерия χ^2 [5] и методики оптимальных наблюдаемых на основе планируемого эксперимента на CLIC для процесса $e^+e^- \to \bar{b}b$.

Оптимальные наблюдаемые. Оптимальные наблюдаемые являются эквивалентной заменой традиционного критерия χ^2. Для извлечения ограничений используются оптимальные весовые функции. Другими словами, вместо стандартного разбиения на угловые бины числа событий можно напрямую суммировать все события с заранее определенными весами, зависящими от фазового параметра. Таким образом, предложенную методику можно рассматривать как удобную альтернативу анализа дифференциального сечения рассеяния для установления ограничений на параметры, характеризующие физику за пределами СМ.

Для того, чтобы использовать оптимальные весовые функции для извлечения сигнала «новой» физики, необходимо записать дифференциальное сечение рассматриваемого процесса в виде:

$$d\sigma / d\varphi \equiv \Sigma(\varphi) = \Sigma^{SM}(\varphi) + \Delta\Sigma(\varphi) = \sum_i c_i^{SM} f_i(\varphi) + \sum_i \Delta c_i f_i(\varphi). \quad (1)$$

В уравнении (1): $\Sigma^{SM}(\varphi)$ – значение дифференциального сечения, предсказанное СМ; $\Delta\Sigma(\varphi)$ – отклонение дифференциального сечения от предсказания СМ; $f_i(\varphi)$ – известные функции положения конечного состояния в фазовом пространстве φ; c_i^{SM} – безразмерные параметры СМ; Δc_i – безразмерные параметры, характеризующие отклонения от предсказаний СМ. Неизвестные параметры Δc_i можно извлечь, используя весовые функции $\omega_i(\varphi)$, удовлетворяющие условию:

$$\int_{\varphi_{min}}^{\varphi_{max}} \omega_i(\varphi)\Sigma(\varphi)d\varphi = \Delta c_i. \quad (2)$$

В общем, возможны разные варианты выбора $\omega_i(\varphi)$. Однако можно найти уникальные весовые функции, позволяющие интегрировать дифференциальное сечение без потери информации. Другими словами, статистическая ошибка при определении Δc_i минимизируется. Для нахождения такого варианта необходимо выполнение условия:

$$\int_{\varphi_{min}}^{\varphi_{max}} \omega_i(\varphi)F_j(\varphi)d\varphi = \delta_{ij}. \quad (3)$$

Оптимальные весовые функции $\tilde{\omega}_i(\varphi)$, удовлетворяющие условию (3), определяются:

$$\tilde{\omega}_i(\varphi) = \left(\sum_i M_{ij}^{-1} F_i(\varphi)\right) / \Sigma^{SM}(\varphi),\ M_{ij} \equiv \int_{\varphi_{min}}^{\varphi_{max}} \left(F_i(\varphi)F_j(\varphi) / \Sigma^{SM}(\varphi)\right)d\varphi. \quad (4)$$

Используя обратную матрицу M_{ij}^{-1}, можно получить матрицу ковариации V_{ij} и обратную матрицу ковариации V_{ij}^{-1}:

$$V_{ij} \equiv \Delta c_i \Delta c_j = M_{ij}^{-1}\sigma^{SM} / N^{SM} \text{ и } V_{ij}^{-1} = M_{ij} N^{SM} / \sigma^{SM}, \quad (5)$$

где N^{SM} – число событий СМ и $\sigma^{SM} = \int_{\varphi_{min}}^{\varphi_{max}} \Sigma^{SM}(\varphi)d\varphi$ – полное сечение рассеяния.

Когда оцениваются два параметра Δc_1 и Δc_2, матрица ковариации записывается в виде:

$$V = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \rho_{12}\sigma_1\sigma_2 \\ \rho_{12}\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

Следовательно, из матрицы (6) можно извлечь коэффициент корреляции ρ_{12} и стандартные отклонения σ_1 и σ_2.

Применение методики для планируемого эксперимента на компактном линейном коллайдере. Дифференциальное сечения для безмассового случая исследуемого процесса $e^+e^- \to \gamma, Z, Z' \to \bar{b}b$ записывается в виде:

$$d\sigma^{SM+Z'} / dz = \Sigma^{SM}(z) + \Delta\Sigma(z) = \sum_i Q_i^{SM} f_i(z) + \sum_i \Delta Q_i f_i(z). \quad (7)$$

В сечении (7), $f_i(z)$ – известные функции, зависящие от косинуса угла рассеяния $z \equiv cos\theta$:

$$f_1(z) = N_b \left(1 - P_{e^-}P_{e^+}\right)\alpha_{em}^2 \pi / 8s \cdot (1-z)^2, \quad (8)$$

$$f_2(z) = N_b \left(1 - P_{e^-}P_{e^+}\right)\alpha_{em}^2 \pi / 8s \cdot (1+z)^2, \quad (9)$$

где $N_b = 3$ – цветовой фактор, α_{em} – постоянная тонкой структуры, P_{e^-} и P_{e^+} – степени продольной поляризации электронного и позитронного пучка; $\sqrt{s}$ – энергия столкновения.

Эффективные параметры СМ ($Q_{1,2}^{SM}$) определяются эффективной поляризацией P_{eff} и спиральными параметрами СМ (q_{LR}^{SM}, q_{RL}^{SM}, q_{LL}^{SM}, q_{RL}^{SM}):

$$Q_1^{SM} = p_{eff}^- \left|q_{LR}^{SM}\right|^2 + p_{eff}^+ \left|q_{RL}^{SM}\right|^2, \; Q_2^{SM} = p_{eff}^- \left|q_{LL}^{SM}\right|^2 + p_{eff}^+ \left|q_{RR}^{SM}\right|^2, \quad (10)$$

$$q_{\lambda_e\lambda_b}^{SM} = \sum\nolimits_{V=\gamma,Z} g_{V,e}^{\lambda_e} g_{V,b}^{\lambda_b} \frac{s}{s - M_V^2 + iM_V\Gamma_V}, \quad (11)$$

где $p_{eff}^{\pm} = 1 \pm P_{eff}$ и $P_{eff} = P_{e^-} - P_{e^+} / 1 - P_{e^-}P_{e^+}$.

В выражении (11) индексами λ_e и λ_b обозначены спиральности начального и конечного состояний, $g_{V,e}^{\lambda_e}$ и $g_{V,b}^{\lambda_b}$ – константа связи электрона и b кварка с бозонами СМ с соответствующими массами M_V и полными ширинами распада Γ_V.

Безразмерными параметрами ΔQ_1 и ΔQ_2 определяются отклонения дифференциального сечения от предсказаний СМ, которые вызваны обменом Z'. Для получения матрицы ковариации (6) необходимо определить число событий СМ:

$$N^{SM} = L_{eff} \int_{z_{min}}^{z_{max}} \Sigma^{SM}(z)\, dz, \quad (12)$$

где L_{eff} – эффективная светимость, зависящая от полной интегральной светимости, эффективности идентификации конечного фермиона и начальной поляризации.

Если на кинематическое фазовое пространство (по которому производится интегрирование) накладывается сокращение, то процедура оценки отклонений не изменяется. Мы оценили возможные отклонения от предсказания СМ ($\Delta Q_{1,2}$) для энергий 1.5 и 3 ТэВ на CLIC. Кинематическая область в выражении (12) определяется величиной $|z| \le 1$. Поскольку на CLIC не предполагается опция позитронной поляризации, рассматриваются только неполяризованные и поляризованные ($\pm 80\%$) электроны. Распределение времени работы коллайдера для отрицательной и положительной электронной поляризации предполагается в отношении $80:20$. В качестве конечного состояния рассматриваются b кварки, имеющие эффективность идентификации 80%. Полные интегральные светимости для стадий работы коллайдера с энергиями 1.5 и 3 ТэВ предполагаются равными 2.5 и 5 $аб^{-1}$. Все перечисленные параметры эксперимента можно найти в работе [4]. Учитывая все вышесказанное, рассчитанные значения эффективной светимости для процесса $e^+e^- \to \bar{b}b$ представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Значения эффективной светимости для процесса $\boldsymbol{e^+e^- \to \bar{b}b}$ при различной поляризации электронного пучка и энергии столкновений

P_{e^-}	$L_{eff}\,(аб^{-1})$ для $\sqrt{s} = 1.5$ ТэВ	$L_{eff}\,(аб^{-1})$ для $\sqrt{s} = 3$ ТэВ
0	2	4
–0.8	1.6	3.2
0.8	0.4	0.8

В таблице 2 приведены расчеты $\Delta Q_1 \equiv \sigma_1$ и $\Delta Q_2 \equiv \sigma_2$ на уровне 1σ, полученные из матрицы ковариации (6) для различной поляризации электронного пучка.

Таблица 2 – Отклонения $\Delta \boldsymbol{Q}_1$ и $\Delta \boldsymbol{Q}_2$ для различной поляризации и энергии столкновений в процессе $\boldsymbol{e^+e^- \to \gamma, Z, Z' \to \bar{b}b}$ на CLIC, которые извлечены из матрицы ковариации (6)

$\sqrt{s}$, ТэВ	$P_{e^-} = 0$		$P_{e^-} = -0.8$		$P_{e^-} = 0.8$	
	$\pm\Delta Q_1$	$\pm\Delta Q_2$	$\pm\Delta Q_1$	$\pm\Delta Q_2$	$\pm\Delta Q_1$	$\pm\Delta Q_2$
1.5	0.00251	0.00671	0.00295	0.00930	0.00517	0.01017
3	0.00354	0.00948	0.00418	0.01312	0.00727	0.01437

Значения корреляции ρ_{12} различаются в зависимости от поляризации электронного пучка: для неполяризованного -0.18, для отрицательно поляризованного

-0.17, а для положительно поляризованного -0.20. В качестве апробации результата мы получили аналогичные ограничения, используя критерий χ^2 (таблица 3). Сравнивая таблицы 2 и 3, можно заметить, что интервалы практически идентичны. Однако, используя оптимальные наблюдаемые, проще получить матрицу ковариации и впоследствии извлечь стандартные отклонения $\sigma_{1,2}$ и коэффициент корреляции ρ_{12}.

Таблица 3 – Отклонения $\Delta\boldsymbol{Q}_1$ и $\Delta\boldsymbol{Q}_2$ для различной поляризации и энергии столкновений в процессе $\boldsymbol{e^+e^-} \to \boldsymbol{\gamma, Z, Z'} \to \boldsymbol{\bar{b}b}$ на CLIC, которые получены с помощью критерия χ^2

$\sqrt{s}$, ТэВ	$P_{e^-} = 0$		$P_{e^-} = -0.8$		$P_{e^-} = 0.8$	
	$\pm\Delta Q_1$	$\pm\Delta Q_2$	$\pm\Delta Q_1$	$\pm\Delta Q_2$	$\pm\Delta Q_1$	$\pm\Delta Q_2$
1.5	0.00253	0.00699	0.00298	0.00976	0.00518	0.01021
3	0.00356	0.00967	0.00420	0.01346	0.00728	0.01440

Заключение. В настоящей работе рассмотрена методика оптимальных наблюдаемых для феноменологии дополнительного Z'-бозона. Оптимальными наблюдаемыми являются сечения (1), проинтегрированные по фазовому пространству с соответствующими оптимальными весовыми функциями (4). С помощью представленной методики мы оценили параметры отклонения в процессе $e^+e^- \to \gamma, Z, Z' \to \bar{b}b$ для различной энергии и поляризации на CLIC. С помощью сравнения показано, что оптимальные наблюдаемые являются альтернативной методикой извлечения ограничений на параметры, характеризующие физику за пределами СМ. Однако, методику можно использовать только для случая, когда параметры содержатся в сечении линейно.

Список использованных источников

1. D. Atwood. Analysis for magnetic moment and electric dipole moment form factors of the top quark via $e^+e^- \to \bar{t}t$ / D. Atwood and A. Soni // Phys. Rev. D 45. – 1992. – 2405.
2. G. Aad. Test of CP Invariance in vector-boson fusion production of the Higgs boson using the Optimal Observable method in the ditau decay channel with the ATLAS detector / Aad, Georges and others (ATLAS) // Eur. Phys. J. C 76. – no. 12. – 2016.
3. S. Navas. Review of particle physics / Particle Data Group Collaboration, S. Navas and others // Phys. Rev. D 110. – no. 3. – 2024. – P. 658–660.
4. The Compact Linear Collider (CLIC) – 2018 Summary Report / T.K. Charles and others // CERN-2018-005-M, CERN-2018-005. – V. 2/2018.
5. Model-independent constraints on effective parameters of extra neutral heavy bosons at future e^+e^- colliders / D.V. Sinegribov, V.V. Andreev, I.A. Serenkova, V.R. Kurylenka // Phys. Part. Nucl. Lett. 21. – no. 4. – 2024. – P. 658–660.